Übung 07

Nichtlineare Modellierung natürlicher Systeme

20. Dezember 2012

Bei Fragen und Anregungen:
andreas.mueller@physik.hu-berlin.de

1 Einbettung

1.1 Rössler-System

Das Rössler-System ist gegeben durch

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -y - z \\ \dot{y} &= x + ay \\ \dot{z} &= b + z(x - c). \end{aligned} \tag{1}$$

Erzeugen Sie eine Realisierung mithilfe der gegebenen MATLAB-Datei `rossler.m`. Verwenden Sie als Startwert den Vektor [111] und integrieren Sie das System von 0 bis 10000 bei einer Schrittweite von 0.1. Plotten Sie die einzelnen Komponenten sowie das gesamte System (Attraktor).

1.2 Parameterbestimmung

Verwenden Sie die Autokorrelation (`xcorr`) sowie die Methode der 'Mutual Information' (`mi`, Eintrag $(1, 1)$ der erhaltenen Matrix) zur Bestimmung des optimalen Zeitversatzes zur Einbettung für jede Komponente Ihrer Realisierung. Normieren Sie die Ergebnisse auf die Werte für den Zeitversatz null und stellen Sie die Ergebnisse graphisch dar. Zeichnen Sie außerdem eine Gerade für den Wert $1/e$ ein. Welchen Zeitversatz würden Sie für die jeweiligen

Komponenten wählen?

Verwenden Sie jetzt die 'False Nearest Neighbours'-Methode (`fnn`) unter Verwendung des optimalen Zeitversatzes zur Bestimmung der Einbettungsdimension. Plotten Sie das Ergebnisse für Dimensionen von $m = 1...20$. Welche ist die optimale Einbettungsdimension?

Für genauere Informationen zu den Funktionen `mi` und `fnn` können Sie auch unter `http://tocsy.pik-potsdam.de/CRPtoolbox/` nachschauen.

1.3 Einbettung

Führen Sie mit den ermittelten Werten eine Einbettung der drei Komponenten durch und vergleichen Sie den erhaltenen Attraktor mit dem ursprünglichen. Was passiert, wenn ein zu kleiner Zeitversatz gewählt wird?

2 Lyapunov-Exponent

Die logistische Abbildung ist gegeben durch

$$x_{n+1} = rx_n(1 - x_n). \tag{2}$$

Der Lyapunov-Exponent zur Charakterisierung eines Systems lässt sich folgendermaßen berechnen:

$$\lambda = \lim_{n \to \infty} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} ln(|f'(x_i)|) \right). \tag{3}$$

Plotten Sie noch einmal das Orbitdiagramm (x_∞ über r) in höherer Genauigkeit für $r \in [3.0, 4]$. Plotten Sie anschließend die Lyapunov-Exponenten in Abhängigkeit von r. Achten Sie bei der Berechnung des Lyapunov-Exponenten darauf, dass Sie eventuelle Transienten zuerst abklingen lassen (Start der Berechnung z.B. erst nach ca. 1000 Iterationen).