

MASTERARBEIT

**zur Erlangung des akademischen Grades
Master of Education**

Entwicklung einer Handreichung zum Umgang mit Messunsicherheiten im Physikunterricht der Sekundarstufe II

eingereicht von: Johannes Mauch



Gutachten von: Prof. Dr. Burkhard Priemer
Prof. Dr. Marek Kowalski

Eingereicht am Institut für Physik der Humboldt Universität zu Berlin
am 30. Mai 2023

Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit behandelt die Frage, inwieweit eine Thematisierung von Messunsicherheiten im Physikunterricht der Sekundarstufe II auf Basis des vereinfachten Modells nach [Hellwig 2012] am Beispiel des Fotoeffekts zulässig und sinnvoll erscheint. Es war zu prüfen, inwieweit der Standardversuch zur Bestimmung des Planckschen Wirkungsquantums per Gegenfeldmethode auch mit vereinfachter Unsicherheitenbewertung noch angemessene Ergebnisse hervorbringen kann. Weiterhin war die Handhabbarkeit im Schulunterricht und der didaktische Mehrwert zu belegen.

Im Anschluss an die Darlegung der Hintergründe zur historisch jungen, aber standardisierten Quantifizierung der Messunsicherheiten und der knappen Einführung in das Hellwigsche Modell, curriculare Vorgaben und didaktische Forschungsliteratur zu Messunsicherheiten in der Schule erfolgte eine Einführung zum untersuchten Experiment. Neben einer allgemeinen Einführung und dem skizzierten Experimentieraufbau wurde ein Modell der durchzuführenden Messung entsprechend des Standards [GUM 2008] aufgestellt und die Wahl des Experiments didaktisch legitimiert.

Anstelle der Aufnahme eigener Messwerte wurden verschiedene Messanordnungen mit bereits vorliegenden Daten untersucht und Auswertungen mit einem üblichen Regressionsverfahren nach [York et al. 2004] und dem vereinfachten Verfahren nach [Hellwig 2012] für alle Datensätze miteinander verglichen. Aufgrund des Abgleichs der Unsicherheitsabschätzungen der Eingangsgrößen sind die Ergebnisse der Datensätze auch untereinander gut vergleichbar. Die Ergebnis-Unsicherheiten lagen nach [York et al. 2004] bei etwa 5% und nach [Hellwig 2012] bei gut 10%. Für alle vier Varianten werden die erzielten Ergebnisse als fachlich angemessen eingeschätzt.

Die verwendete Methodik wird für den Einsatz in der Sekundarstufe II zudem als handhabbar eingeschätzt und birgt einigen Mehrwert für den Physikunterricht. So gibt der Versuch Raum, das Konzept der Messunsicherheiten zu vertiefen und neue Aspekte zu entdecken, wie es auch die neuen Bildungsstandards vorsehen. Für den skizzierten Versuch bietet sich zudem ein historisch-authentischer Ansatz für den Einsatz im Unterricht an. Die als Übersicht entwickelte Handreichung im Anhang kann für Aus- und Weiterbildungsangebote genutzt werden.

Inhaltsverzeichnis

Abkürzungsverzeichnis	1
1 Einleitung	2
2 Forschungsstand Messunsicherheiten	5
2.1 Grundlegende fachlich-physikalische Gedanken zu Messunsicherheiten	5
2.1.1 Historischer Hintergrund	5
2.1.2 Begriffsdefinition Messunsicherheit und Messabweichung	7
2.1.3 Konzept der Normalverteilung in der Physik	9
2.1.4 Abschätzung und Berechnung von Unsicherheiten	10
2.2 Grundlegende fachdidaktische Gedanken zu Messunsicherheiten	11
2.2.1 Reduziertes Sachstrukturmodell zu Messunsicherheiten	12
2.2.2 Staatliche Vorgaben für die Sekundarstufe II	14
2.2.3 Stand in der Schule	18
3 Erarbeitung eines Experiments: Fotoeffekt und Gegenfeldmethode	22
3.1 Grundlagen und Hintergründe zum Fotoeffekt	22
3.1.1 Fachlicher Hintergrund	22
3.1.2 Historischer Hintergrund	24
3.2 Aufstellen eines Modells der Messung	26
3.2.1 Praktischer Aufbau: h -Bestimmung durch Gegenfeldmethode	26
3.2.2 Messmodell	27
3.2.3 Annahmen für die h -Bestimmung	29
3.3 Begründung der Wahl des Experiments	31
3.3.1 Fachlich-didaktische Begründung	31
3.3.2 Curriculare Begründung	34
4 Auswertung vorhandener Messreihen	36
4.1 Beschreibung der Datensätze	36
4.1.1 Datensätze 1 und 2	37
4.1.2 Datensatz 3	38
4.1.3 Datensatz 4	39
4.2 Einheitliche Neuauswertung mit der York-Methode	39
4.2.1 Anpassung der Daten	40
4.2.2 Auswertung der Messdaten	41
4.3 einheitliche Auswertung nach Hellwig	43
4.3.1 Reduziertes Modell	43
4.3.2 Auswertungsergebnisse	44
5 Diskussion	46
5.1 Didaktische Einordnung der Ergebnisse	46
5.2 Grenzen der Fehlerbetrachtung nach Hellwig	49

6 Zusammenfassung und Ausblick	52
A Handreichung	54
B Auswertungsdaten	58
B.1 Einzelmesswerte der Datensätze 1 und 2	58
B.2 Rohdaten für die Auswertung	61
B.3 Messpunkte der Auswertung nach Hellwig	62
C Weiterführende Abbildungen	64
C.1 Reduziertes Sachstrukturmodell nach Hellwig	64
C.2 Übersicht zu Messwert, Abweichung und Unsicherheit aus dem GUM . .	68
Literatur	70
Danksagung	77
Selbstständigkeitserklärung	78

Abkürzungsverzeichnis

BIPM Internationales Büro für Maß und Gewicht. , 6

bzgl. bezüglich.

CGPM General Conference on Weights and Measures.

GK Grundkurs. , 33, 34

GUM Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement. , 6

HU Humboldt Universität zu Berlin. , 36, 37

i.d.R. in der Regel.

IQB Institut für Qualitätsentwicklung im Bildungswesen. , 13

ISO Internationale Organisation für Normung. , 6

JCGM Joint Committee for Guides in Metrology. , 6, 9

KMK Kultusministerkonferenz. , 13

LK Leistungskurs. , 17, 33, 34

MU Messunsicherheiten. , 1, 2, 4, 8, 10–12, 14–19, 32, 33, 45, 46, 48–50, 52, 56, 57

RLP Berliner Rahmenlehrplan. , 11, 16, 17, 52

Sek I Sekundarstufe I. , 3, 11, 12, 16, 18, 52

Sek II Sekundarstufe II. , 13, 18, 20, 32, 33, 47, 48, 51

SI Internationales Einheitensystem.

VIM Internationales Wörterbuch der Metrologie. , 6

1 Einleitung

Im 21. Jahrhundert gewinnen Daten und Datenerhebung auch jenseits der Physik zunehmend an Relevanz. Big Data in Form von großangelegter Datenerhebung und -auswertung ist in vielen Bereichen des Alltags, der Wissenschaft, der Journalistik und v.a. der wirtschaftlichen Wertschöpfung nicht mehr wegzudenken. Es wird sogar von Digitaler Revolution oder Daten als zentralem Rohstoff des 21. Jahrhunderts gesprochen.¹

Die Allgegenwärtigkeit von Datenerhebung und -verarbeitung lässt sich kaum übersehen. Sie wird sichtbar z.B. bei Wahlprognosen oder in immer häufiger erscheinenden Statistiken in Zeitungsartikeln und auf Nachrichtenseiten; sie bleibt im Hintergrund und teilweise verborgen z.B. bei Wettervorhersagen oder sogar gänzlich versteckt in technischen Hilfsmitteln des Alltags wie Spracheingaben und automatisierten Suchvorschlägen. Dieser allgegenwärtigen Präsenz der Datennutzung angemessen zu begegnen, ist für das selbstbestimmte, demokratische Leben von großer Bedeutung.

In der Physik wie in anderen Lebensbereichen ist das Ziel von Datenerhebungen stets das Gewinnen einer neuen oder das Überprüfen einer bereits existierenden Aussage – sei es ein linearer Zusammenhang im Experiment, eine Aussage zum Wetter von morgen oder die Entscheidung, welche Wortkombination mit dem empfangenen Strom an Schallwellen weiterzuverarbeiten ist. Da erhobene Daten in unserer Welt aber immer aus Messwerten und zugehörigen Unsicherheiten bestehen, wie in Abschnitt 2.1 ausgeführt wird, kann ohne Betrachtung und Diskussion dieser Messunsicherheiten (MU) die Bedeutung der aus den Messwerten gewonnenen Erkenntnis nicht abgeschätzt werden. Ein Messergebnis mit Messunsicherheit liefert eine Wahrscheinlichkeit, mit der bestimmte Werte dem Messergebnis entsprechen. So kann im Fall der Spracheingabe oder des Wetterberichts auch eine Aussage bestimmt werden, die entsprechend dem Messergebnis *am wahrscheinlichsten* zutrifft – diese wird dann ausgegeben oder

¹Zur Debatte und einem Überblick zum Thema vgl. z.B. Grothues 2019; Wikipedia 2022a.

weiterverarbeitet.

Umgekehrt ausgedrückt, ist eine experimentell gewonnene Erkenntnis ohne Einordnung auf Basis der Qualität genutzter Daten keine wirkliche Erkenntnis. Im Alltag ist dies in vielen prominenten Beispielen nachzuverfolgen. So war die Berichterstattung der Pandemie ein wahres "Datenfestmahl" mit diversen Darstellungen aus Erkrankungs- und Impfdaten, die sich in verkürzter Mediendarstellung zwangsweise in Teilen widersprechen mussten. Um das Portfolio solcher Darstellungen als Privatmensch für die Bildung einer eigenen und unabhängigen Meinung sinnvoll einordnen zu können, ist das Hinterfragen der Datenqualität von entscheidender Bedeutung. Diese Fähigkeit, die auch dem Bereich *Nature of Science*² zugeordnet werden kann, gilt es bei Schüler:innen und somit mündigen Bürgern der nächsten Generation zu schulen, damit sie zum demokratischen Leben unserer Gesellschaft selbstbewusst beitragen können. Das Fach Physik kann diesbezüglich einen großen Beitrag leisten, weil der Umgang mit MU ein inhärentes Thema des Faches ist. In den neuen Bildungsstandards für das Abitur und den daraus abgeleiteten Lehrplänen wird dieser Aspekt physikalischen Lernens inzwischen auch explizit gewürdigt, wie in Abschnitt 2.2 aufgezeigt wird.

Ziel dieser Arbeit ist es, den Einstieg zu diesem wichtigen und bisher im Physikunterricht zumeist unterbelichteten Themenkomplex auf physikalischer Ebene zu erleichtern. Zu diesem Zweck wird anhand eines typischen Experiments der Gymnasialen Oberstufe – dem Fotoeffekt – untersucht, inwiefern eine vereinfachte Analyse der MU nach [Hellwig 2012] bei diesem Experiment angemessen genutzt werden kann, um verschiedene Facetten des Konzepts der MU exemplarisch zu thematisieren. Die Ergebnisse münden in einer Handreichung für Lehrer:innen mit konkreten Ideen für den Physikunterricht, die auch für Fortbildungen in der Lehrkräfteaus- und -weiterbildung genutzt werden kann. Sie soll den Zugang zum Thema MU im Fach Physik niederschwellig ermöglichen und zudem deutlich machen, an welchen Stellen die Einbeziehung von MU gut möglich ist und an welchen sie sogar notwendig ist.

Zu diesem Zwecke wird zunächst in Kapitel 2 eine Übersicht zum fachdidaktischen Forschungsstand bezüglich des Themas gegeben. Die fachliche Frage zur Bedeutung von MU wird ebenso angerissen wie der Stand der Thematisierung von MU im Schulunterricht. Letzteres geschieht u.a. mithilfe der Analyse von bisherigen Lehrplänen und

²Vgl. Millar et al. 1998, z.B. „Recommendation nine“.

Lehrwerken und den neuen Bildungsstandards und Lehrplänen. Das Sachstrukturmodell von [Hellwig 2012] wird ebenfalls kurz eingeführt.

In Kapitel 3 wird der Fotoeffekt in verschiedenen Facetten eingeführt. Neben grundlegenden Gedanken zum fachlichen und historischen Hintergrund wird die didaktische Legitimierung und ein Messmodell zum in Berlin verpflichtenden Experiment der h -Bestimmung mittels Gegenfeldmethode ausgeführt. Die Abhandlung ist vorbereitend für die beiden folgenden Kapitel.

Als Kernstück der vorliegenden Arbeit werden in Kapitel 4 *Auswertung vorhandener Messreihen* die Auswertungsmethode nach [Hellwig 2012] und eine typisch universitären Auswertungsmethode anhand von vier verschiedenen Datensätzen vergleichend dargestellt. In Kapitel 5 werden die Ergebnisse des vorangegangenen Kapitels diskutiert und didaktisch eingeordnet. Die hier gewonnenen Erkenntnisse bilden die Basis der entwickelnden Handreichung. In modularer Ergänzung werden in Kapitel 6 *Zusammenfassung und Ausblick* außerdem Möglichkeiten der Abwandlung des Experimentieraufbaus, der Variation didaktischer Einbindung, sowie der Übertragung auf andere Kontexte, wie bspw. die Sekundarstufe I (Sek I), diskutiert und angeboten.

2 Forschungsstand

Messunsicherheiten

In diesem Kapitel werden v.a. grundlegende Fragen zu Messunsicherheiten (MU) in der Physik dargelegt. Abschnitt 2.1 beginnt mit einer fachlich-physikalischen Einordnung zum Sachverhalt, gefolgt von einem fachdidaktischen Überblick in Abschnitt 2.2.

2.1 Grundlegende fachlich-physikalische Gedanken zu Messunsicherheiten

In diesem Abschnitt werden verschiedene fachliche Perspektiven von MU beleuchtet. Zunächst sei im Folgenden die Begriffsdefinition geschärft, bevor weitere Details zur Bestimmung von Messunsicherheiten zusammengetragen werden.

2.1.1 Historischer Hintergrund

[Taylor 1988] fasst die Thematik zu Beginn seines Buchs „Fehleranalyse – Eine Einführung in die Untersuchung von Unsicherheiten in physikalischen Messungen“ folgendermaßen zusammen:

Die Fehleranalyse ist die Untersuchung und Berechnung der Unsicherheit von Messungen. Die Erfahrung hat gezeigt, daß keine Messung, wie sorgfältig sie auch durchgeführt werden mag, völlig frei von Unsicherheiten sein kann. Da die gesamte Struktur und Anwendung der Wissenschaft von Messungen abhängt, ist es von entscheidender Bedeutung, diese Unsicherheiten berechnen und so klein wie möglich halten zu können. [Taylor 1988, S. 3]

Er beschreibt die Unsicherheit als einer jeden Messung inhärent. Die (Be-)Deutung einer Messung fußt maßgeblich auf der Kenntnis ihrer Unsicherheit.

Diese eigentlich alte Erkenntnis hat einen langen Wandelprozess durchlaufen. Das immer genauere Vermessen – in den früheren Jahrhunderten vornehmlich von Positionen der sichtbaren Himmelsgestirne – ist spätestens seit Galilei und Kepler immer wichtiger geworden. Auch die verbesserten Instrumente gaben dazu immer häufiger Anlass. Im 17. bis 19. Jahrhundert wandelte sich z.B. das Modell von Licht als Welle oder Teilchen mit jeder genaueren Messung. So wurde Newtons Korpuskeltheorie³ aufgrund der Messung einer endlichen Lichtgeschwindigkeit durch Ole Rømer, mit konkreter Berechnung von Christian Huygens zwischen 1675 und 1679, für viele Jahre tragfähig. Aufgrund genauerer Messungen in verschiedenen optischen Medien u.a. durch Foucault wurde genau diese Theorie, die u.a. eine schnellere Ausbreitung des Lichts im optisch dichteren Medium vorhersagte, auch wieder verworfen.⁴

Das Angeben von Werten mit Unsicherheitsbereich ist heute in der Wissenschaft üblich und hat auch als Weltverständnis bzw. „Nature of science“ Eingang in die Didaktik gefunden. Noch vor 150 Jahren war dies alles andere als Standard, wie bspw. Ausführungen in [Balmer 1885, S. 82] zeigen.⁵ Balmer vergleicht Messungen verschiedener Physiker und findet durch Vergleich die zugrundeliegende Formel der nach ihm benannten Balmer-Serie. Messunsicherheiten sind in seinen Ausführungen nirgends quantifiziert – vielmehr spricht er z.B. von den „sehr genauen Messungen Angström’s“ und sieht die Übereinstimmung von dessen Werten mit seiner eigenen neuen Formel als „glänzendes Zeugnis für die grosse Gewissenhaftigkeit und Sorgfalt [...], mit welcher Angström bei seinen Operationen zu Werke gegangen sein muss“. Für Balmer ist die Übereinstimmung verschiedener Messwerte untereinander auch keine Selbstverständlichkeit, vielmehr eine Begebenheit, die „in höchstem Grade überraschen muss“.

Die quantifizierten Messunsicherheiten verdanken wir statistischen Bemühungen, basierend auf dem Gedanken der Normalverteilung nach Gauß.

³Siehe [Newton 1675] für die Theorie. Erste Ansätze der Korpuskeltheorie sind außerdem in seiner Ausarbeitung zum Prisma und Farben in [Newton 1672] zu finden und in seinem Gesamtwerk [Newton 1704].

⁴[Vgl. u.a. Foucault 1850]: „Zu bemerken ist, [...] dass der Versuch, indem er in dem Wasser eine geringere Geschwindigkeit als in der Luft nachweist, unwiderruflich zwischen beiden Systemen entscheidet. Hätte man das Umgekehrte gefunden, so wäre die Newton’sche Theorie noch haltbar [...]“. Zur Newtonschen Theorie des Lichts siehe auch Unterabschnitt 3.1.2 *Historischer Hintergrund* zum Fotoeffekt.

⁵Auch [GUM 2008] beschreibt die quantifizierten MU als „relatively new“ – siehe Absatz-Zitat in Unterabschnitt 2.1.2.

2.1.2 Begriffsdefinition Messunsicherheit und Messabweichung

In der Normung werden die Begriffe *Unsicherheit* und *Abweichung*, die [Taylor 1988] im gleichen Atemzug gebraucht, klar unterschieden.⁶ Unsicherheit entspricht dabei dem zuvor bereits beschriebenen, berechtigten „Zweifel“ an der Korrektheit des Messergebnisses.⁷ Entsprechend des vom JCGM⁸ herausgegebenen Leitfadens GUM ist mit *Unsicherheit* neben dem abstrakten Konzept zugleich auch ein konkreter Zahlenwert als Teil des Messwerts gemeint.

Abweichung hingegen bedeutet nach [GUM 2008, S. 36] die Differenz zwischen *Wahrem Wert* und gemessenem Wert. Da der Wahre Wert einer Messgröße stets unbekannt bleibt,⁹ ist auch die echte Abweichung der Messung nicht bestimmbar. Eine Ausnahme dazu bildet der „conventional true value (of a quantity)“, der als „value attributed to a particular quantity and accepted, sometimes by convention, as having an uncertainty appropriate for a given purpose“¹⁰ definiert wird – also ein per Konvention als wahrer Wert angenommener Messwert inklusive (sehr kleiner) Unsicherheit.¹¹ Relativ zu diesem als wahr angenommenen *Referenzwert* kann die Abweichung einer Messung bestimmt werden.

Der Kerngedanke der Unterscheidung zwischen Abweichung und Unsicherheit ist, zu verdeutlichen, dass trotz sorgfältigster Messung und Vermeidung bzw. Korrektur aller

⁶[Taylor 1988] benutzt den Begriff *Fehler* („Fehleranalyse“), der in dieser Arbeit – sowie in neuerer fachlicher (z.B. [JCGM 2009]) sowie didaktischer Literatur (z.B. [Heinicke 2017]) und in Veröffentlichungen wie den neuen Bildungsstandards [KMK 2020] – keine Verwendung findet. Das früher durchaus gebräuchliche Wort *Messfehler* impliziert, dass die Messung falsch oder fehlerhaft ausgeführt wurde. Gemeint sind aber die Konzepte *Unsicherheit* und *Abweichung*: Die Messung wurde korrekt durchgeführt, ist aber dennoch mit einer Unsicherheit behaftet und weist gegenüber dem unbekanntem "Wahren Wert" oder einem bekannten Referenzwert sicherlich eine Abweichung auf, die idealerweise im Rahmen der angegebenen Messunsicherheit liegt. War die Messung fehlerhaft, ist sie zu wiederholen. Die Messwerte sind genauer zu untersuchen und ggf. zu verwerfen – ggf. können auch neue Erkenntnisse daraus gewonnen werden. Fehlerhafte Messungen als solche zu identifizieren, ist die hohe Kunst des Experimentierens. Vgl. dazu [Hellwig 2012, Abschnitte 3.1.8 und 6.1.2].

⁷„The word ‘uncertainty’ means doubt, and thus in its broadest sense ‘uncertainty of measurement’ means doubt about the validity of the result of a measurement.“ [GUM 2008, S. 2, Nr. 2.2.1]

⁸Das *JCGM (Joint Committee for Guides in Metrology)* ist ein Zusammenschluss von sieben großen internationalen Standardisierungsorganisationen, u.a. des BIPM (Internationales Büro für Maß und Gewicht), welches ein einheitliches Einheitensystem entwickelte (seit 1960 SI) und kontinuierlich weiterentwickelt, und der ISO (Internationale Organisation für Normung), und ist Herausgeber des GUM (Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement) und des VIM (Internationales Wörterbuch der Metrologie).

⁹Vgl. die Ausführungen zu „true value“ in GUM 2008, Anhang D.3.

¹⁰GUM 2008, B.2.4 auf S. 32.

¹¹Beispiele sind das Urkilogramm, das inzwischen konzeptionell ersetzt wurde, oder die neuen Festlegungen der Naturkonstanten Avogadrokonstante, Plancksches Wirkungsquantum, Lichtgeschwindigkeit, etc.

Fehler und Störfaktoren immer noch eine Unsicherheit bzgl. des Messwerts bleibt – v.a. in Form statistischer Schwankungen, die auf minimale und unvermeidbare Veränderungen der Systembedingungen und auf Quanteneffekte zurückzuführen sind. In der *Introduction* und in den Anmerkungen zum GUM wird dies wie folgt benannt:

0.2 The concept of uncertainty as a quantifiable attribute is relatively new in the history of measurement, although error and error analysis have long been a part of the practice of measurement science or metrology. It is now widely recognized that, when all of the known or suspected components of error have been evaluated and the appropriate corrections have been applied, there still remains an uncertainty about the correctness of the stated result, that is, a doubt about how well the result of the measurement represents the value of the quantity being measured. [GUM 2008, Seite viii]

3.2 Keine Messung ist absolut genau. Wenn eine Größe gemessen wird, hängt das Ergebnis vom Messsystem [...], von der Umgebung und von weiteren Einflüssen ab. Selbst wenn die Größe mehrmals auf die gleiche Weise und unter denselben Bedingungen gemessen würde, wäre der Anzeigewert immer unterschiedlich [...] vorausgesetzt, das Messsystem hat eine ausreichend hohe Auflösung, um zwischen den Anzeigewerten unterscheiden zu können. [JCGM 2009, Seite 9]

Zudem ist die Wohldefiniertheit einer Messgröße ein nicht zu unterschätzendes Problem bei der Suche nach einem wahren Wert. In [GUM 2008, Anhang D] wird die Messung der Dicke eines Stück Papiers als Beispiel genommen. Trotz präziser Messung und der Anwendung von Korrekturtermen für die von den definierten Bedingungen minimal abweichenden Messwerte von Druck und Temperatur bleibt z.B. die Variation der Dicke des Blattes an verschiedenen Stellen als unvermeidbare natürliche Streuung, da der Ort der Messung auch nicht beliebig exakt bestimmt sein kann und zudem nur endlich viele Werte an verschiedenen Stellen des Blattes aufgenommen werden können. Diese Streuung wäre das Mindestmaß für die Unsicherheit der Blattdicke (egal ob als Einzelmesswert oder als Funktion des Messpunktes). Der wahre Wert bleibt eine Idealisierung. Stattdessen spricht man von einem Bestwert (der Messung) und seiner Unsicherheit und gibt sie für eine beliebige Messgröße x mit dem Bestwert x_{Best} und seiner Unsicherheit

u_x folgendermaßen an:¹²

$$x = x_{Best} \pm u_x \quad (2.1)$$

Per Konvention nimmt man an, dass dieser so definierte Bereich zu einer gewissen Wahrscheinlichkeit auch den Wahren Wert umschließt. Bei einer Wahl der Unsicherheit von 1σ unter der Annahme einer normalverteilten Grundgesamtheit beträgt diese Wahrscheinlichkeit üblicherweise 68%.

2.1.3 Konzept der Normalverteilung in der Physik

Ein sehr großer Anteil der in den Naturwissenschaften und sogar in den Sozialwissenschaften zu messenden Verteilungen sind normalverteilt oder zumindest sehr nahe an einer Normalverteilung – so genau wir das eben bestimmen können. Daher ist die Annahme einer Normalverteilung und das Rechnen mit einer Gaußfunktion und den sich daraus ableitenden charakteristischen Werten *Mittelwert* und *Standardabweichung* in vielen Fällen eine zulässige Näherung.¹³

Auch bei Überlagerung von nicht-normalverteilten Größen stellt sich meist eine Normalverteilung ein: So zeigt [Taylor 1988, Abschnitt 10.5, S. 175 f.], dass bei mehreren zufälligen Fehlerquellen sich stets eine Normalverteilung ergibt. Die zugrundeliegende Annahme ist dabei, dass alle Schwankungen, denen eine Messung unterliegt, zufällig sind – dass unkontrollierte Umweltbedingungen bspw. dazu führen, dass Messergebnisse durchschnittlich in der gleichen Häufigkeit und Ausprägung über- wie unterschätzt werden. Die Annahme der Symmetrie ist dabei natürlich – u.a. auch weil asymmetrische Verschiebungen in systematischen Korrekturtermen erfasst werden.¹⁴

Die Normalverteilung der Messwerte um einen Erwartungswert ist ein fundamentales Konzept für das Messwesen, besonders für die Bestimmung der Unsicherheit einer Messung. Die in dieser Arbeit verwendeten Berechnungsmethoden für MU beruhen auf der Annahme der Normalverteilung.

¹²Vgl. Taylor 1988, S. 5 ff. und S. 13 ff.

¹³Vgl. [Taylor 1988, S. 107]. Diese Normalverteilung entspricht zudem einer Binominalverteilung mit $p = \frac{1}{2}$ und großer Stichprobe n . Die Student-Verteilung bildet die geläufige Annäherung an die Normalverteilung für kleine Messwert-Kohorten [Vgl. Student 1908].

¹⁴Vgl. auch Taylor 1988, Abschnitt 5.3, S. 96 ff.

2.1.4 Abschätzung und Berechnung von Unsicherheiten

Die JCGM legt mit ihrem *Guide to the expression of uncertainty in measurement (GUM)*¹⁵ Regeln zur standardisierten Berechnung von Unsicherheiten vor. Folgende Punkte sind zu beachten:

- Aufstellen eines präzisen Messmodells, welches die Zielgröße Y in Abhängigkeit von allen zu beachtenden Eingangsgrößen X_i bestimmt: $Y = f(\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_n)$ mit \bar{X}_i als Bestwert der Messung der Eingangsgröße X_i . Dieses Messmodell gewinnt mit der Präzision der Messung i.d.R. an Komplexität, da immer mehr Störfaktoren als zu messende Eingangsgrößen Berücksichtigung finden.¹⁶ Das Messmodell trifft Aussagen darüber, welche Variablen Berücksichtigung finden und welche ggf. außenvor gelassen werden. Außerdem ist festzulegen, wie oft eine Messung der Eingangsgrößen zu wiederholen ist und wie die Standardunsicherheiten der Eingangsgrößen zu ermitteln sind (Typ A oder Typ B, aber nicht doppelt).
- Werte zu den Eingangs-Messgrößen einschließlich Unsicherheiten entsprechend des Messmodells aufnehmen; Bestwerte und Standardunsicherheiten berechnen, z.B. als arithmetische Mittel und Standardabweichungen einer Serie von wiederholten Messungen (Typ A) oder durch einfache Messung und geschultes Abschätzen¹⁷ anhand vorliegender Informationen (Typ B)
- Ggf. Korrekturwerte einschließlich Unsicherheiten für systematische Messabweichungen auf die Eingangswerte applizieren – der systematische Gerätefehler eines Voltmeters wäre z.B. ein Korrekturwert der Größe $+0V$ mit einer entsprechenden Unsicherheit. Der Korrekturwert wird zum Bestwert der Messung \bar{X}_i addiert; die Unsicherheit des Korrekturwertes wird zur Standardunsicherheit der gemessenen Spannung addiert. Abbildung C.5 in Anhang C veranschaulicht dies.¹⁸
- Messergebnis der Zielgröße Y berechnen, inkl. der kombinierten Standardunsicherheit $u_c(Y)$ entsprechend der Unsicherheitsfortpflanzung, korreliert oder nicht korreliert [vgl. GUM 2008, Kapitel 5].

¹⁵GUM 2008.

¹⁶Vgl. in [GUM 2008, Anhang H] für solche Beispiele.

¹⁷„scientific judgement“, vgl. [GUM 2008, Abschnitt 4.3.1].

¹⁸Vgl. auch JCGM 2009, S. 10 Punkt 3.4.

Das wiederholte Messen der Eingangsgrößen entsprechend Messmodell deckt dabei die nicht quantifizierbaren statistischen Schwankungen ab. Dies können z.B. Schwankungen aufgrund einer inexakten Definition der Messgröße (Bsp. unterschiedliche Papierdicke an verschiedenen Stellen auf die Frage „*Wie dick ist das Papier bei 20 °C und Normaldruck mit Mikrometer als Messmittel?*“) oder mangelnde Möglichkeiten der Kontrollier- und Messbarkeit sein.

Alternativ zu dem obigen Vorgehen, schlägt [GUM 2008] vor – sofern möglich – zuerst aus allen Einzelmessungen $X_{i,k}$ Einzelwerte Y_k der Zielgröße zu berechnen und dann einen Bestwert Y mit kombinierter Standardunsicherheit $u_c(Y)$ zu ermitteln, z.B. über Mittelwert und Standardabweichung.¹⁹ Ein Korrekturwert $Y_c \pm u(Y_c)$ für systematische Messabweichungen müsste entsprechend auf Y und $u_c(Y)$ angewandt werden.

$$Y_k = f(X_{1,k}, X_{2,k}, \dots, X_{n,k}) \quad (2.2)$$

$$Y = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N Y_k \quad (2.3)$$

$$u_c(Y) = \sigma(Y) + u(Y_c) \quad (2.4)$$

Dieses Vorgehen ist, wenn möglich, das zu bevorzugende Vorgehen, da es auch bei komplexeren, nicht-linearen Abhängigkeiten korrekte Ergebnisse liefert.²⁰

Die gesamte Prozedur kann auch mehrschichtig sein. Wenn der errechnete Zielwert $Y \pm u_c(Y)$ zur weiteren Berechnung für einen weiteren Zielwert verwendet wird, ist die Prozedur zur Ermittlung von Bestwert und Standardunsicherheit erneut mit entsprechendem Messmodell durchzuführen.

2.2 Grundlegende fachdidaktische Gedanken zu Messunsicherheiten

Der vorangegangenen fachlich-systematischen Sicht folgt nun ein Einblick in die fachdidaktische Sicht auf MU. In Unterabschnitt 2.2.1 wird der Vorschlag von [Hellwig 2012] für

¹⁹Im allgemeinen Fall geschieht dies über Integration der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Messwertverteilung [vgl. hierzu Hellwig 2012]. Im Fall, dass die Grundgesamtheit normalverteilt erscheint – eine Annahme, die oft getroffen wird, aber wohlüberlegt sein will – genügen das arithmetische Mittel und die Standardabweichung.

²⁰Vgl. GUM 2008, Notiz zu 4.1.4; Taylor 1988, Abschnitte 4.3-4.6 auf S.78 f.

eine Transformation der fachlichen Struktur zum Thema MU für den schulischen Kontext in – für die Belange dieser Arbeit relevanten – Auszügen dargelegt.

Im Unterabschnitt 2.2.2 *Staatliche Vorgaben für die Sekundarstufe II* wird ein Blick in den Berliner Rahmenlehrplan (RLP) und die KMK-Bildungsstandards geworfen, während im Unterabschnitt 2.2.3 *Stand in der Schule* ein Herantasten an die schulische Realität erfolgt, um besser verorten zu können, welche Zielvorstellungen aus der gegenwärtigen Situation und den modernen Anforderungen und Standards gewonnen werden können.

2.2.1 Reduziertes Sachstrukturmodell zu Messunsicherheiten

[Hellwig 2012] legt ein für die Sekundarstufe I (Sek I) reduziertes Sachstrukturmodell zur Thematisierung von MU vor. Das Modell zeigt vier Dimensionen von MU auf, die jeweils 2-3 Konzepte zum Verständnis und dem Umgang mit MU beinhalten. Dieses reduzierte Modell bildet die fachliche Struktur vollständig ab und rekonstruiert eine didaktische Struktur, die alle vier Dimensionen von MU des ursprünglichen, fachlich vollständigen Sachstrukturmodells in reduzierter Form beinhaltet (Konzepte in Klammern):

1. Grundsätzliche Existenz (Ursachen der MU; Unterscheidung MU – Abweichung)
2. Einfluss auf das Messwesen (Ziel der Messung; Ergebnis der Messung)
3. Erfassung (MU bei direkter Messung Typ A/B; Zusammengesetzte MU)
4. Aussagekraft (Verlässlichkeit; Vergleich von Messwerten; Regression)

Eine graphische Darstellung mit allen Komponenten des Modells findet sich in Anhang C Abbildungen C.1 bis C.4.

[Hellwig 2012] zeigt anhand von Reduktionsvorschlägen und einer Lehrkräftebefragung zu diesen Vorschlägen, dass alle vier Dimensionen für den Schulunterricht relevant sind und zudem mit den in der Arbeit gelieferten Vorschlägen sogar im Physikunterricht der Sek I umsetzbar sind. Dies ist v.a. für die Dimension 3 *Erfassung* beachtlich, da diese Dimension mit der Quantifizierung von Unsicherheiten und der Unsicherheitenfortpflanzung einen äußerst zentralen Aspekt der Betrachtung von MU darstellt, der gleichzeitig durch die anspruchsvolle Mathematik, die darin steckt, überaus unzugänglich für Schuler:innen, besonders der Sek I, ist. [Hellwig 2012, Abschnitte 8.5 und 9.3.1]

verfolgt hier einen Ansatz der Maximalabschätzung, der auf Mathematik jenseits von Mittelwerten und Bruchrechnung verzichtet. Sowohl für Unsicherheiten des Typs A wie auch des Typs B werden „auf verschiedene Weise Minimal- und Maximalwert eines Messergebnisses bestimmt“, ²¹ sodass sich ein Vertrauensgrad von 100% ergibt. Für Typ A Unsicherheiten ist das Unsicherheitsintervall durch den Betrag der maximalen Abweichung eines Messwerts vom Mittelwert $|a_{max}|$ bestimmt. Dieses Ergebnis wird zudem auf eine Stelle gerundet und bildet die MU. Das Messergebnis x der Messgröße X ist wie folgt darzustellen:

$$x = \bar{x} \pm |a_{max}| \quad (2.5)$$

Für Typ B gilt Gleichung 2.5 gleichermaßen. $|a_{max}|$ wird hier jedoch durch Abschätzen auf Basis aller zur Verfügung stehenden Informationen gewonnen. Das klassische Beispiel ist hier das Ablesen einer Skala, wie z.B. einem Lineal mit einer Skaleneinteilung von 1mm. Hier lohnt sich das wiederholte Messen unter gleichen Bedingungen (also mit demselben Lineal durch die gleiche Person) i.d.R. nicht – eine Unsicherheitsbestimmung nach Typ B ist die sinnvollere Variante. Liegt das abzulesende Ergebnis zwischen zwei Skalenstrichen, werden die benachbarten Striche als Maximal- und Minimalwert des Messergebnisses und der Mittelwert beider als Bestwert angenommen. Die MU ist in diesem Fall $u_x = |a_{max}| = x_{max} - \bar{x} = 0,5mm$ und das Messergebnis entsprechend Gleichung 2.5.

Zur Unsicherheitenfortpflanzung wählt [Hellwig 2012, Abschnitte 8.6 und 9.3.2] das Addieren aller Unsicherheitseinflüsse. Für mehrere Einflüsse einer Größe sowie für die Addition mehrerer unsicherheitsbehafteter Größen werden absolute MU addiert, während bei Produkten und Quotienten relative Unsicherheiten addiert werden. Exponentialfunktionen finden in diesem Konzept für die Sek I keine Berücksichtigung.

Ausgleichsgeraden werden in [Hellwig 2012, Abschnitte 8.10 und 9.4.3] thematisiert. Die vereinfachte Regression erfolgt graphisch auf Papier, indem alle Messergebnisse als Punkte bzw. kleine Kreuze mit einem Unsicherheitsrechteck in ein Koordinatensystem eingetragen werden und anschließend die beiden Geraden mit dem größt- bzw. kleinstmöglichen Anstieg konstruiert werden, die durch alle Unsicherheits-Kästchen

²¹Hellwig 2012, S. 125.

verlaufen.

Die Gerade, deren Achsenabschnitt und Steigung genau zwischen denen beider derartig konstruierten Geraden liegt, entspricht der sinnvollsten Ausgleichsgeraden. [...]

In manchen Fällen ist es nicht möglich, eine Ausgleichsgerade zu konstruieren, die sämtliche Unsicherheitsrechtecke schneidet, sodass einzelne Messpunkte nicht erfasst werden können. Dies könnte zunächst darauf hindeuten, dass die Unsicherheiten der Messwerte nicht groß genug bestimmt wurden. Trifft diese Vermutung jedoch nicht zu, sollte die Messung im Idealfall wiederholt werden. Wiederholen sich diese „Ausreißer“, muss die Annahme eines linearen Zusammenhangs zwischen den entsprechenden Größen hinterfragt bzw. verworfen werden. [Hellwig 2012, S. 186]

In dieser Arbeit liegt ein Fokus auf der Untersuchung, inwieweit mit dieser vereinfachten Auswertungsprozedur auch für einen Schulversuch zum Fotoeffekt angemessene Ergebnisse erzielt werden können. Ungeachtet dessen ist es im Rahmen der Untersuchung des Schulexperiments zum Fotoeffekt auch interessant, die beiden Dimensionen *Grundsätzliche Existenz* und *Einfluss auf das Messwesen* zu beachten. Ausführungen dazu erfolgen dann an geeigneter Stelle im Unterabschnitt 3.3.1.

2.2.2 Staatliche Vorgaben für die Sekundarstufe II

Seit 2020 gibt es Bildungsstandards für den Physikunterricht bzw. die auf diesen Unterricht folgenden Abiturprüfungen der Sekundarstufe II (Sek II). Diese Standards werden im Auftrag der Kultusministerkonferenz (KMK) vom Institut für Qualitätsentwicklung im Bildungswesen (IQB) entwickelt. Sie definieren die Kompetenzen, über die alle Schüler:innen in Deutschland mit Abschluss der Sek II verfügen sollen – also Abiturstandards. Unter Kompetenz versteht die KMK dabei „die Fähigkeit [...], Wissen und Können in den jeweiligen Fächern zur Lösung von Problemen anzuwenden. Die in den Bildungsstandards definierten Kompetenzen werden durch Beschreibungen von Anforderungen konkretisiert.“²² KMK-Bildungsstandards existieren derzeit für die Fächer Mathe, Deutsch, Englisch, Französisch und seit 2020 auch für Physik, Chemie und Biologie.

²²KMK 2020, S. 3.

Das Besondere an den neuen Bildungsstandards ist, dass der Komplex Messunsicherheiten explizit, wie implizit an mehreren Stellen aufgegriffen wird. Implizit findet dies bereits in der Einleitung, wenn von „wissenschaftspropädeutische[r] Bildung“²² die Rede ist, und in der Präambel statt. Die Präambel führt den Bildungsbeitrag der Naturwissenschaften, das Kompetenzmodell und den Bildungsbeitrag des Faches Physik aus. Hier ist es v.a. das Beurteilen (von Daten²³), welches implizit das Thematisieren von Messunsicherheiten einfordert. Im Abschnitt zur Bewertungskompetenz findet sich die Argumentation aus der Präambel auch weiter ausgeführt wieder:

Um selbstbestimmt an gesellschaftlichen Meinungsbildungsprozessen teilhaben zu können, beziehen Lernende im Kompetenzbereich Bewerten bei gesellschaftlich relevanten Fragestellungen mit fachlichem Bezug kriteriengeleitet einen eigenen Standpunkt und treffen sachgerechte Entscheidungen.

Der Kompetenzbereich *Bewerten* geht dabei weit über das Bewerten von Daten hinaus, vielmehr geht es auch um das Diskutieren und Einschätzen von gesellschaftlichen Fragestellungen, wie das folgende Zitat aus dem gleichen Absatz zeigt:

Physikalisch kompetent bewerten heißt also, über die rein sachliche Beurteilung von physikalischen Aussagen hinauszugehen, weshalb rein innerfachliche Bewertungen z. B. der Anwendbarkeit eines Modells, der Güte von Experimentierergebnissen oder der Korrektheit fachwissenschaftlicher Argumentationen den anderen drei Kompetenzbereichen zugeordnet sind.
[KMK 2020, S. 17]

Diese Formulierung deckt sich auch mit der in der Einleitung dieser vorliegenden Arbeit formulierten Motivation. Das intensive Auseinandersetzen und Lernen am Gegenstand physikalischer Daten schult die allgemeine Bewertungskompetenz und ermöglicht es später, den Blick zu weiten und komplexere (gesellschaftliche) Sachverhalte einzuschätzen und zu bewerten. Das in diesem Kompetenzbereich geforderte Argumentieren kann an physikalischen Sachverhalten geübt werden, um bei überfachlichen und gesellschaftlichen Themen außerdem physikalische Perspektiven einbringen zu können.

Explizite Erwähnungen von MU sind im Kompetenzbereich *Erkenntnisgewinnung* (Kompetenz 2) zu finden. Bereits der zusammenfassende Absatz am Beginn des Kapitels

²³Vgl. KMK 2020, S. 9 f.

lautet:

Im Bereich der Erkenntnisgewinnungskompetenz wird auf erhöhtem Anforderungsniveau vermehrt auf einen formalen Umgang mit Messunsicherheiten und auf die Reflexion über Vor- und Nachteile oder die Aussagekraft verschiedener Mess- und Auswertungsverfahren Wert gelegt.

Im Teilkompetenzbereich *2.2.3 Erkenntnisprozesse und Ergebnisse interpretieren und reflektieren* heißt es explizit:

Die Lernenden [...]

E7 berücksichtigen Messunsicherheiten und analysieren die Konsequenzen für die Interpretation des Ergebnisses;²⁴

Es finden sich viele weitere implizite Hinweise auf MU, besonders im Kompetenzbereich Erkenntnisgewinnung, nämlich immer dann, wenn es um Auswertung von Daten oder die Interpretation von Relevanz und Gültigkeit gewonnener Aussagen geht:

Physikalische Erkenntnisgewinnung ist [...] bestimmt durch [...] empirische Methoden, v. a. das Experimentieren, mit denen Gültigkeit und Relevanz dieser Beschreibung abgesichert werden.

Dieses Wechselspiel von Theorie und Experiment in der naturwissenschaftlichen Forschung umfasst typischerweise folgende zentrale Schritte: [...] Auswertung, Interpretation und methodische Reflexion zur Widerlegung bzw. Stützung der Hypothese sowie zur Beantwortung der Fragestellung.

Experimentelle Ergebnisse [...] werden interpretiert und der gesamte Erkenntnisgewinnungsprozess wird im Hinblick auf wissenschaftliche Güte reflektiert.²⁴

Außerdem streifen die Kompetenzen E5 (Experimente planen) und E11 (Möglichkeiten und Grenzen des Erkenntnisgewinnungsprozesses reflektieren) das Gebiet MU.

Auch in der Sachkompetenz finden sich Anhaltspunkte, den zu ihr gehört die „quantitative Auswertung von Messergebnissen anhand geeigneter Theorien und Modelle. Ihre Eigenschaften wie Gültigkeitsbereiche, theoretische Einbettungen und Angemessenheit

²⁴KMK 2020, S. 14 f.

ebenso wie ein angemessener Grad der Mathematisierung sind dabei zu berücksichtigen.“²⁴ Die Teilkompetenzen S5 und S6 sind die entsprechenden Kompetenzen dieses Bereichs, die auf MU hinweisen.

In den Basiskonzepten finden MU Eingang im Konzept *Zufall und Determiniertheit*, wo Messunsicherheiten als Beispiel des Auftretens von Zufall gegeben werden. Von Seiten staatlicher Rahmgebung sind zahlreiche Anhaltspunkte für eine vertiefte Auseinandersetzung mit dem Konzept der Messunsicherheiten in diversen Facetten gegeben.

Vorgaben des neuen Berliner Rahmenlehrplans Im neuen RLP sind Kompetenzen und Basiskonzepte – anders als im RLP der Sek I – mit identischem Wortlaut aus den Bildungsstandards übernommen. Hier gilt alles zuvor erwähnte in gleichem Maße, was nicht überraschen sollte.

Im Bereich der konkreten Inhalte ist der RLP deutlich präziser als die Bildungsstandards, die hier bewusst allgemein gehalten sind, um die verschiedenen Praktiken der unterschiedlichen Länder zu respektieren und eine langsame Angleichung unter Beibehaltung der fachlichen Vielfalt zu ermöglichen. Berlin sieht die Thematisierung von MU v.a. im Themenfeld 1 *Gravitationsfeld, elektrisches und magnetisches Feld* explizit vor, das in weiten Teilen der Wiederholung und Vertiefung von Stoff (v.a. rund um die Induktion) dient:²⁵

In Experimenten sollen die Methoden der Auswertung und der Umgang mit Messunsicherheiten aus der Sekundarstufe I vertieft werden. An geeigneten Messreihen sind die Größen systematische und zufällige Messabweichungen, absolute und relative Abweichungen, Mittelwert und Standardabweichung zu thematisieren. Diese Verfahren sind in den nachfolgenden Themenfeldern weiter zu festigen.²⁶

Aus diesem Absatz wird deutlich, dass MU als Querschnittsthema gesehen werden, für welches im ersten Themenfeld alle nötigen Grundlagen nochmals explizit gelegt (aufgefrischt und vertieft) werden sollen, um das Nutzen von Wissen und Kompetenzen bzgl. MU in den kommenden Themenfeldern vorzubereiten.

²⁵In den Themen für die Einführungsphase ist in den *Charakteristische[n] Denk- und Arbeitsweisen in der Physik* die Thematisierung von MU explizit vorgeschrieben. [Vgl. SenBJF 2021, S. 19]

²⁶SenBJF 2021, S. 24.

Im Themenfeld 2 ist für den Leistungskurs (LK) der Millikan-Versuch exemplarisch als Schwerpunkt zum Diskutieren von Messunsicherheiten vorgesehen. Für diesen Versuch erscheint die Berücksichtigung von Unsicherheiten als überaus nötig, aber gleichfalls schwierig, wie in Kapitel 6 *Zusammenfassung und Ausblick* gezeigt wird.

Im Vergleich mit dem vorausgehenden RLP, in welchem das Wort *Messunsicherheit* nicht auftaucht und das Konzept dahinter mit der kurzen Erwähnung von *Fehlerrechnung* im Rahmen von Auswertung von Experimenten nur in Ansätzen mitgedacht wurde, ist eine sehr deutliche Veränderung zugunsten des Themenkomplexes MU erkennbar.²⁷

2.2.3 Stand in der Schule

In diesem Unterabschnitt zeigt ein kurzer Blick in Lehrbücher und didaktische Literatur, inwieweit die zuvor dargestellten fachlichen und didaktischen Konzepte, sowie die Vorgaben der Schulpolitik Einzug in die Schule erhalten.

Unterrichtsmaterial – Lehrbücher Das Konzept der Messunsicherheiten nimmt in Schullehrbüchern wenig Raum ein. I.d.R. findet die Thematisierung im Rahmen eines Kapitels zu *Denk und Arbeitsweisen* bzw. *Methoden der Physik* am Anfang oder Ende eines Lehrbuchs statt, welche jedoch keinerlei Verknüpfung zum Rest des Buches aufweist.²⁸ Die Thematisierung geschieht zudem i.d.R. unter Begriffen wie *(Mess-)Fehler*, *Fehlerbetrachtung* oder *Fehlerrechnung* bzw. *-fortpflanzung*. Die Differenzierung zwischen Unsicherheit und Abweichung bleibt außen vor – der Begriff *Messunsicherheit* wird, sofern er auftaucht, synonym zu *Messfehler* verwendet. Auch in angeführten Experimenten bleiben Besprechungen zu Messunsicherheiten unberücksichtigt. Ein prominentes Beispiel dafür ist [Lannert 2017] – ein Heft, welches nur aus Experimentiervorlagen besteht; problematisch wird es in jenem Moment, in welchem Hypothesen quantitativ mithilfe selbst aufgenommener Messwerte überprüft werden sollen, wie für die meisten Experimente dieses Hefts vorgesehen ist. Auch neuere Werke, die nach Veröffentlichung der neuen Bildungsstandards gedruckt wurden, gehen bisher nicht vertieft auf den Themenkomplex MU ein.²⁹ Beim Unterrichtsmaterial ist für eine angemessene Unterstützung

²⁷Vgl. SenBJF 2006.

²⁸So z.B. in [Meyer et al. 2011] und [Diehl et al. 2008].

²⁹So z.B. in [Bader et al. 2021], welches auf jegliche Thematisierung verzichtet.

der Thematisierung von MU im Physikunterricht der Sek II noch Aufholarbeit zu leisten.

Lehrereinstellungen Die Notwendigkeit der Einbeziehung von MU in den Physikunterricht ist auf den bisherigen Seiten dieser Arbeit und in anderen Arbeiten bereits hinreichend belegt.³⁰ Für die Frage, inwiefern eine Umsetzung im Unterricht gelingt, bieten Ergebnisse von Befragungen von Lehrkräften, aus denen deren Haltungen zum Thema MU deutlich werden, einen ersten Einblick.

In [Hellwig 2012] erfolgt die Evaluation des reduzierten Sachstrukturmodells auf Basis einer Lehrkräftebefragung. Die Befragten sollen einschätzen,

1. inwieweit der Themenkomplex relevant für den Unterricht der Sek I ist – die einzelnen Aspekte der zehn Konzepte werden jeweils aufgeschlüsselt abgefragt
2. inwiefern der vorgelegte Reduktionsvorschlag als angemessen empfunden wurde

Auffällig ist bspw., dass 50% der befragten Lehrkräfte den Aspekt *Definition und Eigenschaften der Messunsicherheit* aus dem Konzept 1.2 *Unterscheidung von Messunsicherheit und Messabweichung* für „nicht relevant“ für den Physikunterricht halten, die Aspekte zu Messabweichungen hingegen schon. Dies deckt sich gut mit dem zuvor bereits aufgezeigten Standard in Lehrbüchern – dort wird ebenfalls nicht zwischen Unsicherheit und Abweichung differenziert.³¹

Auffällig sind ebenfalls die Befragungsergebnisse zu Konzept 3.1 *Erfassung einer Unsicherheitskomponente bei direkter Messung*. Die klare Mehrheit der Lehrkräfte (13 bzw. 14 von 18) schätzt alle Aspekte dieses Konzepts als „nicht relevant“ für die Sek I ein, während nach der Betrachtung des reduzierten Vorschlags „von den meisten Lehrkräften die Fragen derart beantwortet [wurden], dass entsprechend der gegebenen Kriterien der Text als zufriedenstellend eingeschätzt wurde“. Weiterhin heißt es:

Nur eine Lehrkraft äußerte sich kritisch gegenüber der im Text enthaltenen Inhalte. So merkte sie an, dass die Ermittlungsmethode B „kaum zu vermitteln“ sei.³²

³⁰Vgl. hierzu u.a. Heinicke 2017; Heinicke et al. 2010; Hellwig 2012; Hellwig et al. 2017; Kok et al. 2020; Ludwig et al. 2017.

³¹Vgl. Hellwig 2012, Abschnitt 8.2.1 und die entsprechenden Ergebnistabellen in Anhang D.

³²Vgl. Hellwig 2012, Abschnitt 8.5, Zitiert von Seite 129.

Eine mögliche Erklärung könnte sein, dass – in Übereinstimmung mit den vorherigen Ausführungen, auch zu Lehrwerken – das Konzept von Messunsicherheiten vom Begriff der MU, über die Trennung der Konzepte Abweichung und Unsicherheit, bis hin zum konkreten Einsatz des Konzepts im Physikunterricht nicht allen Lehrkräften in voller Tiefe geläufig ist. Diese Vermutung bleibt dahingestellt und könnte Gegenstand weiteren Untersuchungen sein.

In einer repräsentativen Befragung Baden-Württembergischer Physiklehrkräfte allgemeinbildender Gymnasien zum Thema MU gelangte [Möhrke 2020] zu dem Ergebnis, dass „eine Behandlung von Unsicherheiten im Physikunterricht der Sekundarstufe 1 in Baden-Württemberg nur in einem sehr geringen Umfang Eingang findet“. Auch dies steht in Einklang mit den vorherigen Ausführungen. [Höttecke et al. 2015, S. 130] legt nahe, dass bei Lehrkräften „generell ein Mangel an Schüler- und Lernorientierungen“ bestehe und eine „klare Orientierung am Lehren und Lernen über die Natur der Naturwissenschaften [...] kaum zu erkennen [ist], weil es an didaktischen Strategien z. B. zum Umgang mit Offenheit und Unsicherheit mangelt.“ Der Themenkomplex MU ist eindeutig dem im vorstehenden Zitat erwähnten Bereich *Nature of Science* zuzuordnen. Dieser Umstand liefert zumindest eine erste Deutung und lässt es als weniger verwunderlich erscheinen, dass dem Konzept der MU und seinen Details im Physikunterricht nur geringe Bedeutung zukommt, wie die zuvor einbezogenen Ergebnisse nahelegen. Dies steht dennoch im Kontrast zu der im Vorfeld dargelegten Bedeutung der Thematisierung von MU für den Bildungsbeitrag des Faches Physik und auch zu den zitierten Bildungsstandards.

Andere Arbeiten zu Schulexperimenten Zu Möglichkeiten des Thematisierens von MU im Physikunterricht auf Basis des Modells von [Hellwig 2012] existieren bereits weitere Arbeiten, die für einzelne Experimente oder an Experimente angelehnte Lernumgebungen Vorschläge zur Umsetzung im Unterricht herausgearbeitet haben. Ausgewählte Beispiele hierfür sind:

- Materialbestimmung einer 1-Cent-Münze anhand von Dichtebestimmungen in [Hellwig et al. 2017]
- Zeitmessung beim 100m-Lauf in [Hellwig et al. 2017]
- Einfluss der Masse auf die Schwingungsdauer des Pendels in [Ludwig et al. 2017]

- Quantitatives Überprüfen des Ohmschen Gesetzes in [Kok et al. 2020]
- Datenanalyse vom Nachweis des Higgs-Boson in [zur Nedden et al. 2020]

Die vorliegende Arbeit bietet eine weitere Ergänzung zu diesen bereits erarbeiteten Vorschlägen und prüft für den Fotoeffekt eine mögliche Umsetzung im Rahmen des Physikunterrichts der Sek II ausführlich.

3 Erarbeitung eines Experiments:

Fotoeffekt und Gegenfeldmethode

In diesem Kapitel werden Grundlagen und Hintergründe des Fotoeffekts und der Gegenfeldmethode zur Bestimmung des Planckschen Wirkungsquantums aus fachlicher und didaktischer Sicht herausgearbeitet. Dies bildet die Basis für die Auswertung der Datensätze in Kapitel 4 und 5.

Dazu werden zunächst fachliche Hintergründe in Abschnitt 3.1 gesammelt, bevor in Abschnitt 3.2 entsprechend Unterabschnitt 2.1.2 ein Messmodell aufgestellt wird, welches die Grundlage bildet, auf der im nachfolgenden Kapitel 4 die Daten ausgewertet werden. In Abschnitt 3.3 wird die Wahl des Experiments aus didaktischer Sicht begründet.

3.1 Grundlagen und Hintergründe zum Fotoeffekt

In diesem Abschnitt werden wesentliche fachliche Aspekte zum Fotoeffekt und der historische Hintergrund in einem kurzen Überblick dargestellt.

3.1.1 Fachlicher Hintergrund

Der Fotoeffekt – auch lichtelektrischer Effekt genannt – ist ein Wechselwirkungsprozess von Photonen mit Materie, bei dem ein Elektron durch die Absorption eines Photons aus seiner Bindung in einem Stoff (Atom/Molekül/Metallgitter o.ä.) gelöst wird. Diese Wechselwirkung kann auch als Stoßprozess interpretiert werden, bei dem das Elektron und seine Bindung (respektive der Stoff, in dem sich das Elektron zu Beginn befindet) die Energie des Photons aufnehmen. Verlässt das Elektron den Potenzialtopf des Stoffes und wird aus dem Material herausgelöst, spricht man vom äußeren Fotoeffekt, um den

es auch im Folgenden ausschließlich gehen soll. Dabei betrachtet man i.d.R. nur die Herauslösung der äußersten Elektronen – die Valenzelektronen bzw. jene Elektronen eines Stoffes mit der geringsten Potenzialdifferenz zum Umgebungspotenzial, also der geringsten Bindungsenergie.

Wichtige Prinzipien dieser Wechselwirkung sind die folgenden:

- Die Energie von *genau einem* Photon wird auf *genau ein* Elektron übertragen.
- Die Energie, die benötigt wird, damit ein Valenzelektron aus einem Stoff herausgelöst werden kann – die Bildungsenergie – ist stoffspezifisch und wird auch Austrittsarbeit W_A genannt.
- Da die Wechselwirkung lokal stattfindet, kann von einem Photon nur ein Elektron herausgelöst werden.
- Die gleichzeitige Absorption von zwei Photonen durch ein Elektron ist theoretisch Möglich, praktisch aber so unwahrscheinlich, dass dieser Fall für die folgenden Ausführungen zum Experiment nicht relevant ist. Ein Elektron wird für die Zwecke dieser Arbeit folglich immer nur durch genau ein Photon und dessen Energie herausgelöst.

Wichtige Folgerungen, die sich daraus ergeben sind u.a. folgende:

- Damit ein Elektron herausgelöst werden kann, muss ein Photon, welches auf dieses Elektron trifft, mindestens die Bindungsenergie des Elektrons besitzen. Daraus ergibt sich über $E = h \cdot f$ und $c = f \cdot \lambda$, dass das Photon eine Mindestfrequenz benötigt bzw. nur bestimmte Farben haben kann, um das Elektron herauszulösen.
- Solange die nötige Grenzenergie zum Herauslösen der Elektronen (= Austrittsarbeit) nicht über- bzw. unterschritten wird, führt die Veränderung der Energie der Photonen (bzw. der Farbe) nicht zu einer Veränderung der Anzahl der herausgelösten Elektronen und damit der Stromstärke des Elektronenstroms. Die Energiedifferenz $E_{Photon} - W_A$ entspricht der kinetischen Energie eines herausgelösten Elektrons im Moment des Austritts aus dem Potenzialtopf.
- Die Intensität des verwendeten Lichts, also die Anzahl der Photonen im Lichtstrom, ändert nichts an der prinzipiellen Herauslösbarkeit der Elektronen aus einem Stoff,

die nur von der Energie der einzelnen Photonen abhängt, also ihrer Frequenz bzw. der Lichtfarbe. Die Intensität beeinflusst stattdessen die Anzahl der herausgelösten Elektronen, da jedes Photon des Lichtstroms ein Elektron herauslösen kann (solange es mindestens die Bindungsenergie des Elektrons W_A hat).

- Dieser Wechselwirkungsprozess kann gut mit dem Teilchenmodell des Lichts, nicht aber mit dem Wellenmodell erklärt werden. Besonders die Grenzfrequenz, unterhalb derer es nicht möglich ist, Elektronen aus dem Stoff zu lösen – unabhängig von der Bestrahlungsintensität und -dauer – ist nicht kompatibel mit dem klassischen Wellenmodell.³³

3.1.2 Historischer Hintergrund

Der Fotoeffekt – oder äußerer fotoelektrischer Effekt – wurde im ausgehenden 19. Jahrhundert u.a. von Heinrich Hertz und Wilhelm Hallwachs entdeckt bzw. untersucht und 1905 von Albert Einstein gedeutet.

Was ist Licht? Ursprung aller Untersuchungen zum Fotoeffekt ist die Frage „*Was ist Licht?*“. Dazu gab es in der Vergangenheit wechselnde und konkurrierende Überzeugungen. Nebst altertümlichen Vorstellungen von Sehstrahlen, die von den Beobachtern ausgehen sollten und der geometrischen Beschreibung von Optik gab es konkurrierende Theorien zu Licht als Welle (Huygens) und als Teilchen (Korpuskeltheorie von Newton). Im 19. Jahrhundert galt die physikalische Beschreibung des Lichts als elektromagnetische Welle als gesichert. Die Welleneigenschaften des Lichts wurden durch viele Experimente bestätigt – insbesondere Beugungseffekte am Doppelspalt, Polarisation des Lichts und deren Änderung durch ein Magnetfeld. Zudem wurde durch genaue Messungen der Lichtgeschwindigkeit eine Vorhersage Newtons Korpuskeltheorie – die höhere Ausbreitungsgeschwindigkeit von Licht in optisch dichteren Medien – widerlegt.³⁴

Im 19. Jahrhundert wurde viel zu Wechselwirkungen zwischen Licht und elektrischen und magnetischen Feldern geforscht, um die Eigenschaften des Lichts als elektromagnetische Welle besser zu verstehen. Neben Polarisationseffekten wurden durch neue

³³Die Ausführungen dieses Abschnitts stützen sich neben allgemeinem physikalischen Hintergrundwissen besonders auch auf die folgenden Quellen: [Müller 2012; Wikipedia 2023a].

³⁴Vgl. Wikipedia 2022b.

Experimente mit Licht und Ladung von Hertz, Hallwachs und Lenard neue Eigenschaften des Lichts entdeckt, die nicht mit der Wellentheorie in Übereinstimmung gebracht werden konnten.³⁵

Max Planck folgerte 1900 aus seiner Theorie der Wärmeabstrahlung, dass Energieübertragung von Materie in Strahlung nur als Vielfache eines bestimmten minimalen Quantums $\Delta E = h \cdot f$ geschehen kann und postulierte somit (ungewollt) die Quantisierung des Energieaustauschs zwischen Materie und Strahlung. Einstein deutete diese Quantisierung als Lichtteilchen, womit er auch eine Deutung für den Fotoeffekt lieferte. Die theoretischen Arbeiten von Planck und Einstein, für die sie jeweils (mit über 15 Jahren Verzug 1918 und 1921) mit dem Nobelpreis ausgezeichnet wurden, gelten als die Geburtsstunde der Quantenphysik.³⁶

Woraus besteht Materie? Eng verwoben mit dem Fotoeffekt ist auch die Frage nach dem Aufbau von Stoffen. Noch im 19. Jahrhundert ging man von der Unteilbarkeit des Atoms aus. Bekannt war, dass Atome positiv wie negativ geladen werden können. Bekannt waren auch Emissionsspektren der Elemente – besonders die Spektrallinien des Wasserstoffs waren bereits ziemlich genau vermessen.³⁷ Die Existenz dieser konkreten Spektren war allerdings noch nicht in Einklang mit der Theorie des Lichts als Elektromagnetische Welle zu bringen und erst durch die von Einstein vorgeschlagene Quantisierung des Lichts zu verstehen.

Mit der Entdeckung des Elektrons als Teil eines Atoms um 1900³⁸ entwickelten sich schnell diverse Atommodelle. Zunächst postulierte [Thomson 1904] ein Atom mit masseloser, gleichmäßig-verteilter positiver Ladung und massebehafteten, negativ geladenen Elektronen, dann [Rutherford 1911] auf Basis seiner Streuversuche ein Modell mit massivem kleinen, positiv geladenen Kern und einer großen Elektronenhülle und schließlich [Bohr 1923] das Schalenmodell.

Quantisierung und Randbedingungen Bemerkenswert ist auch die Tatsache, dass zu dieser Zeit Gedankenexperimente mit abgeschlossenen Hohlkörpern beliebt wurden.

³⁵Vgl. Hallwachs 1888a; Hallwachs 1888b; Hertz 1887; Lenard 1900; Lenard 1902.

³⁶Vgl. Planck 1900, S. 147; Einstein 1905; Nobel Prize 2023.

³⁷Vgl. Balmer 1885.

³⁸Vgl. Thomson 1904.

So folgern sowohl Planck, als auch Einstein ihre Erkenntnisse zur Quantisierung des Lichts in den Originalveröffentlichungen [Einstein 1905; Planck 1900] aus Gedankenexperimenten zu Effekten an Grenzflächen. Das Definieren klarer Grenzen und das Ausblenden aller störenden Umweltbedingungen ermöglichten neue Erkenntnisse. Ein weiteres, prominentes Beispiel für ein solches Gedankenexperiment ist *Schrödingers Katze*. Dieses denken mit Randbedingungen ist bei heutigen Untersuchungen quantenphysikalischer Gegebenheiten zum Standard geworden.

3.2 Aufstellen eines Modells der Messung

Es gibt verschiedene Aufbauten, mit denen der Fotoeffekt untersucht werden kann. Im Rahmen dieser Arbeit liegt der Fokus auf der Gegenfeldmethode, die im Folgenden einschließlich eines Modells der Messung und den zugrundeliegenden Annahmen und Einschränkungen kurz dargelegt wird.

3.2.1 Praktischer Aufbau: h -Bestimmung durch Gegenfeldmethode

Eine Möglichkeit zur Nutzung der Gegenfeldmethode ist die Bestimmung des Planckschen Wirkungsquantums h – dies stellt das Ziel des Experiments für die Belange dieser Arbeit dar. Zur Realisierung wird ein optischer Aufbau entsprechend gewählt, dass Licht aus einem möglichst engem Wellenlängenbereich auf eine ansonsten optisch gut abgeschirmte Metallplatte (Kathode) gelenkt wird. Zusätzlich ist diese Kathode in einem elektrischen Aufbau über eine Gegenspannungsquelle mit einer Anode verbunden, die in kurzer Entfernung zur Kathode angebracht ist. Da jene nicht beleuchtet werden soll, wird sie meist als Anodenring um den eintreffenden Lichtstrahl herum konstruiert. Die optische Abschirmung wird durch dunkle oder langwellig beleuchtete Umgebungsbedingungen erzeugt. Für einen ungehinderten Elektronenstrom ohne Stöße wird der Raum zwischen Anode und Kathode üblicherweise evakuiert. Die regelbare Spannungsquelle zwischen Kathode und Anode ist wahlweise netz- oder akkubetrieben oder besteht alternativ aus einem sich über den Fotostrom aufladenden Kondensator. Mit dieser Spannungsquelle wird ein Potenzial aufgebaut, welches dem Fotostrom entgegen gerichtet ist – für die vorliegenden Messdaten waren die Gegenspannungsquellen ausschließlich netzgebunden.

Gesucht wird der Punkt, an dem der Fotostrom gerade Null wird, denn dann entspricht die Energie des elektrischen Gegenfeldes der kinetischen Energie der herausgelösten Elektronen.

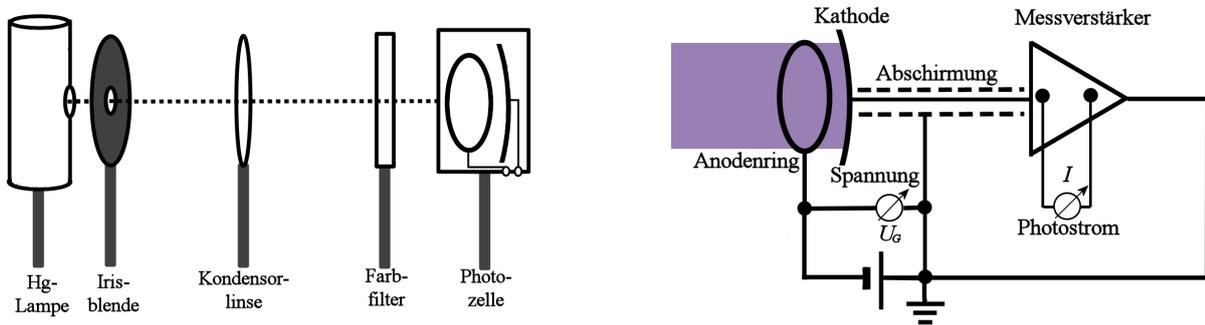


Abb. 3.1: optischer Aufbau (links) und elektrischer Aufbau (rechts), Bilder entnommen aus [Schumann 2016], und [Meyn 2011, S. 114]

3.2.2 Messmodell

Über den von Planck und Einstein postulierten Zusammenhang $E = h \cdot f$ lässt sich das Plancksche Wirkungsquantum h durch mehrere Messpunkte bei verschiedenen Lichtfrequenzen über den Anstieg einer Ausgleichsgerade bestimmen. Die Gesamtenergie E , welche das Photon vollständig überträgt, setzt sich dabei aus der Austrittsarbeit W_A der Kathode, der Energie des Gegenfeldes $e \cdot U_G$ und des Kontaktpotenzials $e \cdot \Delta\Phi$ zwischen Anode und Kathode zusammen.³⁹ Es ergibt sich der graphisch darzustellende, funktionale Zusammenhang

$$e \cdot U_G = h \cdot f - E_0 \quad (3.1)$$

mit $E_0 = e \cdot \Delta\Phi + W_A$ als Achsenabschnitt. Die Frequenz wird dabei über $c = f \cdot \lambda$ bestimmt. Die linke Seite der Gleichung kann auf der y-Achse wahlweise als Spannung in V oder als Energie in eV aufgetragen werden – an der folgenden Rechnung ändert sich nichts, bis auf die Einheit; alle Zahlenwerte bleiben erhalten.

Das Messmodell entsprechend Unterabschnitt 2.1.4 ist mehrschichtig. In einem ersten Schritt werden aus Einzelmesswerten $x_{i,k}$ der Eingangsgrößen U_G und λ mit Unsicherheitsabschätzungen nach Typ A oder B die Zielgrößen E_G und f für mindestens vier

³⁹Das Kontaktpotenzial entsteht durch das Verbinden der unterschiedlichen Elektroden-Materialien mit unterschiedlichen Austrittsarbeiten bzw. Fermi-Niveaus [Vgl. Müller 2012].

Wellenlängen bestimmt. Die einfließenden Naturkonstanten sind per Konvention seit der SI-Reform von 2019 exakte Werte ohne Unsicherheiten.⁴⁰ Die relativen Unsicherheiten von U_G und λ bleiben erhalten.

$$f = \frac{c}{\lambda} \quad (3.2)$$

$$u_f = f \cdot \frac{u_\lambda}{\lambda} \quad (3.3)$$

$$E_G = e \cdot U_G \quad (3.4)$$

$$u_E = E_G \cdot \frac{u_U}{U_G} \quad (3.5)$$

u_λ wird als Unsicherheit des Typs B aus den verfügbaren Informationen abgeschätzt. Solche Informationen können ein vorliegendes Handbuch zur Lichtquelle oder den Farbfiltern sein. Auch ein Vergleich mit anderen Experimentierdaten ist denkbar. Die Standardunsicherheit für U_G wird, falls mehrfach gemessen, als Typ A über die Standardabweichung ermittelt. Falls U_G aus einer U-I-Kennlinie zum Finden des Punktes $U(I_{Ph} = 0)$, bei dem die Gegenspannung genau den Wert erreicht, bei welchem der Fotostrom Null wird, ermittelt wird, kann die Standardunsicherheit als Typ B aus dieser Kurve abgeschätzt werden. Auf den erhaltenen Bestwert mit Standardunsicherheit ist in jedem Fall ein Korrekturterm für die bekannten Fehler der genutzten Messgeräte entsprechend der Handbücher anzuwenden.

In einem zweiten Schritt kann nun aus den erhaltenen Wertepaaren für E_G und f die Zielgröße h berechnet werden. Aus den verschiedenen Werten ist für h ein Bestwert mit Unsicherheit u_h zu ermitteln. Dieser zweite Schritt geschieht im Rahmen dieser Arbeit auf zwei Weisen:

1. Zunächst über eine gewichtete Regressionsfunktion nach [York et al. 2004], wie in Abschnitt 4.2 dargestellt.
2. Anschließend über eine vereinfachte Auswertung nach [Hellwig 2012], wie in Unterabschnitt 2.2.1 ausgeführt und in Abschnitt 4.3 dargestellt.

⁴⁰BIPM 2019a.

3.2.3 Annahmen für die h -Bestimmung

Für das Modell der Messung werden einige vereinfachende Annahmen getroffen. Über eine Regressionsgerade im Frequenz-Gegenspannungsdiagramm wird der Anstieg einschließlich Unsicherheit für die h -Bestimmung ermittelt. Dem Achsenabschnitt – die Summe aus Austrittsarbeit und Kontaktpotenzial – kommt in diesem Modell keine Bedeutung zu.

Eingangsgrößen sind die Gegenspannung U bei einem Fotostrom $I_{Ph} = 0$ und die Frequenz f des eintreffenden Lichts. Die Spannung wird in den Fällen, die in dieser Arbeit betrachtet werden, auf Basis der Netzspannung erzeugt und mit einem Voltmeter gemessen. Der Fotostrom wird mit einem Amperemeter gemessen. Während mögliche Schwankungen und Ungenauigkeiten der Messgeräte bei der Bestimmung von U_G und $I_{Ph} = 0$ in die Messunsicherheit von U eingehen, bleibt die Schwankung der Spannungsqualität außen vor. Diese Effekte sind aber aufgrund hoher Netzqualität klein gegenüber der abgeschätzten Messunsicherheit und somit davon bereits erfasst. Wählt man jedoch eine andere Methode (z.B. die mit einem durch den Fotostrom geladenen Kondensator), ist dieser Aspekt zu berücksichtigen.

Die Varianz in der Lichtfrequenz ist in den Messunsicherheiten dieses Modells nicht erschöpfend berücksichtigt. Die Angabe der Unsicherheit beruht auf groben Abschätzungen zur Spektralbreite, welche in erster Näherung der Halbwertsbreite (Gaußverteilung) des in der Fotozelle ankommenden Frequenz-Peaks entspricht. Im Fall einer Quecksilber-Hochdrucklampe, wie sie in solchen Experimenten häufig verwendet wird,⁴¹ ist die Emissionslinie bereits in der Lichtquelle vergleichsweise scharf und die Unsicherheit mit $2nm$ großzügig abgeschätzt. Hier ist nur der Druck des Lampenmodells, welcher ausschlaggebend für die Breite der Emissionslinien ist, und ggf. eine Aufwärmphase mit Druckaufbau zu beachten. Bei Aufbauten mit Lampen mit kontinuierlichen Spektren⁴² hängt die Spektralbreite des Aufbaus hingegen maßgeblich von der Bandbreite der Farb- bzw. Interferenzfilter ab. Da die durch Interferenzeffekte zugelassene Spektralbreite i.d.R. deutlich größer ist als ein Hg-Emissionspeak, wird die Kennlinie des Fotoeffekts im u - f -Diagramm (auch *Einsteingerade* genannt) unscharf. Dieser Verzerrungseffekt scheint zudem in Abhängigkeit der Qualität verfügbarer Filter sich nicht in allen Frequenzbe-

⁴¹Z.B. diese, in Sammlungen und Schulen häufig zu findende: Leybold 2023.

⁴²Z.B. Xenon-Lampen Davidson 2023.

reichen gleich auszuwirken bzw. in einer konstanten bzw. linearen Verschiebung zu münden.⁴³

Es gibt viele weitere Faktoren, die im einfachen Experimentieraufbau nicht kontrolliert oder quantifiziert werden können. Kleine Effekte dürften die folgenden Faktoren haben:

- die Qualität des Vakuums in der Fotozelle und damit einhergehend mögliche Stöße und Potenzialveränderungen
- störende elektrische Felder in der Umgebung
- einfallendes Tageslicht oder andere hochfrequente Lichtquellen (kleine Effekte, wenn kontrolliert bzw. vorgebeugt)
- Veränderungen der Materialeigenschaften wie W_A bei Temperaturschwankungen (klein bei normalen Zimmertemperatur-Schwankungen)

Folgende Faktoren dürften größere Effekte haben, die zur deutlichen Verfälschung der Messergebnisse beitragen:

- Verunreinigungen auf der Anode, sowie Lichtstreuung am Glas der Fotozelle und damit einhergehend ein Fotostrom in die entgegengesetzte Richtung
- Veränderungen des elektrischen Gegenfeldes durch den Fotostrom und die sich im Feld bewegenden Elektronen selbst

Im Messmodell ohne Korrektur für die obigen systematischen Effekte wird die Spannung $U(I_{Ph} = 0)$ gesucht. Dies kann entweder durch "Probieren" (also Regeln der Gegenspannungsquelle, bis auf dem Amperemeter $I_{Ph} = 0$ zu sehen ist) oder durch Aufnahme einer U-I-Kennlinie um den Nullbereich mit Ausgleichskurve und Nullpunktberechnung bzw. Ablesen eines geeigneten Werts mit abgeschätzter Unsicherheit erfolgen. In Kapitel 6 *Zusammenfassung und Ausblick* wird zudem ein korrigiertes Messmodell aufgezeigt, welches den Einfluss des Fotostroms der Anode reduziert.

⁴³Gesichtete und wegen mangelnder Qualität der Messunsicherheiten nicht weiter analysierte Daten geben Indizien für diese Vermutung, wenn sich auch keine Klarheit darüber ergibt, wie dieser Effekt genau aussieht. Möglicherweise sind unterschiedliche Filterqualitäten bzw. das verschiedene Interferenzverhalten der Filter bei verschiedenen Wellenlängen mit verantwortlich.

3.3 Begründung der Wahl des Experiments

An dieser Stelle sei kurz begründet, warum sich das gewählte Experiment für eine solche Analyse und Ausarbeitung wie die vorliegende eignet.

3.3.1 Fachlich-didaktische Begründung

Der Fotoeffekt stellt eine sehr gute (und typische) Einführungsmöglichkeit in den Bereich der Quantenphysik dar, wie sie in der Unterrichtspraxis durchaus vorkommt und in Lehrbüchern dargestellt ist.⁴⁴ Die h -Bestimmung ist dabei besonders interessant, da das Plancksche Wirkungsquantum als Naturkonstante die direkte Übersetzung der Lichtfarbe in die diskrete Energiemenge *eines* Photons darstellt und somit der Inbegriff der quantenphysikalischen Revolution ist.

Des Weiteren bietet sich konkret bei diesem Thema ein historischer Ansatz an. Oft wird im Physikunterricht oder in Lehrbüchern ein fachlich-systematischer Ansatz gewählt, welcher aus einer fachlichen Systematik heraus aufzeigt, wie neue Erkenntnisse gewonnen werden oder wie ein Konzept oder Gesetz auf ein anderes folgt. Dieser systematische Ansatz muss jedoch in keiner Weise mit dem historischen Werdegang übereinstimmen. [Höttecke et al. 2015, S. 131] führt dies u.a. auf Kanonisierung zurück. In der naturwissenschaftlichen Forschung führe der bewährte Aufbau des klassischen Berichtsmediums einer Veröffentlichung mit *Forschungsstand, zusammengefassten Ergebnissen* und einer *Ergebnisdiskussion* zur automatischen Kanonisierung ebenjenes Forschungsstands. Weiter wird an gleicher Stelle ausgeführt:

Lehrbücher tragen in aller Regel ebenfalls zur Kanonisierung des Wissens bei, das ist ihre eigentliche Funktion; das bedeutet, dass die Forschungspraxis in den Naturwissenschaften nur verzerrt wiedergegeben wird, da ihnen keine historische, sondern eine systematische Rekonstruktionslogik der jeweiligen Bezugsdomäne zugrunde liegt. Sollte dennoch von Forschungsprozessen die Rede sein, kann es zu regelrechten Fällen der Mythenbildung kommen

Ein Beispiel für Mythenbildung arbeitet [Heering 1995] anhand von Coulombs Abstandsgesetz $F \frac{1}{r^2}$ auf. Coulomb habe – entgegen der verbreiteten Annahme der Gewinnung

⁴⁴Für Beispiele in Lehrbüchern vgl. z.B. Meyer et al. 2011, S. 414 ff.; Diehl et al. 2008, S. 281 ff.; Bader et al. 2021, S. 236.

dieser Erkenntnis aus einer sauberen Datenreihe – seine schon feststehende Vermutung mit drei schlechten Messwerten und einer dysfunktionalen Apparatur bestätigen wollen.

Ein historischer Ansatz für die h -Bestimmung per Gegenfeldmethode bietet die Möglichkeit, die positiven Aspekte authentisch, historischen Experimentierens nach [Höttecke et al. 2015] und des Storytellings, wie z.B. in [Heering et al. 2020] ausgeführt, zu verbinden. Der fachlich-systematische Übergang von der klassischen zur modernen Physik kann anhand dieses Experiments und der zugrundeliegenden historischen Entwicklung (siehe vorherige Ausführungen zu Hallwachs, Planck, Einstein, Nobelpreise im Unterabschnitt 3.1.2) sehr gut *exemplarisch* aufgezeigt werden; das Erforschen und der Neuheitscharakter dieser Erkenntnisse können nachempfunden werden, ohne dass die fachliche Systematik Einbußen erleidet.⁴⁵

Die konkrete Ausgestaltung könnte bspw. Aspekte zu den um 1900 vorherrschenden Kenntnissen und Bedingungen beinhalten. So kann aufgezeigt werden, dass heute jeder Oberstufenschüler mehr über den Atomaufbau weiß als die renommiertesten Physiker am Ende des 19. Jahrhunderts. Auch die begrenzteren Möglichkeiten des Experimentierens können Thema sein: Damals gab es einfache Materialien, wie eine Zinkplatte oder eine helle Lampe, aber keine abgedunkelte und evakuierte Fotozelle, wie im Physikraum. Selbst die netzgebundene, elektrische Energie war noch lange nicht flächendeckend verfügbar. Unsicherheiten wurden noch nicht quantifiziert (vgl. Unterabschnitt 2.1.1), mit Vermutungen wurde argumentiert und philosophiert.⁴⁶ Spannende Konstrukte, wie der Äther als Medium für Licht oder die masselose, gleichmäßig-positiv geladene Sphäre im Atom, in welcher sich die vielen Korpuskelchen, die wir heute Elektronen nennen, aufhalten, waren Folgerungen. Die Experimente von Hertz, Hallwachs und Co. waren Folgen der sich aufgrund der Maxwell'schen Gleichungen und der Entdeckung der Induktion verbreitenden Theorie des Lichts als elektromagnetische Welle. Der Forschungsgeist war maßgeblich von der Idee angetrieben, herauszufinden, in welcher Form Licht mit elektrischen und magnetischen Feldern – also Ladung, Strom und Magnetismus – interagiert. So ergaben sich zu dieser Zeit viele neue Erkenntnisse auf diesem Gebiet.⁴⁷

⁴⁵Siehe auch Schumann 2016, Abschnitt *Historische Kontextualisierung*; und Klafki 1991, S. 270 ff. zur exemplarischen Bedeutung.

⁴⁶Ein Blick in die Originalveröffentlichungen zeigt dies. Vgl. bspw. Balmer 1885; Einstein 1905; Planck 1900; Thomson 1904; Rutherford 1911, mit dem erwähnten Atommodell, und viele weitere.

⁴⁷So z.B. wurde die Polarisation entdeckt, vgl. z.B. Herz Stiftung 2023; und mit ihr viele weitere Effekte, wie der Zeemann-Effekt: Aufspaltung und Polarisation der Spektrallinien, wenn das emittierende Atom unter Einfluss eines Magnetfelds steht. Vgl. hierzu z.B. Wikipedia 2023b.

Einen Gedankengang aus einer der Originalveröffentlichungen explizit nachzuvollziehen, eröffnet die Möglichkeit, in die Gedankenwelt von Physikern der damaligen Zeit einzutauchen und die parallele Existenz gleichwertiger Ideen zur Lösung vorhandener Problem-Fragestellungen zu simulieren.

Typisches Experiment der Sek II Die h -Bestimmung nach der Gegenfeldmethode ist nicht nur aufgrund der Curricularen Verankerung ein typisches Experiment im Physikunterricht. Es ist zudem ein Themengebiet, dessen Komplexitätsgrad für die Sek II angemessen erscheint. Zudem ist es ein traditionsreiches Experiment, welches auch vielen Lehrkräften bereits gut bekannt ist. Aus gleichem Grund existiert zu diesem Versuch eine Vielfalt an Lehrmaterial (wie u.a. der Blick in die Schulbücher zuvor gezeigt hat) und die Ausstattung ist an vielen Schulen bereits vorhanden.

Passung auf den Themenkomplex Messunsicherheiten Wie in Unterabschnitt 2.2.1 ausgeführt, liegt der Schwerpunkt dieser Arbeit darauf, zu zeigen, inwieweit bei der h -Bestimmung mittels Gegenfeldmethode die Dimensionen *3 Erfassung* und *4 Aussagekraft* nach [Hellwig 2012] gut fachlich korrekt im Unterricht thematisiert werden können. Es geht im Besonderen um die Möglichkeiten der Quantifizierung von Messunsicherheiten mit einer Regressionsgerade und die Aussagekraft der gewonnenen Ergebnisse. Gleichzeitig lassen sich aber die beiden Dimensionen *1 Grundsätzliche Existenz* und *2 Einfluss auf das Messwesen* ebenso hervorragend thematisieren. Besonders aufgrund der üblichen Abweichungen der Ergebnisse vom Referenzwert, ist es eine plausible Folge, die Ursachen für Unsicherheiten und Abweichung auf den Prüfstand zu stellen und den Unterschied zwischen beiden Konzepten nochmals zu thematisieren. Dazu gehört auch die Angemessenheit der Messunsicherheit, sowie das Hinterfragen des Messprozesses.

Die Thematisierung von Messunsicherheiten (MU) kann im Rahmen dieses Experiments ganzheitlich erfolgen; die Möglichkeit der Selektion eines Aspekts aus dem Konzept nach [Hellwig 2012], wie z.B. der Regression, besteht jedoch unbenommen.

3.3.2 Curriculare Begründung

Aus curricularer Sicht ist die h -Bestimmung per Gegenfeldmethode ein bedeutendes Element für die Einführung der Quantenphysik bzw. für das Aufzeigen des Übergangs von klassischer zu moderner Physik. Quantenphysik ist der Schwerpunkt eines der drei vorgegebenen Themenfelder für die Sek II in den neuen Bildungsstandards [KMK 2020, S. 21 f.]. Auch in den Lehrplänen der Länder wird dieser Themenkomplex daher eine immer größere Rolle spielen. In [SenBJF 2021, S. 41 f.] sind explizite Ausführungen an folgenden Stellen unter 3.2.6. *Quantenobjekte* zu finden:

- z.B. in der Zeile *Inhalte* für Grundkurs (GK) und LK verpflichtend:
 - „äußerer lichtelektrischer Effekt, Widerspruch zum Wellenmodell“
 - EINSTEINsche Deutung im Photonenmodell des Lichts $E_{Ph} = h \cdot f = E_{kin} + W_A$
 - Impuls von klassischen Teilchen und Photonen: $p = m \cdot v, p_{Ph} = \frac{h \cdot f}{c}$
- als einzuführende Fachbegriffe für GK und LK: Photon, PLANCKsches Wirkungsquantum, Austrittsarbeit, Grenzfrequenz
- als Experiment erwähnt und vorgeschrieben, qualitativ und quantitativ für den GK mit zusätzlicher Differenzierung für den LK:
 - Fotoeffekt: Einfluss der Intensität und Frequenz des Lichts
 - h -Bestimmung mit der Gegenfeldmethode
 - h -Bestimmung mithilfe von LEDs

Kompetenzorientierung

Zusätzlich zu den in Unterabschnitt 2.2.2 bereits aufgeführten Kompetenzen mit Bezug zu MU ist in [SenBJF 2021, S. 42] folgende Kompetenzentwicklung bzgl. Fotoeffekt vorgeschlagen:

Die Lernenden ...

- reflektieren die Relevanz der Ergebnisse zum Fotoeffekt für physikalische Erkenntnisgewinnung und erläutern das Versagen klassischer Modelle. (E 9)

- erklären, wie sich mithilfe eines Experiments zum Fotoeffekt das PLANCKsche Wirkungsquantum ermitteln lässt. (S 6)

Bzgl. Basiskonzepte ergeht folgende Ergänzung:

Erhaltung und Gleichgewicht [für GK und LK]

- Betrachtung der Energieerhaltung beim Fotoeffekt

Mathematisieren und Vorhersagen [nur LK]

- linearisierte Darstellung von Messwerten aus dem Elektronenbeugungsexperiment zur Bestimmung von h

4 Auswertung vorhandener Messreihen

In diesem Kapitel werden vier bereits vorhandene Datensätze zur h -Bestimmung mit der Gegenfeldmethode dargestellt, analysiert und auf zwei Weisen ausgewertet: Eine den Standards des wissenschaftlichen Arbeitens an der Universität entsprechende Auswertung und eine vereinfachte Auswertung nach [Hellwig 2012] für den schulischen Kontext. Im nachfolgenden Kapitel 5 wird erörtert, welche Schlüsse diese Ergebnisse zulassen.

In den folgenden Abschnitten werden zunächst die Datensätze mit ihren Gemeinsamkeiten und Besonderheiten besprochen, bevor Methodik und Ergebnisse der zwei Auswertungen für jeden Datensatz dargestellt werden.

4.1 Beschreibung der Datensätze

Für die Überprüfung der These, inwieweit die vereinfachte Auswertung nach [Hellwig 2012] im Schulalltag sinnvoll und fachlich angemessen am Beispiel des Fotoeffekts genutzt werden kann, greife ich in dieser Arbeit auf vier bereits vorhandene Datensätze zurück. Dieses Vorgehen hat den Vorteil, dass die Daten unabhängig vom Forschungsinteresse aufgenommen wurden und somit kein Priming- bzw. Bias-Effekt eintritt und Aufbauten hinsichtlich des Outputs optimiert werden. Zur Verfügung standen insgesamt acht Datensätze, von denen vier aufgrund mangelnder Qualität, besonders bei Angaben zu Gerätefehlern und zur Messunsicherheit, um die es hier ja vorwiegend geht, ausgeschieden sind.

Die verbleibenden vier Datensätze weisen eine Reihe von Gemeinsamkeiten auf, die hier zunächst ausgeführt werden, bevor die wichtigsten Aspekte der besonderen Charak-

teristika nachfolgend dargelegt werden. Die ersten drei Datensätze sind im universitären Kontext unter Nutzung einer Hg-Hochdrucklampe entstanden und der vierte in der Schule im Rahmen einer Praxissemester-Unterrichtsreihe mit einer Xe-Vollspektrumlampe. Alle vier Datensätze beruhen auf der Gegenfeldmethode mit einer netzbetriebenen Gegenspannungsquelle. Der Nullpunkt $U(I_{Ph} = 0)$ wurde außer im dritten Datensatz immer durch manuelles, systematisches Regulieren der Gegenspannung unter gleichzeitiger visueller Beobachtung des Messergebnisses für I_{Ph} gefunden.

4.1.1 Datensätze 1 und 2

Diese beiden Datensätze entstanden am Institut für Physik an der Humboldt Universität zu Berlin (HU) im Physikalischen Grundpraktikum A, welches Studierende im zweiten Semester im Rahmen des Kombibachelors Physik (die meisten Studierenden haben hier das Ziel einer Lehramtsausbildung) und des Bachelors Biophysik absolvieren müssen. Die Datensätze sind daher mit gleicher, wenn auch nicht zwingend identischer Ausstattung entstanden. Zum Grundpraktikum existiert ein auch online frei verfügbares Skript, nach dessen Vorgaben die Versuche durchzuführen sind. Das Skript besteht dabei aus mehreren Teilen:

- einer methodischen Einführung, u.a. auch in das Thema Messunsicherheiten [Müller 2010]
- einer inhaltlichen Einführung zu allen Versuchen [Müller 2012]

In den beiden Datensätzen, sowie in weiteren, verworfenen Datensätzen aus diesem Grundpraktikum zeigt sich ein Dilemma aus Vorgaben des Praktikumsskripts und der realen, üblichen Durchführung des Versuchs. Während im Skript ein Vorgehen mit dem Finden des Schnittpunkts zweier Intensitäten gefordert wird,⁴⁸ leiteten die Praktikumsbetreuer den Versuch so an, dass nur Werte für eine Intensität aufzunehmen waren, wie in einigen Datensätzen explizit erläutert wird. Es erfolgte also die zuvor beschriebene Methode des Findens von $U(I_{Ph} = 0)$ durch "Probieren". Dabei wurde $U(I_{Ph} = 0)$ für jede Wellenlänge auf dieselbe Weise sechsmal bestimmt und Mittelwert und Standardabweichung berechnet. Folgende Unsicherheiten bzw. Gerätefehler für Volt- und Amperemeter

⁴⁸Dieses Verfahren wird in Anhang ?? erläutert.

waren gegeben:

$$u_{\lambda} = \pm 2nm$$

$$\Delta u_U = \pm 0,3\% + 0,001V$$

$$\Delta u_I = \pm 3\% + 0,03pA$$

4.1.2 Datensatz 3

Dieser Datensatz entstand am Institut für Physik an der HU im Demonstrationspraktikum, in welchem fortgeschrittenere Studierende Versuche eigenverantwortlich für den Einsatz in der Schule aufbereiteten und die Umstände im Rahmen eines Vortrags mit den Kommiliton:innen diskutierten. In die Aufnahme der Daten ist folglich viel Zeit und Aufmerksamkeit geflossen.

Zur Bestimmung der Nullstelle $U(I_{Ph} = 0nA)$ wurde eine U-I-Kennlinie aufgenommen, zunächst mit größerem Messbereich und dann um die Nullstelle herum wiederholt mit feinerem Bereich. Durch diese Werte wurde eine Regressionsgerade gelegt, aus deren Schnittpunkt mit der x-Achse der Nullpunkt $U(I_{Ph} = 0)$ abgelesen wurde. Die Unsicherheit für die Spektralbreite wurde laut eigener Angabe mangels vorhandener Daten mit 10nm abgeschätzt. Grundlage der Schätzung bildeten Referenzwerte von Bandbreiten vergleichbarer Farbfilter. Ein aufgenommenes Spektrum der Hg-Lampe lässt jedoch den Schluss zu, dass die Linien ähnlich fein sind, wie bei den Datensätzen 1 und 2. Folgende Unsicherheiten der Eingangsgrößen waren Grundlage der Originalauswertung:

$$u_{\lambda} = \pm 10nm$$

$$u_U = \pm 1\% + 0,01V$$

$$u_I = \pm 5\% + 0,05$$

$$u_{I,fein} = \pm 5\% + 0,005$$

Aus der Nullstellenfindung durch lineare Regression ergaben sich folgende Unsicherheiten:

Tab. 4.1: Daten der Originalauswertung von Datensatz 3

Wellenlänge / nm	Gegenspannung / V
405	$1,12 \pm 0,18$
436	$0,94 \pm 0,15$
546	$0,45 \pm 0,11$
580	$0,36 \pm 0,11$

4.1.3 Datensatz 4

Dieser Datensatz wurde im Rahmen eines Schul-Demonstrationsversuchs gewonnen. Die Vorgehensweise war analog zu den Datensätzen 1 und 2, außer dass für jede Wellenlänge nur ein Messwert aufgenommen wurde. Auch die verwendeten Farblinien unterschieden sich. Es wurde mit einer Xenon-Vollspektrumlampe und diversen Farbfiltern gearbeitet. Acht Wellenlängen, die nah an den Quecksilberlinien lagen, wurden ausgewählt. Bzgl. der Abschätzung der Messunsicherheiten lagen keine Werte vor, allerdings existierte der Gerätefehler des Voltmeters als Korrekturterm mit einer Messwertkorrektur von $0V$:

$$\Delta u_U = \pm 0,7\% + 0,002V$$

Für die Filter-Bandbreite und das Amperemeter lagen keine Daten vor. Es wurde allerdings auf ähnliche Filter verwiesen, deren Bandbreiten zwischen $10nm$ und $40nm$ liegen.⁴⁹

4.2 Einheitliche Neuauswertung mit der York-Methode

Das Ziel der Analyse der vorliegenden Daten ist zu prüfen, inwieweit eine Auswertung einschließlich Unsicherheitenbetrachtung mit einfachen Mitteln nach [Hellwig 2012] in der Schule durchführbar wäre. Um fundierte Schlüsse ziehen zu können und die Vergleichbarkeit der Ergebnisse untereinander zu ermöglichen, wird zunächst eine einheitliche Auswertungsgrundlage benötigt. Zu diesem Zweck wurden die vorliegenden Datensätze bzgl. ihrer Unsicherheits-Standards vereinheitlicht und mit einer linearen Regression nach [York et al. 2004] ausgewertet.

⁴⁹Die referenzierten Werte der Filter aus Davidson 2023, legen vergleichsweise hohe Bandbreiten nahe.

4.2.1 Anpassung der Daten

Für eine einheitliche Auswertung nach [York et al. 2004] werden vergleichbare kombinierte x- und y-Unsicherheiten u_x und u_y für alle Datensätze benötigt, da beide in die Regression eingehen. Als u_x dient die Unsicherheit der Frequenz, die sich entsprechend Gleichung 3.3 aus der abgeschätzten Spektralbreite ergibt. Für die Datensätze 1 und 2 waren $2nm$ in den Daten der Versuchsanleitung als Abschätzung gegeben, für Datensatz 3 $10nm$. Ein für Datensatz 3 aufgenommenes Spektrum aus den Originaldaten (siehe Abb. 4.1) zeigt, dass die Abschätzung der Datensätze 1 und 2 mit $2nm$ sehr plausibel ist. Für die Datensätze 1-3, die mit einer Quecksilberdampf Lampe aufgenommen

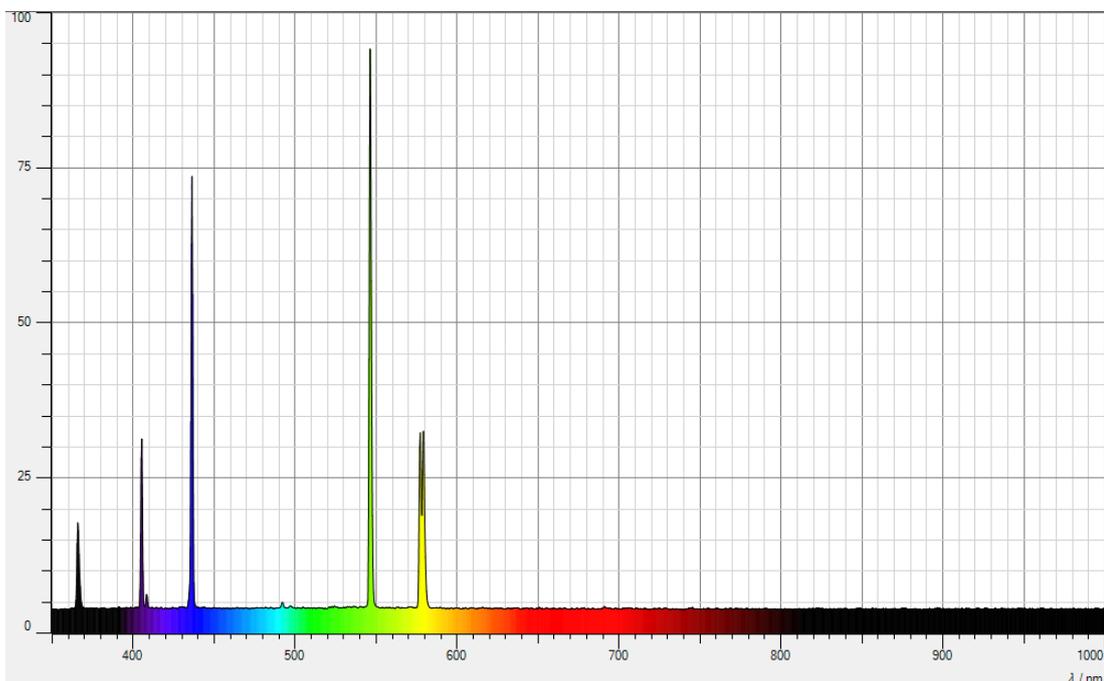


Abb. 4.1: Im Rahmen von Datensatz 3 aufgenommenes Spektrum der verwendeten Hg-Hochdrucklampe

wurden, wird daher eine Unsicherheit von $2nm$ angenommen. Für Datensatz 4 wird als grobe Abschätzung mit $10nm$ der kleinste Wert der zuvor aufgeführten Referenzfilter angenommen. Alles sind Standardunsicherheiten entsprechend Typ B.

y-Unsicherheiten Für die kombinierte Unsicherheit u_y sind Unsicherheiten und Korrekturen für Strom- und Spannungsmessungen zu berücksichtigen. In den Datensätzen 1,2 und 4 wurden die Werte für $U(I_{Ph} = 0)$ durch Probieren gewonnen. Hier ergeben sich Schwierigkeiten, eine Unsicherheit für die Messung des Fotostroms oder einen

Gerätefehler des Amperemeters rechnerisch einzubringen, da der Strom nicht als Wert in die Berechnung eingeht und relative Werte bei $I = 0$ schwer berücksichtigt werden können. Als Lösung habe ich für die Datensätze 1 und 2 die relativen Gerätefehler von Volt- und Amperemeter mit dem Digitfehler des Voltmeters als Korrekturterm zur Standardunsicherheit addiert, wie es [GUM 2008] vorsieht (vgl. Ausführungen in Unterabschnitt 2.1.4).

$$u_y = u_U + U_g \cdot \left(\Delta u_{V,rel} + \frac{u_{V,digit}}{U_g} + u_{A,rel} \right) \quad (4.1)$$

Als Standardunsicherheit u_U dient für die Datensätze 1 und 2 die Standardabweichung des Mittelwerts $\frac{\sigma_U}{\sqrt{n}}$ als statistische Unsicherheit vom Typ A. Bei den Datensätzen 3 und 4 waren keine U-Standardunsicherheiten und keine I-Gerätefehler gegeben, dafür Kennlinien. Als angemessene Abschätzung der Standardunsicherheit u_U nach Typ B, wird der halbe x-Abstand zwei benachbarter, um die Nullstelle gelegener Werte der U-I-Kennlinie addiert:

$$u_U = U_{0,1} - U_{0,2} \quad (4.2)$$

Mit dieser großzügig abgeschätzten Ableseungenaugigkeit wird auch der Gerätefehler des Amperemeters abgegolten, welcher in den Messreihen 1 und 2 den größten Anteil an der Gesamtunsicherheit u_y hat. In Datensatz 3 werden aus den Kennlinien auch die Werte für die Gegenspannung U_g als arithmetische Mittelwerte der zwei am nächsten an $I = 0$ liegenden Werte genommen, anstatt einer Nullpunktberechnung per Regressionskurve entsprechend der Originalauswertung durchzuführen. So erfolgt die Bestimmung der y-Unsicherheiten nach einheitlichem Schema und die Werte bewegen sich in gleichen Größenordnungen, wie die Tabellen B.6 bis B.9 in Anhang B zeigen.

4.2.2 Auswertung der Messdaten

Die Auswertung wurde wie zuvor beschrieben mit Origin nach der York-Methode durchgeführt. In den Ergebnissen in Abb. 4.2 und Tab. 4.2 zeigt sich auch ein sehr konsistentes Bild. Für die Darstellung und alle Berechnungen wurde die Gegenspannung vorzeichenlos eingesetzt. Datensatz 4 weist aufgrund der verwendeten Lichtquelle größere

4 Auswertung vorhandener Messreihen

Tab. 4.2: Ergebnisse der einheitlichen Auswertung aller vier Datensätze für h in $10^{-34} J_s$ bzw. % mit Messunsicherheiten (MU). Die vollständigen Datensätze sind in Abschnitt B.2 auf Seite 61 und nachfolgend zu finden.

	Wert	MU	MU %
Datensatz 1	5,8	0,3	4,5%
Datensatz 2	7,0	0,3	4,3%
Datensatz 3	5,7	0,3	4,8%
Datensatz 4	6,3	0,4	5,6%

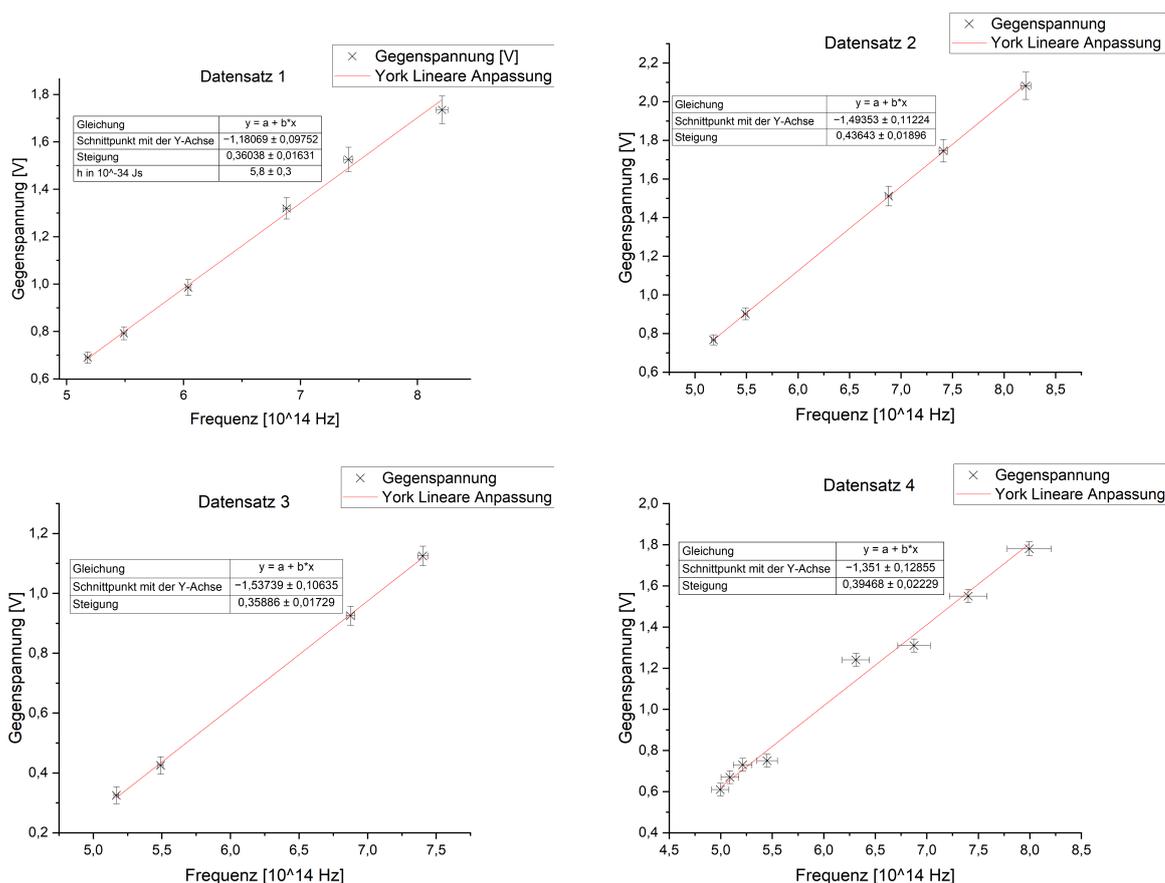


Abb. 4.2: Einsteigeraden für die einheitliche Auswertung aller vier Datensätze

Schwankungen in den Messdaten und daher auch größere Messunsicherheiten als die anderen Datensätze auf. Bei den Datensätzen 1-3 liegen alle Werte ziemlich gut auf einer Geraden. Dennoch weichen die resultierenden Werte für das Plancksche Wirkungsquantum deutlich vom exakten Literaturwert $h = 6,62607015 \cdot 10^{-34} J_s$ ab⁵⁰ – für die Datensätze 1-3 liegt der Literaturwert außerhalb des Messunsicherheitsintervalls. Dies steht mit den Ausführungen in Abschnitt 3.2.3 in Einklang. Große, unberücksichtigte

⁵⁰Die Naturkonstanten wurden auf der 26. *General Conference on Weights and Measures* mit exakten Werten festgelegt. Vgl.[BIPM 2019a] und den neuen SI-Standard [BIPM 2019b].

systematische Abweichungen führen zu dieser Verzerrung. Bemerkenswert ist, dass Datensatz 2 als einziger in eine andere Richtung abweicht. Für die anderen Datensätze hätte bspw. die Erklärung funktioniert, dass die Anode verunreinigt ist und einen Gegenstrom verursacht.

4.3 einheitliche Auswertung nach Hellwig

In diesem Abschnitt wird die Auswertung entsprechend der vereinfachten Unsicherheitenbetrachtung nach [Hellwig 2012] dargestellt. In Unterabschnitt 2.2.1 wurden grundlegende Ideen bereits dargelegt. In Unterabschnitt 4.3.1 folgen noch einige detailliertere Ausführungen, bevor die Ergebnisse in Unterabschnitt 4.3.2 präsentiert werden.

4.3.1 Reduziertes Modell

Grundsätzlich gilt das in Abschnitt 3.2 dargestellte Messmodell. Anstatt der zuvor verwendeten York-Methode wird die Regressionsmethode nach [Hellwig 2012, Abschnitt 9.4.3] verwendet. Die Unsicherheiten der Eingangsgrößen für diese Regression – u_f und u_E – werden mittels Maximalabschätzung entsprechend [Hellwig 2012, Abschnitt 9.3.1] bestimmt. Für die Datensätze 3 und 4 entspricht dies exakt den Unsicherheiten aus Abschnitt 4.2. Gemäß Gleichung 4.2 wurde als Standardunsicherheit der halbe Abstand zweier Messwerte gewählt. Zum Bilden der kombinierten Standardunsicherheit u_y wurden die Korrekturterme für Volt- und Amperemeter zu dieser Standardunsicherheit u_U addiert – genau wie es nach [Hellwig 2012] für „andere Unsicherheitsquellen“ zu handhaben ist. Gleichung 4.1 gilt folglich in gleichem Maße. Für die Datensätze 1 und 2 ergeben sich minimal veränderte Werte, da statt der Standardabweichung des Mittelwerts die Maximalabschätzung

$$u_U = |a_{max}| \quad (4.3)$$

als größte Abweichung eines Einzelmesswerts vom Mittelwert als Vereinfachung greift. Große Veränderungen ergeben sich jedoch nicht, wie in Abbildung 4.4 und Tabelle B.2 bis Tabelle B.5 sichtbar wird.

Die Unsicherheit für h ergibt sich, wie in Unterabschnitt 2.2.1 ausgeführt, aus der Geraden mit dem maximalen und der mit dem minimalen Anstieg als Mittelwert (=Bestwert) und halber Differenz (=Unsicherheit) dieser. Zum Bestimmen der Anstiege werden je konstruierter Gerade zwei Punkte, die gut auf einem Raster-Kreuz liegen, markiert und quantifiziert. Die Ergebnisse sind in Abschnitt B.3 Tabelle B.10 bis B.13 zu entnehmen.

$$h = \frac{1}{2}(h_{max} + h_{min}) \quad (4.4)$$

$$u_h = \frac{1}{2}(h_{max} - h_{min}) \quad (4.5)$$

4.3.2 Auswertungsergebnisse

Tab. 4.3: *Ergebnisse der einheitlichen Auswertung aller vier Datensätze für das Plancksche Wirkungsquantum h mit Messunsicherheiten (MU) entsprechend [Hellwig 2012]. Die vollständigen Datensätze sind in Anhang B zu finden.*

	h in $10^{-34} J_s$	MU %
Datensatz 1	$5,7 \pm 0,5$	8%
Datensatz 2	$7,0 \pm 0,7$	11%
Datensatz 3	$5,8 \pm 0,8$	13%
Datensatz 4	$6,7 \pm 0,6$	10%

In Abbildung 4.4 sind die relativen Anteile der verschiedenen Komponenten von u_x und u_y vergleichend in Kreisdiagrammen dargestellt. Die Darstellung greift dabei auf Mittelwerte der einzelnen Werte-Tupel zurück. Die Werte gelten mit Ausnahme von u_U (= U-Zufall) für Datensatz 1 (hier gibt es minimale Änderungen in der Verteilung) in gleichem Maße auch für die Auswertung in Abschnitt 4.2. Die Darstellung entspricht nicht dem Anteil der der jeweiligen Komponente an u_h , da u_x und u_y unterschiedliche Einflüsse auf u_h besitzen.

4.3 einheitliche Auswertung nach Hellwig

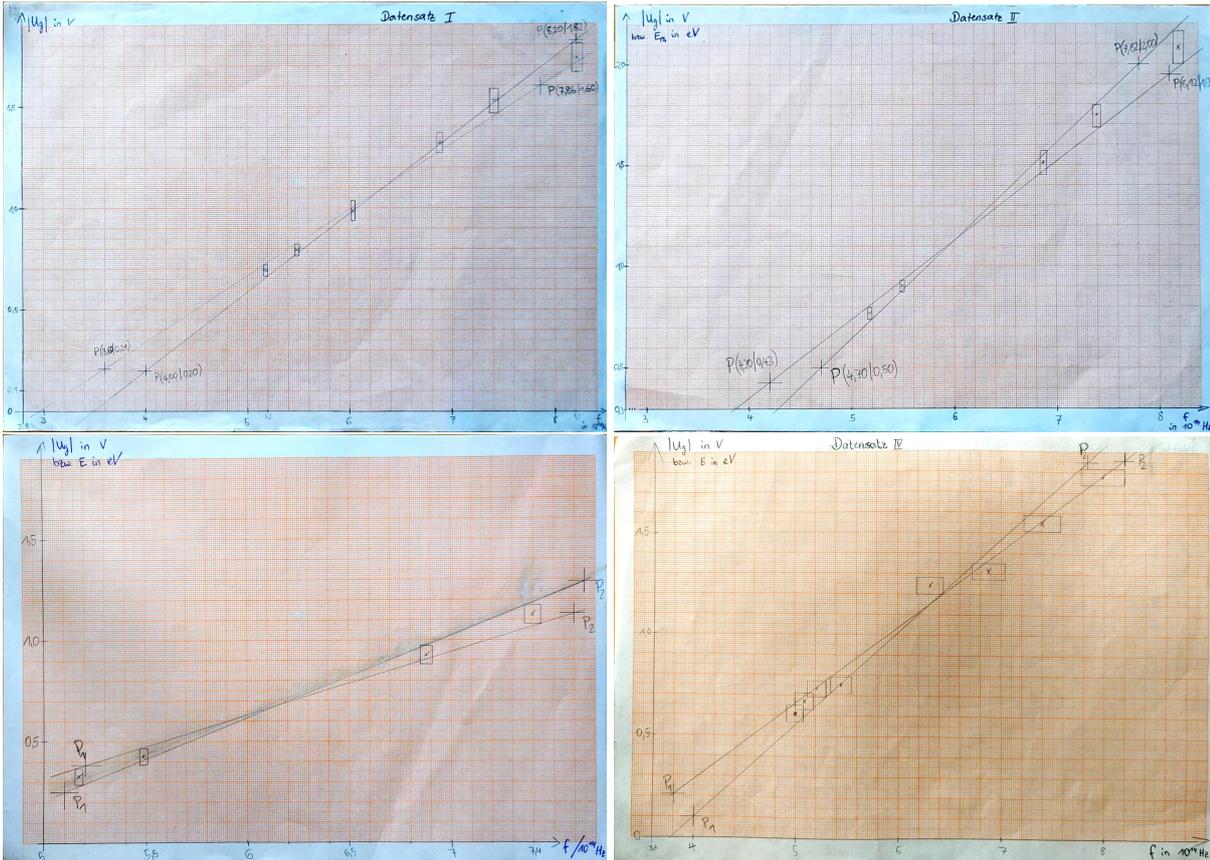


Abb. 4.3: Einsteingeraden für die Auswertung aller vier Datensätze nach Hellwig, wie zuvor beschrieben

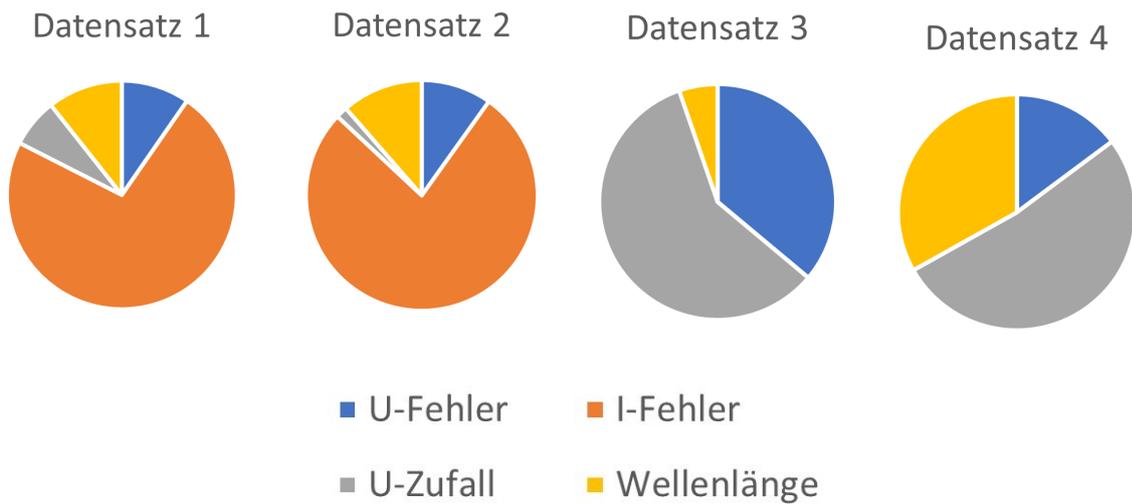


Abb. 4.4: Vergleich der mittleren relativen MU in % für die einheitliche Auswertung aller vier Datensätze nach der York-Methode

5 Diskussion

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse der vorangegangenen Kapitel kritisch besprochen. Es ist v.a. die Forschungsfrage zu beantworten, inwiefern der vorgeschlagene Einsatz der in Abschnitt 4.3 *einheitliche Auswertung nach Hellwig* genutzten Auswertungsmethode adäquat ist. Dazu gehören insbesondere die folgenden Aspekte:

1. Das Vorgehen ist aus fachlich-didaktischer Sicht angemessen.
2. Das Vorgehen ist aus Unterrichtsperspektive handhabbar.
3. Das Vorgehen birgt einen didaktischen Mehrwert.

5.1 Didaktische Einordnung der Ergebnisse

Fachlich-didaktische Angemessenheit Aus fachlicher Sicht ist festzuhalten, dass die in Abschnitt 4.3 *einheitliche Auswertung nach Hellwig* genutzte Methode im Vergleich zu Standardmethoden entsprechend dem internationalen Standard [GUM 2008] – angewandt in Abschnitt 4.2 *Einheitliche Neuauswertung mit der York-Methode* – eine deutliche Vereinfachung darstellt. Messunsicherheiten (MU) werden folglich überschätzt. Im konkret vorliegenden Fall der vier untersuchten Datensätze haben sich die Messunsicherheiten von durchschnittlich knapp 5% auf gut 10% mehr als verdoppelt. Die Bestimmung der MU nach [Hellwig 2012] fällt also deutlich unpräziser aus im Standardverfahren.

Dennoch bleiben die Unsicherheiten im Rahmen. Auch die 13% für Datensatz 3 erscheinen als angemessen, besonders für einen Schulversuch. Für das Nachvollziehen eines linearen Effektes und für das ungefähre Bestimmen einer Naturkonstante genügt diese Genauigkeit. Natürlich kann dieser Wert im Unterricht auch als Diskussionsanlass der Datenqualität genutzt werden. Die Kenntnis der Unsicherheit hingegen ist wichtig, um Aussagen zur Verlässlichkeit des Messergebnisses treffen zu können.

Einen zweiten Aspekt gilt es aus fachlicher Sicht zu kritisieren: Durch die überschätzten MU ergibt sich ein verschobenes Bild. In der Auswertung in Abschnitt 4.2 weisen fast alle Datensätze eine signifikante Abweichung vom Referenzwert auf, für Datensatz 4 liegt der Wert aufgrund der großen Messwertstreuung gerade noch im Unsicherheitsintervall. Folglich müssten die Messwerte und Aufbauten bezüglich systematischer Effekte hinterfragt und untersucht werden. Für die Auswertung von Datensatz 2 entsprechend Abschnitt 4.3 fällt diese Diskrepanz weg, da der Referenzwert noch im Unsicherheitsintervall liegt.

Didaktisch birgt der letzte Punkt jedoch auch einen Vorteil. Es entsteht eine Situation, in welcher die Lehrkraft zugunsten anderer Inhalte an dieser Stelle auch die Wahl hat, auf die Thematisierung dieser systematischen Effekte zu verzichten. Eine zusammenfassende Einschätzung, dass man mit der Gegenfeldmethode das Plancksche Wirkungsquantum h durchaus zu bestimmen vermag, aber zugleich keine hohe Genauigkeit erwarten kann, wäre ein angemessenes Abbild der Realität. Das Plancksche Wirkungsquantum wurde historisch erstmals mit diesem Versuch genauer bestimmt; heute gibt es aber deutlich genauere Methoden, bei denen man die systematischen Effekte besser beherrschen kann und mit denen h auf acht Stellen genau bestimmt werden und letztlich festgelegt werden konnte. Der Photoeffekt hat für die Bestimmung von h bzw. den davon abhängenden SI-Einheiten, wie dem kg , keine Bedeutung mehr. Auch dies ist ein Grund für die Wahl eines historischen Ansatzes, wie er in Unterabschnitt 3.3.1 dargelegt wurde.

Handhabbarkeit Der Versuch ist alles andere als trivial in der Durchführung. Es gibt einen optischen und einen elektrischen Aufbau, die es beide korrekt zu beherrschen gilt. Viele der eingesetzten Apparaturen bieten Möglichkeiten, Fehler einzubauen. So muss der optische Aufbau gut justiert werden. Die Umgebungsverhältnisse müssen mit dem gegebenen Material getestet werden:

- Funktioniert der Aufbau nur im Dunkeln?
- Welche Sicherheitsmaßnahmen sind ggf. zu treffen (z.B. bei einer Hg-Lampe mit UV-Anteil im Spektrum)?

Es gibt zudem viele sensible Teile im Aufbau, die bei einer Funktionsstörung das Experiment beeinträchtigen und die Daten unbrauchbar machen. Zu diesen Teilen

zählt z.B. der Messverstärker, der nötig ist, damit man Elektronenströme im pA -Bereich messen kann. Nicht zuletzt müssen Lampe und Farbfilter gut aufeinander abgestimmt sein. Für eine durchschnittlich aufgeräumte Physiksammlung und einen Neuling bildet die Summe der aufgezählten Punkte eine große Herausforderung.

Dennoch ist das Experiment handhabbar, wenn die Lehrkraft es in einem ruhigen Moment funktionsfähig ausprobiert hat. Ein justierter Aufbau liefert zuverlässig gute Ergebnisse. Das Einstellen der Gegenspannung $U(I_{Ph} = 0)$ stellt für Schüler:innen keine große Hürde dar. Das Abschätzen von Unsicherheiten kann Schüler:innen der Sek II in Gruppen gut gelingen. Die zuvor besprochenen Verfahren des wiederholten Messens oder der Kennlinie bieten sich hier an.

Die Auswertungsmethode ist aufgrund der Vereinfachung überaus handhabbar für die Sek II. Neben einfacher Mathematik (Grundrechenarten und Bruchrechnung) sind die vereinbarten Konventionen zum Rechnen mit Unsicherheiten, sowie das Einzeichnen der Steigungsgeraden zu meistern. Das Zeichnen (ich empfehle Millimeterpapier aufgrund der erhöhten Genauigkeit) und das Besprechen der Ergebnisse nimmt Unterrichtszeit in Anspruch. Diese ist im Sinne der Bildungsstandards aber gut investiert. Ist das Verfahren (besonders auch des Abschätzens von Unsicherheiten der Eingangsgrößen) einmal bekannt, lässt es sich beim nächsten Mal zügiger umsetzen.

Didaktischer Mehrwert Der didaktische Mehrwert entsteht zum einen durch die Auseinandersetzung mit der Datenqualität. Wie in der Einleitung und in Kapitel 2 motiviert, ist das Einschätzen der Aussagekraft von Daten für die heutige Zeit, und noch viel mehr für die Zukunft, eine entscheidende Kompetenz. Wenn wir nicht alles nur glauben wollen, müssen wir es überprüfen können. Diese Fähigkeit wird auch entscheidend dadurch geübt, dass nicht nur Daten nachvollzogen, sondern eigene Daten produziert und eingeordnet werden.

Ergänzend bietet das beschriebene Verfahren auch haptische Zugänge durch das Zeichnen der Anstiegsgeraden. Im Gegensatz zur Regression am Computer per Klick, wie es im Studium geschieht, ermöglicht das Zeichnen zudem auch das unmittelbare Erleben des Verfahrens der Regression. Auch die Bedeutung von Ausreißern und der Genauigkeit der Messung wird unmittelbar erfahrbar.

Nicht zuletzt sei nochmals auf den hohen Wert eines authentisch-historischen Ansatz-

zes verwiesen. Das gemeinsame Eintauchen in Zeiten und Denkmuster – und somit auch physikalische Arbeitsweisen – die den Schüler:innen sonst verschlossen bleiben, kann anhand dieses Versuchs mit gut recherchierten Hintergrundinformationen gelingen.

Beantwortung der Forschungsfrage Die Aspekte der Forschungsfrage lassen sich zusammenfassend wie folgt beantworten: Unter der Annahme solider Messwerte und angemessener Unsicherheitsabschätzungen bringt das zuvor demonstrierte Vorgehen nach [Hellwig 2012] für den skizzierten Versuch zum Fotoeffekt angemessene Ergebnisse hervor. Die Unsicherheiten werden überschätzt, aber bleiben in einem fachlich vertretbaren Rahmen. Aufgrund der vereinfachten Vorgehensweise ist das Vorgehen für den Unterricht der Sek II handhabbar. Der didaktische Mehrwert liegt in den Möglichkeiten des Versuchs, wie auch in den thematisierbaren Aspekten des Themenkomplexes MU begründet. Weiterführende gesellschaftliche Themen im Zusammenhang mit Datenqualität bieten sich zum vertiefenden Diskurs an.

5.2 Grenzen der Fehlerbetrachtung nach Hellwig

Im vorherigen Abschnitt wurde zusammenfassend formuliert, dass das Verfahren gut funktioniert, wenn solide Messdaten und gute Unsicherheitsabschätzungen vorliegen. Diese notwendige Bedingung bildet zugleich die Achillesferse des Verfahrens. Wenn eins von beidem unzureichend ist, funktioniert die Regression nicht, anders als es bei computergestützten Verfahren, wie der York-Methode, der Fall ist. [Hellwig 2012, Kapitel 9.4.3, S. 186] schreibt dazu:

In manchen Fällen ist es nicht möglich, eine Ausgleichsgerade zu konstruieren, die sämtliche Unsicherheitsrechtecke schneidet, sodass einzelne Messpunkte nicht erfasst werden können. Dies könnte zunächst darauf hindeuten, dass die Unsicherheiten der Messwerte nicht groß genug bestimmt wurden. Trifft diese Vermutung jedoch nicht zu, sollte die Messung im Idealfall wiederholt werden. Wiederholen sich diese „Ausreißer“, muss die Annahme eines linearen Zusammenhangs zwischen den entsprechenden Größen hinterfragt bzw. verworfen werden.

Das Verwerfen der Messwerte kann (z.B. im Falle mangelnder Zeit für weitere Erhebungen) auch als Diskussionsanlass dienen:

- Warum sind die Messwerte nicht gut genug?
- Welche Teile des Aufbaus oder der Durchführung sind besonders fehleranfällig?
- Wie kann die Datenerhebung konkret verbessert werden?
- Und wie würden Wissenschaftler mit einem solchen Ergebnis umgehen?

Hier lohnt sich wieder der historische Ansatz, denn auch in der Vergangenheit sind nicht alle Erkenntnisse aus perfekten Datenreihen hervorgegangen, wie die Ausführungen zum Coulomb-Gesetz in Unterabschnitt 3.3.1 und jene zur Geschichte der MU in Unterabschnitt 3.1.2 zeigen.

Es gibt weitere kritische Phänomene, die im Zusammenhang mit der Methode nach [Hellwig 2012] auftreten können. So beeinflussen – anders als bei computergestützten Regressionsverfahren – die MU der Eingangsgrößen die MU der Zielgröße maßgeblich und zwar in einer recht willkürlichen Weise. Bei der Methode nach [York et al. 2004] dienen die Unsicherheiten der Eingangsmesswerte v.a. der Gewichtung der Messwerte und üben nur geringen Einfluss auf die Messunsicherheit des Ergebnisses der Zielgröße aus, welche maßgeblich durch die Streuung der einzelnen Messwerte beeinflusst wird – letztlich wie eine gewichtete Standardabweichung. Bei der Methode nach [Hellwig 2012] können Kuriositäten auftreten, wie die Folgenden:

1. Ein Ausreißer mit großer Unsicherheit sorgt dafür, dass es nur noch einen sehr engen Anstiegsbereich gibt und die Unsicherheit des Ergebnisses gegen Null geht.
2. Ein Ausreißer mit kleinerer MU sorgt dafür, dass es keine mögliche Gerade gibt.
3. Sehr gute Werte, die fast perfekt auf einer Geraden liegen, sorgen in Kombination mit normalen MU dafür, dass die MU des Ergebnisses unerwartet groß wird.

Die Kombination dieser Punkte sorgt auch dafür, dass sich für Datensatz 2, bei welchem die Messwerte ziemlich perfekt auf einer Geraden liegen, wie Abbildung 4.2 und Tabelle B.4 und B.5 zeigen, größere MU ergeben als für Datensatz 4, wo die Werte aufgrund des breiten Quellspektrums einer größeren Streuung unterliegen.

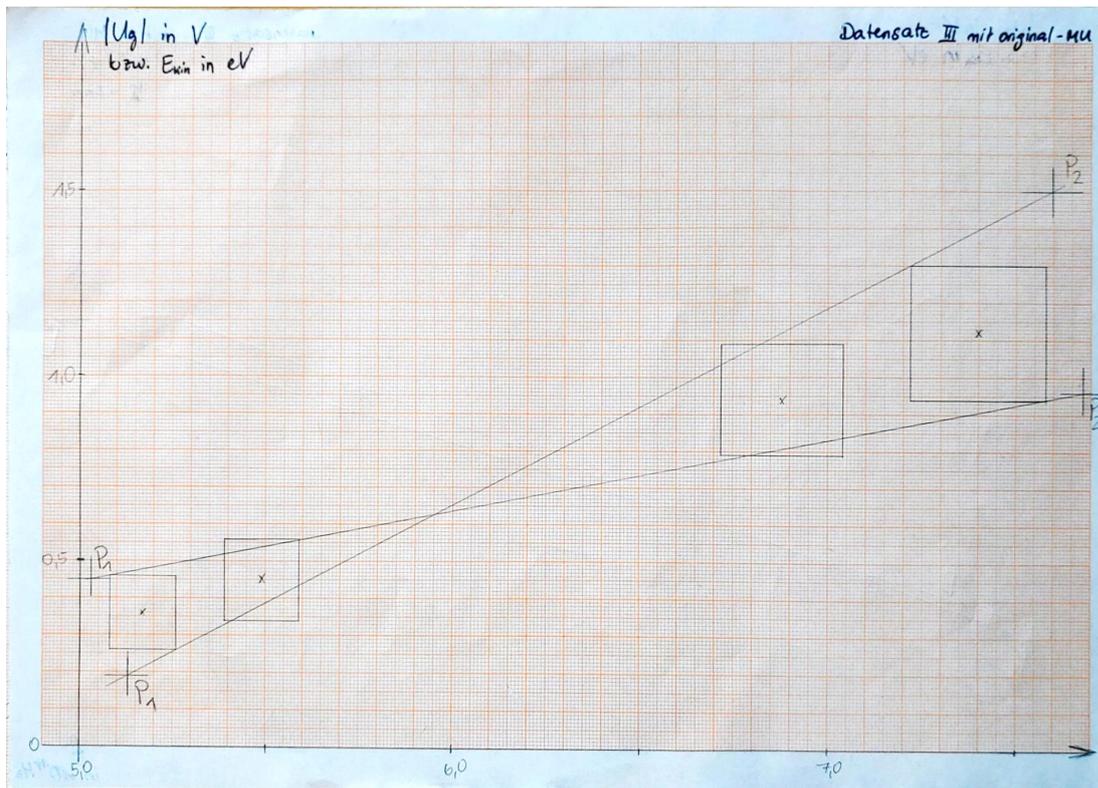


Abb. 5.1: Einsteigergeraden für die Auswertung von Datensatz 3 nach Hellwig mit originalen Unsicherheiten

Für Punkt 3 aus der obigen Aufzählung bietet sich als Veranschaulichung die Auswertung von Datensatz 3 mit den originalen, leicht überschätzten MU an, die in Abbildung 5.1 zu sehen ist. Das Ergebnis für diese Auswertung lautet:

$$h = 5,7 \pm 2,7 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

Dies entspricht einer Unsicherheit von 47%. Die entsprechenden Daten aus der Zeichnung in Abbildung 5.1 finden sich im Anhang in den Tabellen B.8 und B.14, sowie für u_λ in Unterabschnitt 4.1.2.

Bei realistischen Ergebnissen – wenn die Werte gut auf einer Geraden liegen und sinnvolle Unsicherheiten und Gerätefehler abgeschätzt wurden – ergeben sich jedoch schöne Ergebnisse. Ggf. lohnt sich die Wiederholung der Messung; andernfalls sicherlich das Thematisieren der Probleme im Unterricht, wie zuvor angeregt.

6 Zusammenfassung und Ausblick

Anhand von vier verschiedenen Datensätzen wurde den beiden vorangegangenen Kapiteln gezeigt, dass das vereinfachte Verfahren nach [Hellwig 2012] auf das in Kapitel 3 vorgestellte Experiment im Rahmen des Physikunterrichts der Sek II angewendet werden kann. Die begrenzte Unsicherheitenüberschätzung ist fachlich angemessen. Das Experiment ist im vorgeschlagenen Rahmen handhabbar und die beschriebene Umsetzung bietet didaktischen Mehrwert. Im Folgenden soll ein kurzer Ausblick gegeben werden.

Weitere Aspekte des Experiments untersuchen Das Nutzen der Nullstelle der U-I-Kennlinie erweist sich, wie zuvor dargestellt als ungenau. Systematische Effekte verzerren die an sich präzisen Messwerte deutlich, sodass der Anstieg der Einsteingerade nicht dem Planckschen Wirkungsquantum entspricht. Eine Variante zur Verbesserung des Verfahrens schlägt [Müller 2012] vor. Statt dem Nulldurchgang der U-I-Kennlinie soll ein Schnittpunkt für zwei Kurven unterschiedlicher Intensität gefunden werden. Dieser sei besser als Näherung für die Grenzfrequenz geeignet, da eine verunreinigte Anode hier bspw. kleinere Auswirkungen hat. Der Punkt, an welchem die Fotoströme zweier Intensitäten gleich sind, liege sehr nahe am Punkt, an welchem die Fotoströme ausgehend von der Kathode gleich sind, da der Anodenstrom vergleichsweise klein ist. Die unterschiedlichen Intensitäten könnten per Graufilter oder durch variieren der Quellspannung der Lampe erreicht werden. Ob die Messwerte tatsächlich besser wären, ist zu prüfen, genauso, inwieweit das Verfahren nach [Hellwig 2012] auf diese Vorgehensweise anwendbar wäre.

Übertragung auf weitere typische Experimente Diese Arbeit hat die Übertragung des Hellwigschen Modells auf das Experiment der h -Bestimmung mit der Gegenfeldmethode aufgezeigt. Neben den bereits vorhandenen weiteren Ausführungen (siehe

dazu u.a. auch Unterabschnitt 2.2.3) könnte in weiteren Arbeiten die Übertragbarkeit auf andere Experimente der Sekundarstufe I und II geprüft werden.

Grundsätzlich ist das Thematisieren von Messunsicherheiten (MU), wie es diese Arbeit vorschlägt, für sehr viele Experimente denkbar. Besonders interessant sind aber solche Versuche, deren Ziel im Ziehen von Schlüssen aus quantitativen Datensätzen liegt – also z.B. ein Gesetz phänomenologisch herleiten oder einen vorhandenen Zusammenhang beweisen. Liegt die Unterrichtsintention auf der qualitativen Betrachtung eines Zusammenhangs, ist die Betrachtung von MU nicht nötig.

Der RLP schlägt das Thematisieren von MU explizit für Themenfeld 1 *Gravitationsfeld, elektrisches und magnetisches Feld* vor, genauso wie für die Themen der Einführungsphase. Hier bietet sich ein großes Portfolio an zu untersuchenden Experimenten an.

Auch explizit erwähnt wird im Zusammenhang mit MU der Millikan-Versuch. Dies ist ein Versuch, bei welchem das Ziehen von Schlüssen maßgeblich von der Einschätzung der Datenqualität abhängt – noch stärker als beim vorliegenden Versuch zum Fotoeffekt. Gleichzeitig ist es aber noch schwieriger, saubere Daten zu erzielen – eine vertiefte Untersuchung lohnt erscheint in jedem Fall lohnend.

Auch für die Sek I können weitere Optionen geprüft werden. Obwohl das Modell nach [Hellwig 2012] explizit für die Sek I entwickelt wurde, kann für konkrete Experimente geprüft werden, welche Konzepte des Modells sich anbieten am Beispiel zu vertiefen, besonders auch im Hinblick auf die Jahrgangsstufe und die benötigten mathematischen Fähigkeiten.

Weitere Nutzung der Arbeit und des Materials Die Erkenntnisse dieser Arbeit stehen der wissenschaftlichen Community, wie auch der allgemeinen Öffentlichkeit zur freien Verfügung. Dabei steht es frei, die Arbeit als Ganzes, wie auch einzelne Aspekte, wie die in Anhang A entworfene Handreichung, zu benutzen oder zur weiteren Bearbeitung zu verwenden. Der Autor stellt auf Anfrage gern auch weiteres Material zur Verfügung.

Denkbare Kontexte weiterer Nutzung dieser Arbeit wäre bspw. die Publikation der Erkenntnisse in einer Fachzeitschrift oder auch in angepasster Form in einem Didaktik-Journal für Lehrkräfte. Die Handreichung könnte z.B. für die weitere Nutzung in Seminaren und Fortbildungen in allen Phasen der Lehrkräftebildung dienen.

Anhang A

Handreichung

Als Zusammenfassung der Erkenntnisse dieser Arbeit wurde eine Handreichung zur Nutzung jenseits wissenschaftlicher Literatur erarbeitet. Diese ist auf den folgenden Seiten zu finden. Bis auf die Seitenzahl beinhaltet sie keine Formatierungselemente dieser Arbeit. Sie ist doppelseitig gesetzt. Der Druck kann – beginnend mit der nächsten Seite – doppelseitig erfolgen und anschließend geheftet werden.

Dem Einsatz sind keine Grenzen gesetzt – vom Selbststudium bis zur Verwendung in Fortbildungen oder in der Lehrkräftebildung. Vervielfältigungen sind entsprechend *CC BY* unbegrenzt zulässig.

Handreichung zur Thematisierung von Messunsicherheiten

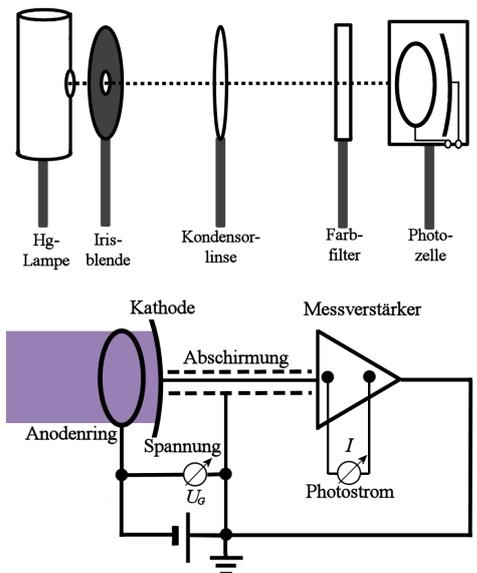
Fach: Physik
Einsatzgebiet: Sekundarstufe II
Themenfeld: Quantenobjekte
Fachlicher Kontext: Fotoeffekt (h -Bestimmung mit der Gegenfeldmethode)

In Kürze Mit der Gegenfeldmethode kann das Plancksche Wirkungsquantum h als Inbegriff der Quantisierung des Lichts einigermaßen präzise bestimmt werden. Mit der vereinfachten Methode nach Hellwig [1] zur Abschätzung und Auswertung von Messunsicherheiten können sehr gute Aussagen über die Qualität der erhobenen Daten gemacht werden. Nur auf Basis einer solchen Abschätzung kann die Aussagekraft der Ergebnisse eingeschätzt werden. Und nur dann sind Schlüsse auf Basis der Daten – wie z.B. der Konstanz von h oder einer Abschätzung der Größenordnung – zulässig und sinnvoll. Die Bewertung von Daten spielt auch jenseits dieses Versuches in der Gesellschaft und in den Bildungsstandards eine große Rolle. Das vorgeschlagene Experiment leistet einen Beitrag zur Bewertungs- und zur Erkenntnisgewinnungskompetenz. Die Unterscheidung von Messabweichung und Messunsicherheit ist von großer Bedeutung

Experimentieraufbau

Benötigt werden:

- eine Fotozelle mit Ringanode
- monochromatische Lichtquellen oder Lichtquelle (z.B. Hg-Lampe) mit passenden Farbfiltern
- ggf. einen optischen Aufbau, zum Fokussieren auf die Kathode
- eine fein justierbare Spannungsquelle
- ein hochpräzises Amperemeter, ggf. mit einem Messverstärker für den nA -Bereich
- Voltmeter und Verbindungskabel



Vorgeschlagenes Vorgehen

Optischer Aufbau und Schaltung nach [2]

1. Vorbereitung: Geräte & Stromkreis aufbauen, optische Justage, Testmessung vornehmen, Frequenz mit passendem Filter auswählen
2. Spannung auf 0V \rightarrow dann langsam und stetig erhöhen, bis der Fotostrom bei 0pA ist. \rightarrow U aufschreiben \rightarrow 6x durchführen (für Unsicherheitsbestimmung)
3. Prozedere für mindestens drei weitere Frequenzen wiederholen

Auswertung der Daten

Es sind die Daten wie beschrieben zu erheben. Die Standardunsicherheit der Spannung u_U wird aus dem Betrag der größten Abweichung eines Einzelwerts vom Mittelwert ermittelt. Gerätefehler von Volt- und Amperemeter werden zu dieser Unsicherheit addiert. Z.B. $u_y = u_U + 0,001V + 0,7\% \cdot U + 3\% \cdot U$ (mit dem letzten Glied als relativen Gerätefehler für das Amperemeter.) Die Unsicherheit der x-Werte des f-U-Diagramms werden aus der Breite der verwendeten Lampe abgeschätzt. Vielleicht existiert ein Handbuch oder die Möglichkeit, ein Spektrum quantitativ aufzunehmen. Die U-f-Wertepaare werden auf Millimeterpapier mit Unsicherheiten-Rechtecken in ein Diagramm eingetragen; h wird als Mittel aus der maximalen und der minimalen Gerade ermittelt, welche gerade noch alle Rechtecke tangiert. $u_h = \frac{1}{2} \cdot (h_{max} - h_{min})$

Fotoeffekt – Fachlicher Hintergrund

Der Fotoeffekt – auch licht- oder fotoelektrischer Effekt genannt – ist ein Wechselwirkungsprozess von Licht mit Materie, der auch als Stoß zwischen Photon und gebundenem Elektron interpretiert werden kann. Wichtige Eigenschaften:

- Das Elektron wird durch die Absorption eines Photons aus seiner Bindung in einem Stoff (Atom/Molekül/Metallgitter o.ä.) gelöst.
- Die Energie von *genau einem* Photon wird auf *genau ein* Elektron übertragen.
- Die Energie, die benötigt wird, damit ein Valenzelektron aus einem Stoff herausgelöst werden kann – die Bildungsenergie – ist stoffspezifisch und wird auch Austrittsarbeit W_A genannt.

Wichtige Folgerungen, die sich daraus ergeben sind u.a. folgende:

1. Ob Licht Elektronen herauslöst, bestimmt allein die Energie der Einzelphotonen $E = h \cdot f$, welche sich aus der Lichtfarbe bzw. Wellenlänge ergibt ($c = f \cdot \lambda$). Diese Energie muss größer als die Bindungsenergie des Elektrons sein (auch Austrittsarbeit W_A genannt).
2. Die Anzahl der herausgelösten Elektronen und damit der Fotostrom hängen ausschließlich von der Intensität des Lichts – also der Helligkeit bzw. der Anzahl der Photonen – ab (solange die Grenzfrequenz erreicht ist – siehe Punkt 1).
3. Die Folgerungen 1 und 2 zeigen die Quantisierung von Licht in diskrete Portionen auf und stehen damit im Widerspruch zum klassischen Wellenmodell des Lichts.

Historisch gesehen wurde der Fotoeffekt durch Heinrich Hertz und Wilhelm Hallwachs im Rahmen von Untersuchungen zur Wechselwirkung des Lichts mit elektrischen und magnetischen Feldern entdeckt und erforscht.

Didaktische Einbindung in den Unterricht

Der Fotoeffekt stellt eine sehr gute (und typische) Einführungsmöglichkeit in den Bereich der Quantenphysik dar. Die h -Bestimmung ist dabei besonders interessant, da das Plancksche Wirkungsquantum als Naturkonstante die direkte Übersetzung der Lichtfarbe in die diskrete Energiemenge *eines* Photons darstellt und somit der Inbegriff der quantenphysikalischen Revolution ist. Das Thematisieren von Messunsicherheiten (MU) ist bei diesem Versuch essenziell, wenn auf die Konstanz von h geschlossen werden soll oder ein konkreter Wert für h errechnet wird.

Authentisch-historischer Ansatz Des Weiteren bietet sich konkret bei diesem Thema ein historischer Ansatz an. Oft wird im Physikunterricht oder in Lehrbüchern ein fachlich-systematischer Ansatz gewählt, welcher jedoch oft in keiner Weise mit dem historischen Werdegang übereinstimmt. Das gemeinsame Eintauchen in Zeiten und Denkmuster – und somit auch physikalische Arbeitsweisen – die den Schüler:innen sonst verschlossen bleiben, kann anhand dieses Versuchs mit gut recherchierten Hintergrundinformationen gelingen. Einen Gedankengang aus einer der Originalveröffentlichungen explizit nachzuvollziehen, eröffnet bspw. die Möglichkeit, in die Gedankenwelt von Physikern der damaligen Zeit einzutauchen und die parallele Existenz gleichwertiger Ideen zur Lösung vorhandener Problem-Fragestellungen zu simulieren.

Hinweise zum Experimentieren

Vor der Nutzung im Unterricht sollte geprüft werden, ob mit dem gewählten Aufbau sinnvolle Daten erzielt werden können. Ist dies nicht der Fall könnte eine Funktionsstörung einzelner Bauteile vorliegen. Lässt sich keine Gerade entsprechend der Auswertungsablaufs generieren, sind Unsicherheiten und Messwerte zu überprüfen, zu diskutieren und ggf. zu verwerfen und erneut aufzunehmen.

Literaturverweis

- [1] J. Hellwig (2012): Messunsicherheiten verstehen. Ruhr-Universität Bochum, Universitätsbibliothek.
- [2] K. Schumann (2016): Über einen den Photoeffekt betreffenden didaktischen Gesichtspunkt. PhySX - Physikalische Schulexperimente Wiki.
URL: www.physikalische-schulexperimente.de (zuletzt besucht am 24.01.2023).

Diese Handreichung ist unter *Creative Commons Namensnennung 4.0 International License* lizenziert. Die Lizenz ist einsehbar unter <http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>.

Anhang B

Auswertungsdaten

In diesem Abschnitt sind die vollständigen Daten der vier Datensätze tabellarisch aufgelistet. Für die Datensätze 1 und 2 sind die Daten aller Einzelmessungen in Tabelle B.2 bis B.5 dargestellt. In Tabelle B.6 bis B.9 sind die Auswertungsdaten mit MU als Grundlage für die zwei Regressions-Verfahren nach [York et al. 2004] und [Hellwig 2012] für alle vier Datensätze aufgelistet. Tabelle B.10 bis Tabelle B.13 zeigen die aus den Hellwigschen Diagrammen abgelesenen Messpunkte der Anstiegsgeraden.

B.1 Einzelmesswerte der Datensätze 1 und 2

Die Tabellen B.2 bis B.5 enthalten die Daten der U_G -Einzelmessungen der Datensätze 1 und 2. Aufgrund der Datenmenge wurden beide Datensätze jeweils auf zwei Tabellen aufgeteilt. Untereinander sind die sechs Einzelmessungen zu einer Frequenz dargestellt und in der letzten Zeile das arithmetische Mittel und die Standardabweichung. Nebeneinander finden sich zwischen zwei Strichen jeweils die Ergebnisse für eine Frequenz in drei Spalten: links die Einzelwerte der Spannungsmessung bzw. der Mittelwert in V , in der Mitte die Beträge der Abweichungen der Einzelmessungen vom Mittelwert bzw. unten die Standardabweichung in mV und rechts die relativen Werte (mittlere durch linke Spalte) in $\%$. In Tabelle B.1 sind die in den anderen Tabellen genutzten Frequenzen mit ihren Wellenlängen und Unsicherheiten dargestellt. In Datensatz 2 gab es nur für fünf Wellenlängen Daten. $\lambda = 496nm$ wurde nicht berücksichtigt.

Tab. B.1: Zuordnung der sechs Frequenzen

Nr.	1	2	3	4	5	6
λ in nm	365	405	436	496	546	579
u_λ in nm	2	2	2	2	2	2
f in $10^{14} Hz$	8,21	7,41	6,88	6,04	5,49	5,18
u_f in $10^{14} Hz$	0,05	0,04	0,03	0,02	0,02	0,02
u_{rel}	0,55%	0,49%	0,46%	0,40%	0,37%	0,35%

Tab. B.2: Einzelmesswerte für f_1 bis f_3 aus Datensatz 1; $U(f_i)$ in V, $|x_i - \bar{x}|$ in mV und die dritte Spalte in %; Maximalabweichung fett

	$U(f_1)$	$ x_i - \bar{x} $	%	$U(f_2)$	$ x_i - \bar{x} $	%	$U(f_3)$	$ x_i - \bar{x} $	%
U_1	-1,733	2,0	0,12	-1,525	0,8	0,05	-1,319	0,3	0,03
U_2	-1,735	0,0	0,00	-1,526	0,2	0,01	-1,318	0,7	0,05
U_3	-1,736	1,0	0,06	-1,526	0,2	0,01	-1,319	0,3	0,03
U_4	-1,736	1,0	0,06	-1,526	0,2	0,01	-1,319	0,3	0,03
U_5	-1,735	0,0	0,00	-1,526	0,2	0,01	-1,319	0,3	0,03
U_6	-1,735	0,0	0,00	-1,526	0,2	0,01	-1,318	0,7	0,05
$\bar{x} + \sigma$	-1,735	0,4	0,03	-1,526	0,2	0,01	-1,319	0,2	0,02

Tab. B.3: Einzelmesswerte für f_4 bis f_6 aus Datensatz 1; $U(f_i)$ in V, $|x_i - \bar{x}|$ in mV und die dritte Spalte in %; Maximalabweichung fett

	$U(f_4)$	$ x_i - \bar{x} $	%	$U(f_5)$	$ x_i - \bar{x} $	%	$U(f_6)$	$ x_i - \bar{x} $	%
U_1	-0,972	12,8	1,32	-0,791	0,8	0,11	-0,689	0,5	0,07
U_2	-0,980	4,8	0,49	-0,792	0,2	0,02	-0,689	0,5	0,07
U_3	-0,983	1,8	0,19	-0,792	0,2	0,02	-0,690	0,5	0,07
U_4	-0,988	3,2	0,32	-0,792	0,2	0,02	-0,689	0,5	0,07
U_5	-0,992	7,2	0,72	-0,792	0,2	0,02	-0,690	0,5	0,07
U_6	-0,994	9,2	0,92	-0,792	0,2	0,02	-0,690	0,5	0,07
$\bar{x} + \sigma$	-0,985	3,4	0,34	-0,792	0,2	0,02	-0,690	0,2	0,03

Tab. B.4: Einzelmesswerte für f_1 bis f_3 aus Datensatz 2; $U(f_i)$ in V, $|x_i - \bar{x}|$ in mV und die dritte Spalte in %; Maximalabweichung fett

	$U(f_1)$	$ x_i - \bar{x} $	%	$U(f_2)$	$ x_i - \bar{x} $	%	$U(f_3)$	$ x_i - \bar{x} $	%
U_1	-2,081	0,5	0,10	-1,746	0,3	0,00	-1,512	0,7	0,10
U_2	-2,080	1,5	0,20	-1,746	0,3	0,00	-1,512	0,7	0,10
U_3	-2,082	0,5	0,00	-1,746	0,3	0,00	-1,511	0,3	0,00
U_4	-2,082	0,5	0,00	-1,746	0,3	0,00	-1,511	0,3	0,00
U_5	-2,082	0,5	0,00	-1,745	0,7	0,10	-1,511	0,3	0,00
U_6	-2,082	0,5	0,00	-1,745	0,7	0,10	-1,511	0,3	0,00
$\bar{x} + \sigma$	-2,082	0,3	0,02	-1,746	0,2	0,01	-1,511	0,2	0,01

Tab. B.5: Einzelmesswerte für f_5 und f_6 aus Datensatz 2; $U(f_i)$ in V, $|x_i - \bar{x}|$ in mV und die dritte Spalte in %; Maximalabweichung fett

	$U(f_5)$	$ x_i - \bar{x} $	%	$U(f_6)$	$ x_i - \bar{x} $	%
U_1	-0,902	0,3	0,00	-0,766	0,7	0,10
U_2	-0,902	0,3	0,00	-0,766	0,7	0,10
U_3	-0,902	0,3	0,00	-0,767	0,3	0,00
U_4	-0,902	0,3	0,00	-0,767	0,3	0,00
U_5	-0,901	0,7	0,10	-0,767	0,3	0,00
U_6	-0,901	0,7	0,10	-0,767	0,3	0,00
$\bar{x} + \sigma$	-0,902	0,2	0,02	-0,767	0,2	0,03

B.2 Rohdaten für die Auswertung

In den vier Tabellen B.6 bis B.9 sind für jeden Datensatz jeweils Werte für Wellenlänge, Frequenz und Gegenspannung je mit Messunsicherheiten (MU) aufgeführt. Die Werte für Wellenlängen und Gegenspannungen entstammen den originalen Datensätzen. Die MU sind ggf. entsprechend der Ausführungen in Abschnitt 4.2.1 vereinheitlicht worden. Für die Gegenspannungen existiert immer eine zweite MU für die Auswertung nach Hellwig entsprechend Abschnitt 4.3.2, wobei die Werte in den Datensätzen 3 und 4 identisch sind, wie zuvor ausgeführt. Auch in Datensatz 2 sind sie aufgrund der geringen Messwertstreuung fast identisch. Alle MU sind zur besseren Veranschaulichung einmal absolut und einmal relativ in % angegeben.

Tab. B.6: Daten aus Datensatz 1

	λ / nm	$f / 10^{14} Hz$	MU %	U_G / V	MU %	Hellwig	%
λ_1	$365,0 \pm 2,0$	$8,213 \pm 0,045$	0,55%	$1,735 \pm 0,059$	3,4%	$\pm 0,060$	3,5%
λ_2	$404,7 \pm 2,0$	$7,409 \pm 0,037$	0,49%	$1,526 \pm 0,052$	3,4%	$\pm 0,052$	3,4%
λ_3	$435,8 \pm 2,0$	$6,879 \pm 0,032$	0,46%	$1,319 \pm 0,045$	3,4%	$\pm 0,045$	3,4%
λ_4	$496,2 \pm 2,0$	$6,042 \pm 0,024$	0,40%	$0,986 \pm 0,037$	3,7%	$\pm 0,046$	4,7%
λ_5	$546,1 \pm 2,0$	$5,490 \pm 0,020$	0,37%	$0,792 \pm 0,027$	3,4%	$\pm 0,028$	3,5%
λ_6	$579,1 \pm 2,0$	$5,177 \pm 0,018$	0,35%	$0,690 \pm 0,024$	3,5%	$\pm 0,024$	3,5%

Tab. B.7: Daten aus Datensatz 2

	λ / nm	$f / 10^{14} Hz$	MU %	U_G / V	MU %	Hellwig	%
λ_1	365 ± 2	$8,213 \pm 0,045$	0,5%	$2,082 \pm 0,070$	3,4%	$\pm 0,071$	3,4%
λ_2	405 ± 2	$7,402 \pm 0,037$	0,5%	$1,746 \pm 0,059$	3,4%	$\pm 0,059$	3,4%
λ_3	436 ± 2	$6,876 \pm 0,032$	0,5%	$1,511 \pm 0,051$	3,4%	$\pm 0,052$	3,4%
λ_5	546 ± 2	$5,491 \pm 0,020$	0,4%	$0,902 \pm 0,031$	3,4%	$\pm 0,031$	3,5%
λ_6	580 ± 2	$5,169 \pm 0,018$	0,3%	$0,767 \pm 0,027$	3,5%	$\pm 0,027$	3,5%

Tab. B.8: Daten aus Datensatz 3

	λ / nm	$f / 10^{14} Hz$	MU %	U_G / V	MU %	Hellwig	%
λ_2	405 ± 2	$7,402 \pm 0,037$	0,5%	$1,125 \pm 0,046$	4,1%	$\pm 0,046$	4,1%
λ_3	436 ± 2	$6,876 \pm 0,032$	0,5%	$0,925 \pm 0,044$	4,8%	$\pm 0,044$	4,8%
λ_5	546 ± 2	$5,491 \pm 0,020$	0,4%	$0,425 \pm 0,039$	9,2%	$\pm 0,039$	9,2%
λ_6	580 ± 2	$5,169 \pm 0,018$	0,3%	$0,325 \pm 0,038$	11,8%	$\pm 0,038$	11,8%

Tab. B.9: Daten aus Datensatz 4

	λ / nm	$f / 10^{14} Hz$	MU %	U_G / V	MU %	Hellwig	%
λ_1	375 ± 10	$7,994 \pm 0,213$	2,7%	$1,780 \pm 0,044$	2,5%	$\pm 0,044$	2,5%
λ_2	405 ± 10	$7,402 \pm 0,183$	2,5%	$1,550 \pm 0,043$	2,8%	$\pm 0,043$	2,8%
λ_3	436 ± 10	$6,876 \pm 0,158$	2,3%	$1,310 \pm 0,041$	3,1%	$\pm 0,041$	3,1%
λ_4	475 ± 10	$6,311 \pm 0,133$	2,1%	$1,240 \pm 0,041$	3,3%	$\pm 0,041$	3,3%
λ_5	550 ± 10	$5,451 \pm 0,099$	1,8%	$0,750 \pm 0,037$	5,0%	$\pm 0,037$	5,0%
λ_6	575 ± 10	$5,214 \pm 0,091$	1,7%	$0,730 \pm 0,037$	5,1%	$\pm 0,037$	5,1%
λ_7	589 ± 10	$5,090 \pm 0,086$	1,7%	$0,670 \pm 0,037$	5,5%	$\pm 0,037$	5,5%
λ_8	600 ± 10	$4,997 \pm 0,083$	1,7%	$0,610 \pm 0,036$	5,9%	$\pm 0,036$	5,9%

B.3 Messpunkte der Auswertung nach Hellwig

Des weiteren sind im Folgenden die den Diagrammen entnommen Daten der Auswertung nach Hellwig für alle vier Datensätze getrennt in Tabellen aufgeführt. Das Plancksche Wirkungsquantum wird aus dem Mittel der Anstiege zweier Geraden berechnet: Der Gerade, die durch alle Fehlerrechtecke verläuft, mit dem maximal möglichen Anstieg und jener mit dem kleinstmöglichen Anstieg. Um die Anstiege aus den Anstiegsdreiecken zu ermitteln, wurden für jede Gerade zwei Punkte entnommen. In den Tabellen sind die x-Koordinaten in $10^{14} Hz$ und die y-Koordinaten in eV angegeben. Die Werte für h_{min} und h_{max} sind als $h = \frac{P_{2,y} - P_{1,y}}{P_{2,x} - P_{1,x}}$ jeweils in $10^{-14} eVs$ angegeben.

Tab. B.10: Werte der Auswertung nach Hellwig für Datensatz 1

	Ergebnis	$P_{1,x}$	$P_{1,y}$	$P_{2,x}$	$P_{2,y}$
h_{max}	0,386	4	0,2	8,2	1,82
h_{min}	0,326	3,6	0,21	7,86	1,6

Tab. B.11: Werte der Auswertung nach Hellwig für Datensatz 2

	Ergebnis	$P_{1,x}$	$P_{1,y}$	$P_{2,x}$	$P_{2,y}$
h_{max}	0,481	4,7	0,5	7,82	2
h_{min}	0,388	4,2	0,43	8,12	1,95

Tab. B.12: Werte der Auswertung nach Hellwig für Datensatz 3

	Ergebnis	$P_{1,x}$	$P_{1,y}$	$P_{2,x}$	$P_{2,y}$
h_{max}	0,374	5,06	0,3	7,6	1,25
h_{min}	0,313	5,25	0,4	7,65	1,15

Tab. B.13: Werte der Auswertung nach Hellwig für Datensatz 4

	Ergebnis	$P_{1,x}$	$P_{1,y}$	$P_{2,x}$	$P_{2,y}$
h_{max}	0,456	4	0,1	7,84	1,85
h_{min}	0,375	3,8	0,21	8,2	1,86

Tab. B.14: Werte der Auswertung nach Hellwig für Datensatz 3 mit originalen Messunsicherheiten

	Erg.	P1/x	P1/y	P2/x	P2/y
h_max	0,530	5,13	0,19	7,6	1,5
h_min	0,192	5,03	0,45	7,68	0,96

Anhang C

Weiterführende Abbildungen

C.1 Reduziertes Sachstrukturmodell nach Hellwig

In den Abbildungen C.1 bis C.4 ist die Reduzierung des Sachstrukturmodells zu Messunsicherheiten von [Hellwig 2012] dargestellt. Grün sind jene Konzepte und Elemente, die in das reduzierte Modell beibehalten wurden, gelb solche, die Vereinfachungen erfahren haben und rot alle, die entfernt wurden.



Abb. C.1: Schematische Darstellung von Dimension 1 „Grundsätzliche Existenz“ des reduzierten Modells zu Messunsicherheiten mit den Konzepten „Ursachen der Messunsicherheit“ und „Unterscheidung zwischen Messunsicherheit und Messabweichung“ [Hellwig 2012, Kapitel 8.1 und 8.2]

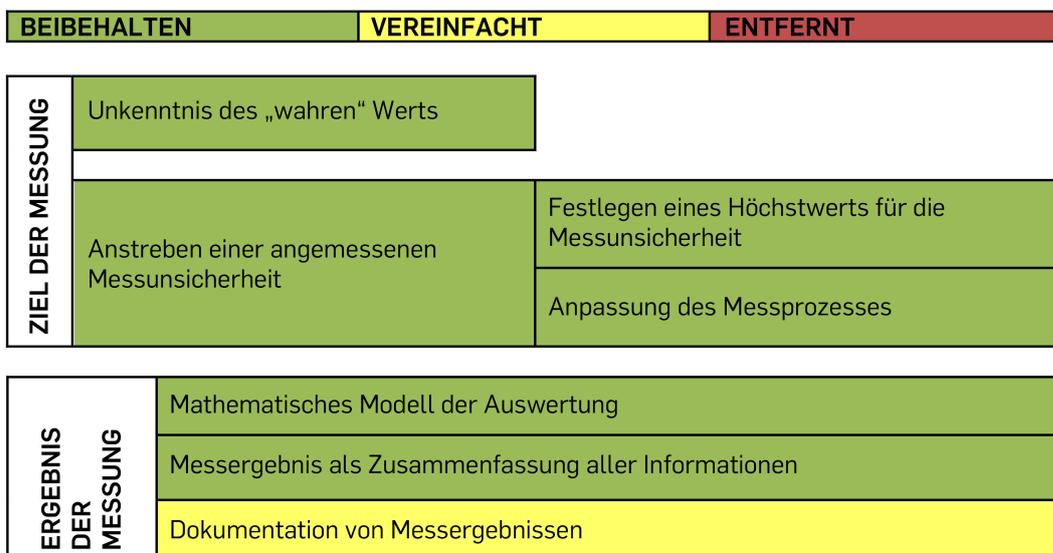


Abb. C.2: Schematische Darstellung von Dimension 2 „Einfluss auf das Messwesen“ des reduzierten Modells zu Messunsicherheiten mit den Konzepten „Ziel der Messung“ und „Ergebnis der Messung“ [Hellwig 2012, Kapitel 8.3 und 8.4]

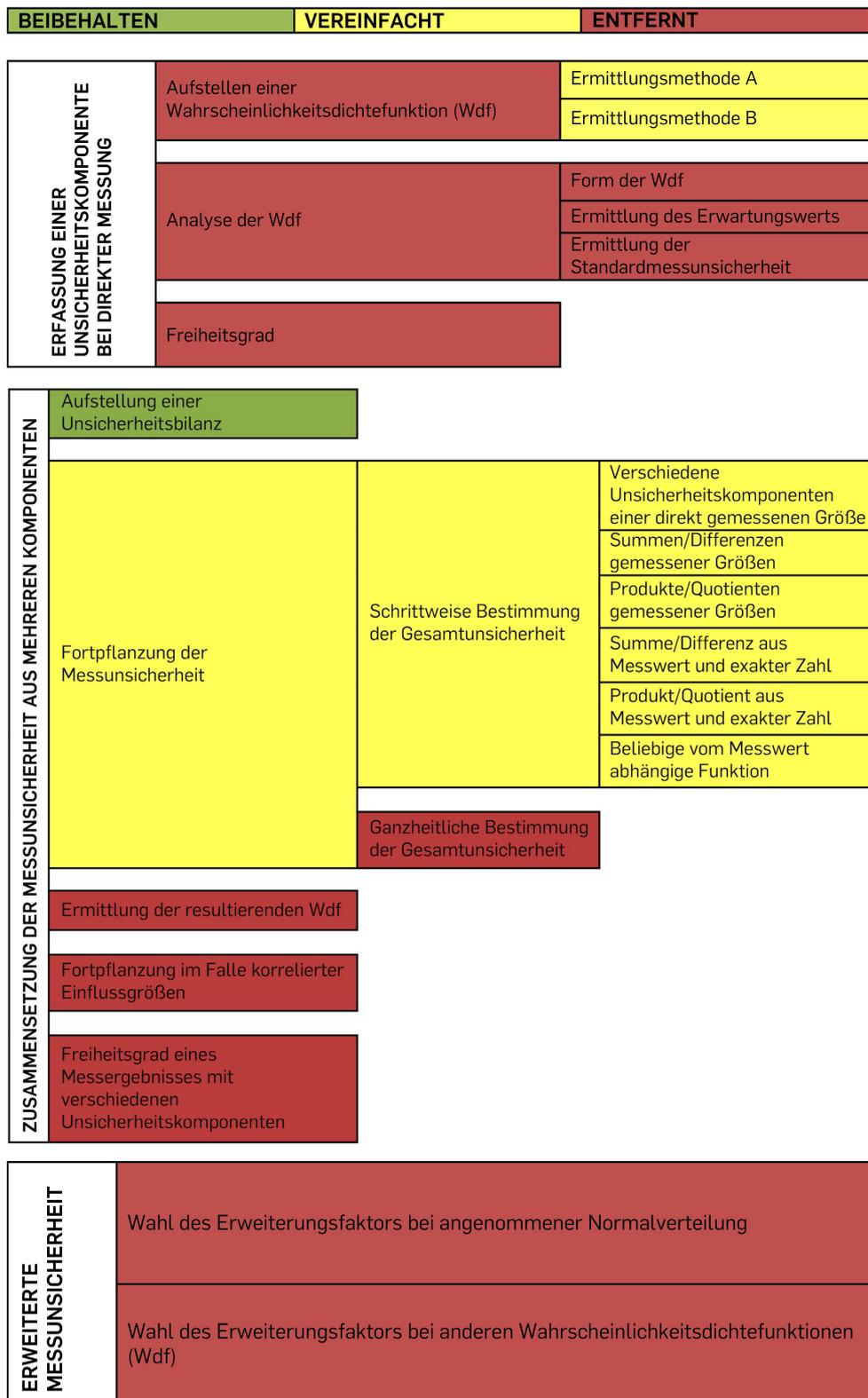


Abb. C.3: Schematische Darstellung von Dimension 3 „Einfluss auf das Messwesen“ des reduzierten Modells zu Messunsicherheiten mit den Konzepten „Erfassung einer Unsicherheitskomponente bei direkter Messung“, „Zusammensetzung der Messunsicherheit aus mehreren Komponenten“ und „Erweiterte Messunsicherheit“ [Hellwig 2012, Kapitel 8.5, 8.6 und 8.7]

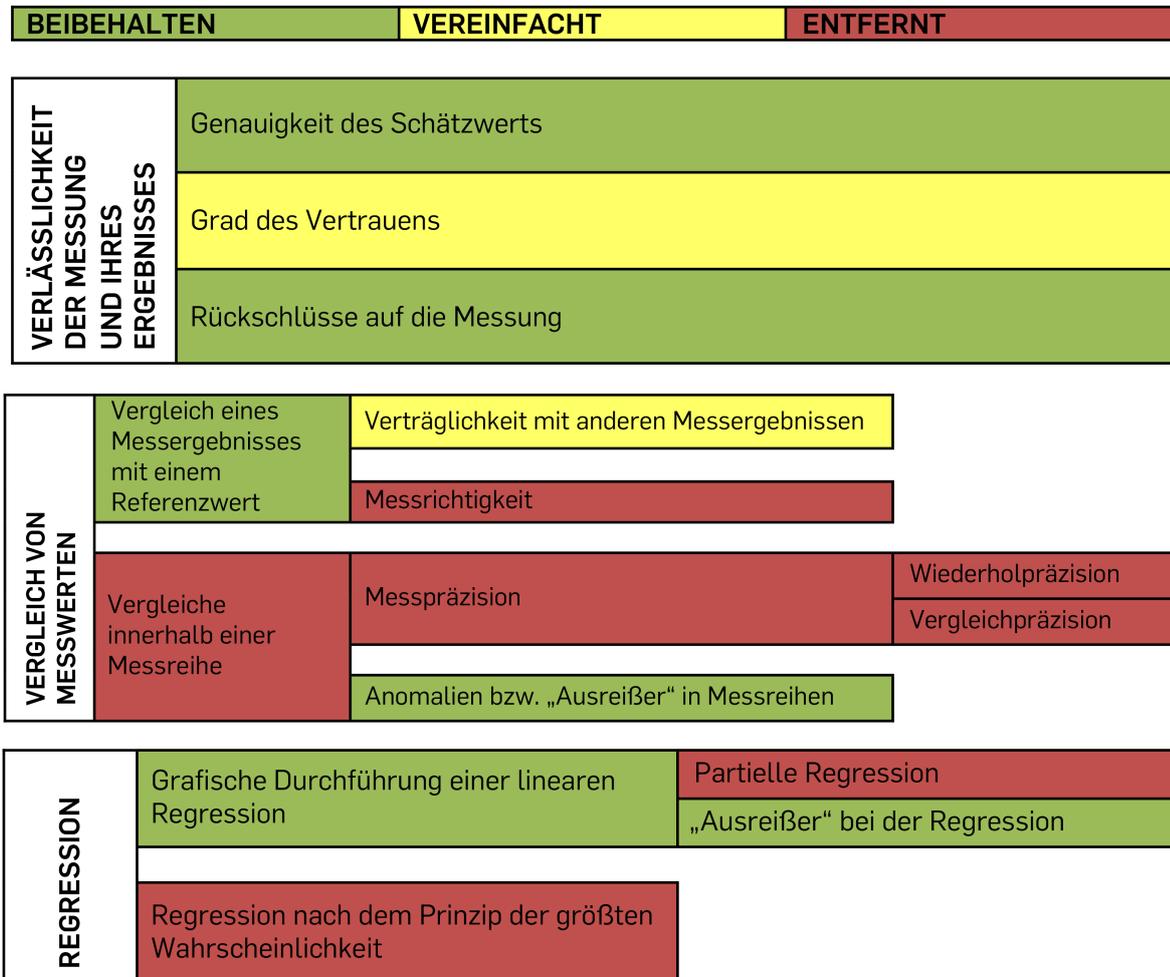
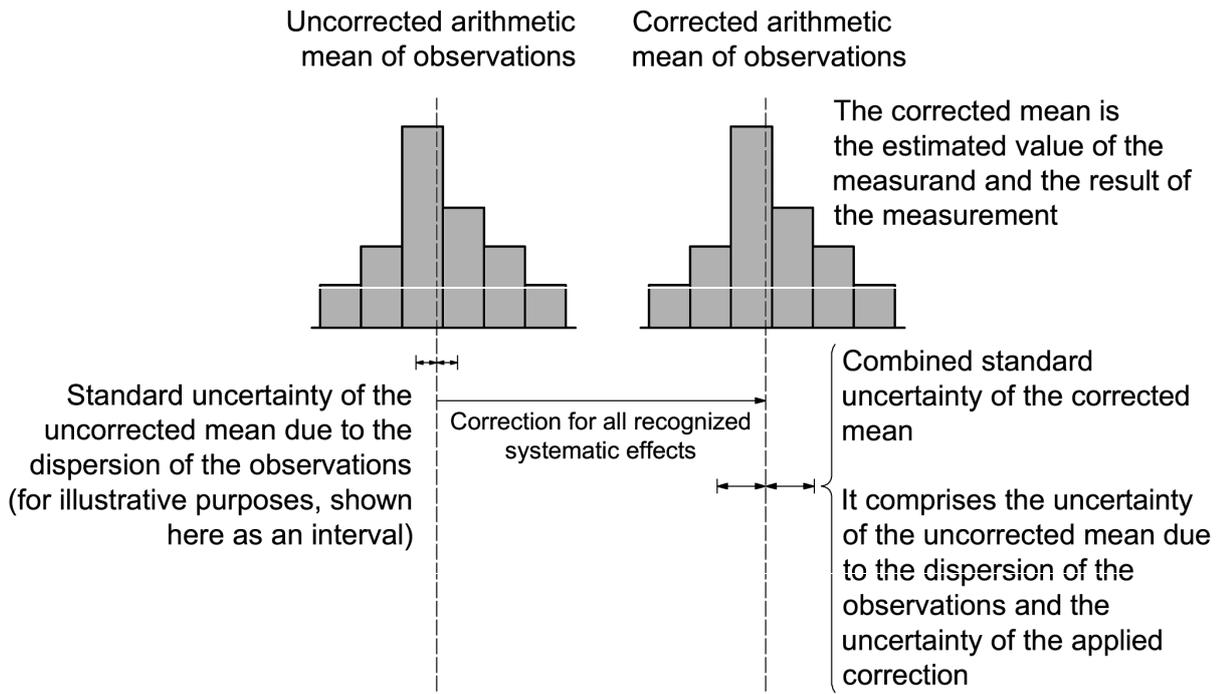
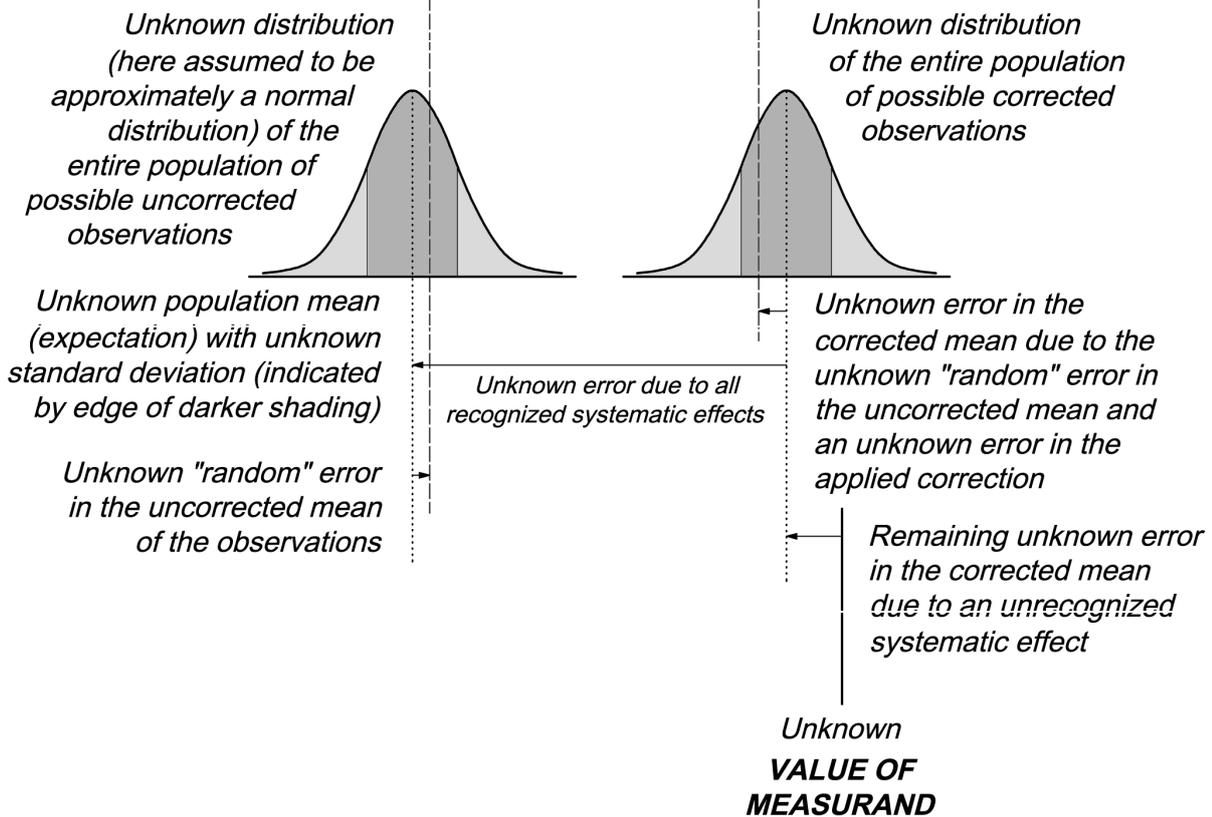


Abb. C.4: Schematische Darstellung von Dimension 4 „Einfluss auf das Messwesen“ des reduzierten Modells zu Messunsicherheiten mit den Konzepten „Verlässlichkeit der Messung und ihres Ergebnisses“, „Vergleich von Messwerten“ und „Regression“ [Hellwig 2012, Kapitel 8.8, 8.9 und 8.10]

C.2 Übersicht zu Messwert, Abweichung und Unsicherheit aus dem GUM



a) Concepts based on observable quantities



b) Ideal concepts based on unknowable quantities

Abb. C.5: Schematische Darstellung von Messwert, Abweichung und Unsicherheit aus [GUM 2008, S. 52]

Literatur

- [Bader et al. 2021] F. Bader u. a. *Dorn.Bader Physik. Kursstufe*. Gymnasium, Baden-Württemberg. Braunschweig: Westermann Schroedel Diesterweg Schöningh Winklers, 2021.
- [Balmer 1885] J. J. Balmer. “Notiz über die Spectrallinien des Wasserstoffs”. In: *Wiedemann’s Annalen der Physik und Chemie* 25 (1885), S. 80–87.
- [Bohr 1923] N. Bohr. “Über die Anwendung der Quantentheorie auf den Atombau”. In: *Zeitschrift für Physik* 13 (1923), S. 117–165.
- [BIPM 2019a] Bureau international des poids et mesures, Hrsg. *General Conference on Weights and Measures. 26th meeting (13-16 November 2018)*. Meudon/FR, 2019.
- [Davidson 2023] M. W. Davidson. *Xenon Arc Lamps. 2023*. URL: <https://zeiss-campus.magnet.fsu.edu/articles/lightsources/xenonarc.html> (besucht am 03. 05. 2023).
- [Diehl et al. 2008] B. Diehl u. a. *Physik Oberstufe. Gesamtband*. 1. Aufl. Berlin: Cornelsen, 2008.
- [Einstein 1905] A. Einstein. “Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt”. In: *Annalen der Physik* 322.6 (1905), S. 132–148. DOI: 10.1002/andp.19053220607.
- [Foucault 1850] L. Foucault. “Allgemeine Methode zur Messung der Geschwindigkeit des Lichts in Luft und anderen durchsichtigen Mitteln; relative Geschwindigkeiten des Lichts in Luft und

- Wasser; Entwurf eines Versuches über die Fortpflanzungs-Geschwindigkeit der strahlenden Wärme". In: *Annalen der Physik und Chemie* 157 (1850), S. 434–442.
- [JCGM 2009] Gemeinsamer Ausschuss für Leitfäden in der Metrologie, Hrsg. *Auswertung von Messdaten*. JCGM, 1. Juli 2009.
- [GUM 2008] Gemeinsamer Ausschuss für Leitfäden in der Metrologie, Hrsg. *Evaluation of measurement data*. Genf: JCGM, 1. Sep. 2008.
- [Grothues 2019] L. Grothues. "Der Rohstoff des 21. Jahrhunderts – Worin liegt der Wert unserer Daten?" In: *intersoft consulting services AG* (20. Aug. 2019).
- [Hallwachs 1888a] W. Hallwachs. "Ueber den Einfluss des Lichtes auf electrostatisch geladene Körper". In: *Annalen der Physik* 269.2 (1888), S. 301–312. DOI: 10.1002/andp.18882690206.
- [Hallwachs 1888b] W. Hallwachs. "Ueber die Electricisirung von Metallplatten durch Bestrahlung mit electricischem Licht". In: *Annalen der Physik* 270.8A (1888), S. 731–734. DOI: 10.1002/andp.18882700809.
- [Heering 1995] P. Heering. "Das Grundgesetz der Elektrostatik. Experimentelle Replikation, wissenschaftshistorische Analyse und didaktische Konsequenzen". Dissertation. Oldenburg, 1995.
- [Heering et al. 2020] P. Heering und M. Ellrodt. "Geschichten erzählen im Physikunterricht". In: *Unterricht Physik* 176 (2020).
- [Heinicke 2017] S. Heinicke. "Entdeckungen an den Grenzen des Messens". In: *Praxis der Naturwissenschaften - Physik in der Schule* 66.2 (2017), S. 28–32.
- [Heinicke et al. 2010] S. Heinicke u. a. "Aus Fehlern wird man klug. Über die Relevanz eines adäquaten Verständnisses von „Messfehlern“ im Physikunterricht". In: *Praxis der Naturwissenschaften - Physik in der Schule* 59.5 (2010), S. 5–15.
- [Hellwig 2012] J. Hellwig. "Messunsicherheiten verstehen". Doctoralthesis. Ruhr-Universität Bochum, Universitätsbibliothek, 2012.

- [Hellwig et al. 2017] J. Hellwig, J. Schulz und B. Priemer. "Messunsicherheiten im Unterricht thematisieren. ausgewählte Beispiele für die Praxis". In: *Praxis der Naturwissenschaften - Physik in der Schule* 66.2 (2017), S. 16–22.
- [Hertz 1887] H. Hertz. "Ueber einen Einfluss des ultravioletten Lichtes auf die electriche Entladung". In: *Annalen der Physik* 267.8 (1887), S. 983–1000. DOI: 10.1002/andp.18872670827.
- [Höttecke et al. 2015] D. Höttecke und F. Rieß. "Naturwissenschaftliches Experimentieren im Lichte der jüngeren Wissenschaftsforschung – Auf der Suche nach einem authentischen Experimentbegriff der Fachdidaktik". In: *Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften* 21.1 (2015). PII: 30, S. 127–139. DOI: 10.1007/s40573-015-0030-z.
- [Herz Stiftung 2023] Joachim Herz Stiftung, Hrsg. *LEIFphysik. Geschichte der Polarisation*. 29.05.2023. URL: <https://www.leifiphysik.de/optik/polarisation/geschichte/geschichte-der-polarisation> (besucht am 29. 05. 2023).
- [Klafki 1991] W. Klafki. *Neue Studien zur Bildungstheorie und Didaktik. Zeitgemäße Allgemeinbildung und kritisch-konstruktive Didaktik*. 2. Aufl. Basel/Weinheim: Beltz, 1991.
- [Kok et al. 2020] K. Kok, F. Boczianowski und B. Priemer. "Messdaten im Physikunterricht auswerten. wann sind Messunsicherheiten wichtig?" In: *MNU-Journal* 4 (2020), S. 292–295.
- [KMK 2020] Kultusministerkonferenz. *Bildungsstandards im Fach Physik für die Allgemeine Hochschulreife*. Version 2020. 18. Juni 2020.
- [Lannert 2017] B. Lannert. *Geometrische Optik, Wärmelehre und Gasgesetze, Atom- und Kernphysik, Freihandversuche. mit CD-ROM*. 1. Aufl. 3 Bde. Physik in Schülerexperimenten - Unterrichtsarrangements zum forschenden und entdeckenden Lernen 3. Stuttgart: Ernst Klett Verlag, 2017.

- [Lenard 1900] P. Lenard. "Erzeugung von Kathodenstrahlen durch ultraviolettes Licht". In: *Annalen der Physik* 307.6 (1900), S. 359–375. DOI: 10.1002/andp.19003070611.
- [Lenard 1902] P. Lenard. "Ueber die lichtelektrische Wirkung". In: *Annalen der Physik* 313.5 (1902), S. 149–198. DOI: 10.1002/andp.19023130510.
- [Leybold 2023] Leybold, Hrsg. *Quecksilber-Hochdrucklampe in Gehäuse*. 2023. URL: <https://www.leybold-shop.de/physik/geraete/optik/lichtquellen-und-zubehoer/spektrallampen-und-roehren/45115.html> (besucht am 12. 05. 2023).
- [Ludwig et al. 2017] T. Ludwig und B. Priemer. "Nicht-erwartete Messdaten und experimentelle Beobachtungen im Physikunterricht. eine gute Gelegenheit im Unterricht zu argumentieren". In: *Praxis der Naturwissenschaften - Physik in der Schule* 66.2 (2017), S. 23–27.
- [Meyer et al. 2011] L. Meyer u. a. *Lehrbuch Physik - Gymnasiale Oberstufe. 2., vollständig überarbeitete Ausgabe*. 1. Aufl. Berlin: Duden Paetec, 2011.
- [Meyn 2011] J.-P. Meyn. *Grundlegende Experimentiertechnik im Physikunterricht*. ger. München: Oldenbourg, 2011. 130 S. DOI: 10.1524/9783486705713.
- [Millar et al. 1998] R. Millar und J. Osborne. *Beyond 2000: Science education for the future. The report of a seminar series funded by the Nuffield Foundation*. London: King's College, 1998.
- [Möhrke 2020] P. Möhrke. "Messunsicherheiten im Physikunterricht. Befragung von Lehrkräften in Baden-Württemberg". In: *Naturwissenschaftliche Kompetenzen in der Gesellschaft von morgen. Gesellschaft für Didaktik der Chemie und Physik Jahrestagung in Wien 2019*, S. 876–879. DOI: 10.25656/01:20445.

- [Müller 2010] U. Müller. “Physikalisches Grundpraktikum. Einführung in die Messung, Auswertung und Darstellung experimenteller Ergebnisse in der Physik”. Institut für Physik. Praktikumsskript. Berlin: Humboldt-Universität, 2010.
- [Müller 2012] U. Müller. “Physikalisches Grundpraktikum. Mechanik und Thermodynamik”. Institut für Physik. Praktikumsskript. Berlin: Humboldt-Universität, 2012.
- [Newton 1672] I. Newton. “A Letter of Mr. Isaac Newton, Professor of the Mathematicks in the University of Cambridge. Containing His New Theory about Light and Colors”. In: *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* 6.80 (1672), S. 3075–3087.
- [Newton 1675] I. Newton. “On Air and on the Aether”. In: *Unpublished Scientific Papers of Isaac Newton. A Selection from the Portsmouth Collection in the University Library*. Hrsg. von A. R. Hall, M. B. Hall und C. H. Dwight. Cambridge: Cambridge University Press, 1962, S. 221–228.
- [Newton 1704] I. Newton. *Opticks: or, A treatise of the reflections, refractions, inflexions and colours of light. also two treatises of the species and magnitude of curvilinear figures*. London: Printed for Sam. Smith, and Benj. Walford, 1704. DOI: 10.5479/sil.302475.39088000644674.
- [Nobel Prize 2023] Nobel Prize Outreach. *All Nobel Prizes in Physics*. 2023. URL: <https://www.nobelprize.org/prizes/lists/all-nobel-prizes-in-physics/> (besucht am 24.01.2023).
- [Planck 1900] M. Planck. “Zur Theorie des Gesetzes der Energieverteilung im Normalspectrum”. Faksimile in den *Physikalischen Blättern* 4/4, 1948 S. 146-151. In: *Faksimile aus den Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft*. Hrsg. von Deutsche Physikalische Gesellschaft. Bd. 2. Berlin, 1900, S. 237–245. DOI: 10.1002/phbl.19480040404.

- [Rutherford 1911] E. Rutherford. "The Scattering of α and β Particles by Matter and the Structure of the Atom". In: *Philosophical Magazine* 6.21 (1911), S. 669–688.
- [Schumann 2016] K. Schumann. *Über einen den Photoeffekt betreffenden didaktischen Gesichtspunkt*. PhySX - Physikalische Schulerperimente Wiki. 2016. URL: https://www.physikalische-schulerexperimente.de/physo/%C3%9Cber_einen_den_Photoeffekt_betreffenden_didaktischen_Gesichtspunkt (besucht am 24.01.2023).
- [SenBJF 2021] Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Familie Berlin und Ministerium für Bildung, Jugend und Sport des Landes Brandenburg. *Rahmenlehrplan für die gymnasiale Oberstufe - Teil C - Physik*. Version 2021. 2021.
- [SenBJF 2006] Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Familie Berlin, Ministerium für Bildung, Jugend und Sport des Landes Brandenburg und Ministerium für Bildung, Wissenschaft und Kultur Mecklenburg-Vorpommern. *Rahmenlehrplan für die gymnasiale Oberstufe - Physik*. Version 2006. 2006.
- [Student 1908] Student. "The Probable Error of a Mean". In: *Biometrika* 6.1 (1908), S. 1–25. DOI: 10.1093/biomet/6.1.1.
- [Taylor 1988] J. R. Taylor. *Fehleranalyse. Eine Einführung in die Untersuchung von Unsicherheiten in physikalischen Messungen*. ger. 1. Aufl. Weinheim: VCH, 1988. 243 S.
- [BIPM 2019b] *The International System of Units (SI)*. Version 9. Bureau international des poids et mesures. 2019. URL: <https://www.bipm.org/en/publications/si-brochure> (besucht am 29.05.2023).
- [Thomson 1904] J. J. Thomson. "XXIV. On the structure of the atom: an investigation of the stability and periods of oscillation of a number of corpuscles arranged at equal intervals around the circumference of a circle; with application of the results to the theory of atomic structure". In: *The London, Edinburgh, and Dublin*

- Philosophical Magazine and Journal of Science* 7.39 (1904), S. 237–265. DOI: 10.1080/14786440409463107.
- [Wikipedia 2022a] Wikipedia, Hrsg. *Digitale Revolution*. de. Creative Commons Attribution-ShareAlike License Page Version ID: 228555187. 2022. URL: https://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Digitale_Revolution&oldid=228555187 (besucht am 08. 12. 2022).
- [Wikipedia 2023a] Wikipedia, Hrsg. *Photoelektrischer Effekt*. de. Creative Commons Attribution-ShareAlike License Page Version ID: 229584263. 2023. URL: https://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Photoelektrischer_Effekt&oldid=229584263 (besucht am 24. 01. 2023).
- [Wikipedia 2022b] Wikipedia, Hrsg. *Welle-Teilchen-Dualismus*. de. Creative Commons Attribution-ShareAlike License Page Version ID: 219921627. 2022. URL: <https://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Welle-Teilchen-Dualismus&oldid=219921627> (besucht am 24. 01. 2023).
- [Wikipedia 2023b] Wikipedia, Hrsg. *Zeeman-Effekt*. 2023. URL: <https://de.wikipedia.org/wiki/Zeeman-Effekt> (besucht am 24. 01. 2023).
- [York et al. 2004] D. York u. a. “Unified equations for the slope, intercept, and standard errors of the best straight line”. In: *American Journal of Physics* 72.3 (2004), S. 367–375. DOI: 10.1119/1.1632486.
- [zur Nedden et al. 2020] M. zur Nedden und B. Priemer. “Aus der Forschung in die Schule. Verfahren zur Beschreibung von Unsicherheiten und zur Vermeidung von Bestätigungsfehlern”. In: *Unterricht Physik* 177/178 (2020), S. 23–27.

Danksagung

Diese Arbeit ist nun endlich vollendet und dafür danke ich allen, die mich dabei unterstützt haben und mich darin unerschütterter bestärkt, ja manchmal vielleicht sogar das ein oder andere Mal gedrängt haben.

Ich danke v.a. aber auch der fürsorglichen Betreuung durch Prof. Priemer, den mein Zeitplan und mit seinen gelegentlichen Änderungen unberührt ließen und der mich auf Anfrage auch in hohem Takt beriet und für meine Fragen und Sortierungsgespräche immer zur Verfügung stand.

Ich danke in ebensolchem Maße Kristoph, der mit mir Gedanken stürmte und austauschte und unermüdlich neue und alte Ideen einwarf, sobald ich den kleinsten Anstoß dazu gab. Es ist großartig zu wissen, immer noch mehr wandelndes Wissen und Kreativität in der Hinterhand zu haben.

Ich danke Elisabeth für die sensationelle Unterstützung über den ganzen Prozess hinweg, besonders aber auf den letzten Metern, gemeinsam auch mit Usha. Danke, dass du an mich geglaubt hast und danke, dass ihr da seid!

Ein Dank geht auch an alle Freunde, denen ich vom Stand meiner Arbeit und anderen Dingen in meinem Leben erzählen durfte und mit denen ich den Lebensabschnitt Masterarbeit geteilt habe.

Selbstständigkeitserklärung

Ich erkläre hiermit, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst und noch nicht für andere Prüfungen eingereicht habe. Sämtliche Quellen einschließlich Internetquellen, die unverändert oder abgewandelt wiedergegeben werden, insbesondere Quellen für Texte, Grafiken, Tabellen und Bilder, sind als solche kenntlich gemacht. Mir ist bekannt, dass bei Verstößen gegen diese Grundsätze ein Verfahren wegen Täuschungsversuchs bzw. Täuschung eingeleitet wird.

Berlin, den 30. Mai 2023

(Unterschrift)