

# Experimentelle Elementarteilchenphysik I: Hausaufgaben

Humboldt-Universität zu Berlin, Sommersemester 2017

Prof. Dr. H. Lacker

## Übungsblatt 5 (Besprechung: 24.05.2017)

### Aufgabe 1: Abschätzung von CKM-Elementen aus hadronischen bzw. leptonischen Zerfällen

- a)  $D^0$ -Mesonen können u. a. nach  $K^-\pi^+$  oder nach  $K^+\pi^-$  zerfallen. Berechnen Sie aus den gemessenen Verzweigungsverhältnissen das CKM-Elementverhältnis  $\frac{|V_{cd}||V_{us}|}{|V_{cs}||V_{ud}|}$  inklusive Fehlerabschätzung unter der Annahme ab, dass man das Matrixelement  $\mathcal{A}$  für beide Zerfälle mittels naiver Faktorisierung als Produkt von zwei hadronischen Strömen berechnen kann. Verwenden Sie dafür folgende mit Hilfe der Gitter-QCD berechneten Größen: Verhältnis von Kaon- und Pionzerfallskonstante  $f_K/f_\pi = 1.195 \pm 0.003$ , Formfaktoren:  $F_{D \rightarrow K} = 0.747 \pm 0.036$ ,  $F_{D \rightarrow \pi} = 0.666 \pm 0.052$ . Die benötigten experimentellen Daten entnehmen Sie dem PDG Booklet.

(Hinweis: Die Zerfallsrate berechnet sich über Fermi's Goldene Regel in diesem einfachen Fall eines Zweikörperzerfalls eines Spin-0-Mesons in zwei Spin-0-Mesonen wie folgt:  $\Gamma_{D \rightarrow K\pi} = \frac{1}{8\pi} |\mathcal{A}_{D \rightarrow K\pi}|^2 \frac{|\vec{p}_K|}{M_D^2}$ . Das Verhältnis der Matrixelementbeträge bestimmen Sie mit Hilfe der entsprechenden Feynmandiagramme.)

- b) Um ein Verzweigungsverhältnis in einen bestimmten Endzustand z. B. für  $D^+$ -Mesonen zu messen, muss die Zahl aller im Experiment produzierten  $D^+$ -Mesonen bekannt sein. Eine elegante Möglichkeit dies zu tun, besteht in der  $e^+e^-$ -Annihilation in eine  $c\bar{c}$ -Resonanz, die mit großer Wahrscheinlichkeit in ein  $D^+D^-$ -Paar zerfallen kann. Für jedes Ereignis mit einem eindeutig rekonstruierten  $D^-$ -Zerfall ("Tag") aus dem Zerfall dieser Resonanz weiß man dann automatisch, dass in diesem Ereignis auch ein  $D^+$  produziert wurde.

- (a) Suchen Sie im PDG-Book(let), welche Resonanz diese Eigenschaft hat und in welche Endzustände sie hauptsächlich noch zerfallen kann.

- (b) Sagen Sie voraus, wieviele  $D^+ \rightarrow \mu^+\nu_\mu$ -Zerfälle man erwartet für folgende Annahmen: die  $c\bar{c}$ -Resonanz zerfällt zu 41 % in  $D^+D^-$ , der  $e^+e^-$ -Produktionsquerschnitt für diese Resonanz beträgt 6,4 nb, die integrierte Luminosität des Beschleunigers beträgt  $3 \text{ fb}^{-1}$ , als  $D^-$ -Tag verwendet man den Zerfall  $D^- \rightarrow K^+\pi^-\pi^-$ .

Nehmen Sie  $f_{D^+} = 210 \text{ MeV}$  für die  $D^+$ -Zerfallskonstante und  $|V_{cd}| = 0,2256$  an. Die weiteren benötigten experimentellen Daten entnehmen Sie dem PDG Booklet und vergleichen dann mit dem gemessenen Verzweigungsverhältnis. (Hinweis: Die theoretische Vorhersage für die leptonische Zerfallsrate eines pseudoskalaren Mesons  $P$  berechnet sich zu:  $\Gamma_{P \rightarrow \ell\nu} = \frac{G_F^2 f_P^2 m_\ell^2 M_P}{8\pi} (1 - \frac{m_\ell^2}{M_D^2})^2 |V_{qq'}|^2$ .

- (c) Die Wahrscheinlichkeit, dass sich ein Antifermion negativer Helizität in einem rechtsschiralen Zustand befindet, ist  $\frac{1}{2}(1 - \beta_\ell)$ . Da die Paritätsverletzung erzwingt, dass nur rechtsschirale Antifermionen an  $W$ -Bosonen koppeln, ist  $\Gamma_{P \rightarrow \ell\nu}$  proportional zu dieser Wahrscheinlichkeit. Zeigen Sie, dass daraus  $\Gamma_{P \rightarrow \ell\nu} \propto m_\ell^2$  folgt.

Bitte wenden!

## Aufgabe 2: Fermion- und Leptonuniversalität

Um die Leptonuniversalität in  $W$ -Zerfällen zu testen, wurden bei LEP2 die Verzweigungsverhältnisse der Zerfälle  $W \rightarrow \ell\nu_\ell$  in der Produktion von  $W^+W^-$ -Paaren gemessen.

- Zeigen Sie: Werden die Teilchenmassen im Endzustand vernachlässigt und nur Feynman-Diagramme führender Ordnung im  $W$ -Zerfall betrachtet, ist  $BF(W \rightarrow \ell\nu_\ell) = 1/9$  für  $\ell = e, \mu, \tau$  unter der Annahme, dass  $W$ -Bosonen an alle Fermionen mit der gleichen Kopplungsstärke koppeln und die CKM-Matrix eine unitäre  $3 \times 3$ -Matrix ist.
- Überlegen Sie mit dem Resultat aus a), wie häufig folgende Endzustände in der  $W^+W^-$ -Produktion bei LEP2 vorkommen:  $\ell_1\ell_2\nu_1\nu_2$ ,  $\ell\nu q_1\bar{q}_2$ ,  $q_1\bar{q}_2q_3\bar{q}_4$ .
- Unter der Annahme, dass die schwache Kopplungskonstante  $g$  vom Typ des Leptons abhängt und somit als  $g_\ell$  geschrieben werden muss, ermitteln Sie die Verhältnisse  $g_e/g_\mu$ ,  $g_e/g_\tau$  und  $g_\mu/g_\tau$  aus den gemessenen Verzweigungsverhältnissen  $BF(W \rightarrow \ell\nu_\ell)$  (siehe PDG Booklet). Hinweis: Die Fermi-Konstante kann bei Verletzung der Leptonuniversalität nicht mehr einfach als  $G_F$  mit Hilfe einer universellen Kopplungskonstante  $g$  geschrieben werden.
- Unter der Annahme, dass es eine vierte Fermionengeneration mit einem vierten Neutrino  $N$  gibt, ist  $\nu_\ell = \sum_{i=1}^4 U_{\ell i}\nu_i$  mit den geladenen Leptonen  $\ell = e, \mu, \tau$  und einem vierten schweren geladenen Lepton  $E$ , und mit den Neutrinomasseneigenzuständen  $\nu_i$  ( $i = 1, \dots, 4$ ). Dabei ist die  $4 \times 4$ -Matrix  $U$  die Neutrinomischungsmatrix, das Analogon zur CKM-Matrix im Leptonsektor. Die  $3 \times 3$ -Untermatrix  $U_{\ell i}$  mit  $\ell = e, \mu, \tau$  und  $i = 1, 2, 3$  ist dann nicht notwendigerweise unitär.

Ein Neutrino einer vierten Generation muss schwerer als  $m_Z/2$  sein. Nehmen Sie an, dass das  $\nu_4$  so schwer ist, dass ein  $W$ -Boson nicht in ein Neutrino einer vierten Generation zerfallen kann.

Zeigen Sie, dass man dann den Leptonuniversalitätstest als Schranke auf die Verhältnisse  $\frac{1-|U_{e4}|^2}{1-|U_{\mu4}|^2}$ ,  $\frac{1-|U_{e4}|^2}{1-|U_{\tau4}|^2}$  und  $\frac{1-|U_{\mu4}|^2}{1-|U_{\tau4}|^2}$  interpretieren kann, unter der Annahme, dass die schwache Kopplungskonstante für alle Leptonen gleich  $g$  ist.

Zeigen Sie mit Hilfe der  $4 \times 4$ -Unitarität, dass ein Leptonuniversalitätstest dieser Art eine obere Schranke von  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  für  $|U_{e4}|$ ,  $|U_{\mu4}|$  und  $|U_{\tau4}|$  ergibt.

**Abgabe:** 29.05.2017 up to 14:45 in box in front of room 1'415