

---

# Laserphysik

WS 2019/20

1. Übung

16.10.2019

---

Abgabe bis Mittwoch, 23.10.2019, 11:15 Uhr.

Besprechung am 29.10.2019.

## Aufgabe 1

(8 Punkte)

In der Vorlesung wurden die Maxwell-Gleichungen in den kartesischen Koordinaten (d. h.  $x$ ,  $y$  und  $z$ ) vorgestellt. Für kugel- oder zylindersymmetrische Problemstellungen ist es oft hilfreich, Polar- [ $x = r \sin(\theta) \cos(\phi)$ ,  $y = r \sin(\theta) \sin(\phi)$ ,  $z = r \cos(\theta)$ ] oder Zylinderkoordinaten [ $x = \varrho \cos(\phi)$ ,  $y = \varrho \sin(\phi)$ ,  $z$ ] zu verwenden.

- Formulieren Sie die Maxwell-Gleichungen explizit in Polar- bzw. Zylinderkoordinaten.
- Welche Form hat der Laplace-Operator in Polar- bzw. Zylinderkoordinaten ?

## Aufgabe 2

(12 Punkte)

Das elektrische Feld einer Kugelwelle ist

$$E(\vec{r}, t) = \frac{E_0}{r} \exp [i(kr - \omega t)] , \quad r = |\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} , \quad k = |\vec{k}| .$$

- Zeigen Sie, dass die Kugelwelle eine Lösung der Helmholtz-Gleichung darstellt. Welche Bedingung muss  $k$  hierfür erfüllen? Wie hängt die Intensität der Kugelwelle von  $r$  ab? Vergleichen Sie das Ergebnis mit dem einer ebenen Welle.
- In Zylinderkoordination gilt für die Kugelwelle

$$E(\vec{r}, t) = \frac{E_0}{\sqrt{z^2 + \varrho^2}} \exp \left[ i \left( kz \sqrt{1 + \frac{\varrho^2}{z^2}} - \omega t \right) \right] , \quad \varrho = \sqrt{x^2 + y^2} .$$

Setzen Sie diese Kugelwelle in die Wellengleichung in Zylinderkoordinaten ein. In der paraxialen Näherung vernachlässigt man den  $\partial^2/\partial z^2$ -Term in der Wellengleichung. Entwickeln Sie die Wurzel  $\sqrt{1 + \varrho^2/z^2}$  und zeigen Sie, dass der erste Term in der Entwicklung reicht, um die paraxiale Näherung zu erhalten.

**Aufgabe 3**

(12 Punkte)

Eine 100 W-Glühlampe (kugelförmiger Glühfaden mit Durchmesser  $G = 600 \mu\text{m}$ ) strahlt 5 % der elektrischen Leistung als sichtbares Licht ( $\lambda = 400 - 700 \text{ nm}$ ) in alle Raumrichtungen ab. Im Abstand von 50 cm von der Lampe befindet sich eine Sammellinse des Durchmessers  $d = 4 \text{ cm}$  und der Brennweite  $f = 20 \text{ cm}$ .

- a) Skizzieren Sie die Anordnung. Berechnen Sie die Lage des Fokus und den Durchmesser des Lichtbündels im Fokus. Welcher Bruchteil der Lichtleistung wird durch die Linse erfasst? Wie hoch sind die Lichtintensität und das elektrische Feld des Lichtes im Fokus?
- b) Welche Temperatur hat der Glühfaden unter der Annahme eines schwarzen Strahlers? Hierzu benötigen Sie das Stefan-Boltzmann'sche Strahlungsgesetz, das man in Lehrbüchern oder dem Internet finden kann.
- c) Die Glühlampe wird durch einen Helium-Neonlaser ( $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ ) mit 5 mW Ausgangsleistung und einer Strahldivergenz von 1 mrad ersetzt. Wo liegt der Fokus des Laserbündels und wie hoch sind Intensität und elektrische Feldstärke im Fokus?