Übung 06

Nichtlineare Modellierung natürlicher Systeme

05.12.2013

Bei Fragen und Anregungen:
`andreas.mueller@physik.hu-berlin.de`

1 Dimension & Entropie

1.1 Hénon-Abbildung

Erzeugen Sie eine Zeitreihe der Hénon-Abbildung

$$\begin{aligned} x_{i+1} &= 1 + by_i - ax_i^2 \\ y_{i+1} &= x_i \end{aligned} \tag{1}$$

mit $a = 1.4$ und $b = 0.3$. Stellen Sie die erzeugten Punkte in einem x-y-Plot graphisch dar.

1.2 Boxdimension

Schätzen Sie die Boxdimension des erzeugten chaotischen Attraktors. Zerlegen Sie dazu die x-y-Ebene in gleichgroße disjunkte Quadrate. Zählen Sie die Quadrate, die zur Überdeckung des Attraktors notwendig sind. Verfeinern Sie die Überdeckung schrittweise, indem sie die Kantenlänge der Quadrate verkleinern. Tragen Sie die Anzahl der zur Überdeckung notwendigen Quadrate (N) über deren Kantenlänge (ϵ) graphisch in einem doppellogarithmischen Plot auf. Schätzen Sie den linearen Anstieg (z.B. `regress`) und damit die Boxdimension $D_B = \lim_{\epsilon \to 0} \frac{log(N(\epsilon))}{log(1/\epsilon)}$.

1.3 Korrelationsdimension

Schätzen Sie Korrelationsdimension des Hénon-Attrators aus der obigen Aufgabe. Bestimmen Sie dazu die Korrelationssumme C für verschiedene ϵ,

$$C(\epsilon) = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^{N} \Theta(\epsilon - \|\vec{z}_i - \vec{z}_j\|). \qquad (2)$$

Dabei sind Θ die Heaviside-Funktion, $\|*\|$ die euklidische Norm, $\vec{z}_i$ der i-te Punkt des Attraktors und N die Anzahl der Punkte. D.h., zählen Sie die Punktepaare deren Abstand kleiner als ϵ ist (Hinweis: `pdist`). Starten Sie mit $\epsilon = 3$ und verringern Sie in jedem weiteren Schritt den Wert. Tragen Sie C über ϵ in einem doppellogarithmischen Plot auf. Bestimmen sie den Anstieg mittels linearer Regression und damit die Korrelationsdimension (Hinweis: `regress`).

1.4 Shannon-Entropie

Berechnen Sie die Renyi-Entropie 1. Ordnung (Shannon-Entropie) der x-Koordinate der Hénon-Abbildung. Zerlegen Sie dazu den Wertebereich in disjunkte gleichgroße Intervalle und bestimmen Sie die relative Häufigkeit mit der x in jedem der Intervalle zu finden ist (Histogramm $\rightarrow p_i$). Berechnen Sie die Shannon-Entropie

$$H = -\sum_i p_i ln(p_i) \qquad (3)$$

Bestimmen Sie die Shannon-Entropie in Abhängigkeit von unterschiedlich feinen Zerlegungen, indem Sie die Intervalllänge schrittweise verkleinern. Stellen Sie die Abhängigkeit der Shannon-Entropie von der Intervalllänge graphisch dar.