Übung 03

Nichtlineare Modellierung natürlicher Systeme

08. November 2012

Bei Fragen und Anregungen:
andreas.mueller@physik.hu-berlin.de

1 Logistische Abbildung - Fixpunkte, Stabilität, Cobweb

Die logistische Abbildung ist gegeben durch

$$x_{n+1} = rx_n(1 - x_n). \tag{1}$$

Wie letztes Mal soll gelten $x \in [0, 1]$ und $r \in [0, 4]$. Bestimmen Sie die Fixpunkte, sowie deren Stabilität. Wie ließe sich z.B. ein Oszillation mit Periode 2 finden? Sie können zum Bestimmen der Fixpunkte die 'Symbolic Math Toolbox' von MATLAB verwenden.

Ein graphisches Hilfsmittel, um sich die Wirkungsweise solcher Abbildungen zu veranschaulichen, liefert das sogenannte 'Cobweb-Diagramm'. Dabei werden die Identitätsfunktion I, sowie die die Abbildung beschreibende Funktion f zusammen geplottet. Zur Konstruktion des 'Cobwebs' zieht man eine senkrechte Linie von einem Startpunkt auf dI bis zur Funktion f. Von dort aus zieht man eine waagerechte Linie von f bis auf I usw. Veranschaulichen Sie sich das Prinzip für einige Werte von

$$r \in [0.5, 2, 3.3, 3.5, 3.5869946, 3.8284, 3.83, 3.9].$$

2 Hénon-Abbildung

Die Hénon-Abbildung ist gegeben durch

$$x_{n+1} = y_n + 1 - ax_n^2 \tag{2}$$

$$y_{n+1} = bx_n \tag{3}$$

Bestimmen Sie die Fixpunkte. Wann existieren diese nur? Plotten Sie das x-y-Diagramm für $b = 0.3$ und verschiedene Werte von a. Was passiert für $a \approx 1.06$?

3 Arnold's Cat Map

Die Abbildung 'Arnold's Cat Map' ist gegeben durch:

$$\begin{pmatrix} x_{n+1} \\ y_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} modN \tag{4}$$

.

Laden Sie das Bild `Bild1.jpg` in MATLAB und wenden Sie 'Arnold's Cat Map' darauf an. Plotten Sie das Ergebnis für einige Iterationen. Was passiert nach $m = 144$ Iterationen?