Experimentelle Elementarteilchenphysik 2: Hausaufgaben

Humboldt–Universität zu Berlin, Sommersemester 2019
Prof. Dr. H. Lacker

Übungsblatt 8 (Besprechung: 19.06.2019)

Aufgabe 1: Signifikanz und Konfidenzgrenze

a) Für eine definierte Luminosität ist die Wahrscheinlichkeit, eine Zahl n von Ereignissen für einen bestimmten Prozeß zu messen, gegeben durch die Poissonverteilung: $P(n;\mu) = \frac{\mu^n}{n!}e^{-\mu}$ mit $n = 0, ...\infty$. Dabei ist μ der Erwartungswert der Ereignisse für diesen Prozeß.
Nach allen Selektionsschnitten einer Analyse, die nach einem neuen Prozeß H sucht, wird aus der Simulation 1 Standardmodellereignis erwartet und vier Ereignisse gemessen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit p_0 (p-Wert, Signifikanz), dass man vier oder mehr Ereignisse misst, wenn es keine Prozesse jenseits des Standardmodells gibt, die die Selektion passieren. (Tipp: Es ist einfacher, die Wahrscheinlichkeit für weniger als vier Ereignisse auszurechnen.)

b) Es wird nach einem neuen Prozeß H gesucht. Wenn man nur wenige oder keine Ereignisse vom H-Typ findet, bestimmt man eine obere Grenze für die im Mittel zu erwartende Zahl von H-Ereignissen. Zu einem Vertrauensniveau $\alpha \in [0, 1]$ wird die obere Grenze $\mu_{max}(\alpha)$ (Konfidenzgrenze) dadurch definiert, dass bei wiederholter Durchführung des Experiments mit Wahrscheinlichkeit α mehr Ereignisse auftreten würden als tatsächlich beobachtet wurden. Berechnen Sie $\mu_{max}(90\%)$ und $\mu_{max}(95\%)$ für null, genau ein und genau zwei Ereignisse!

Aufgabe 2: Mesonoszillationen

a) Zeigen Sie, dass $|\Delta m| = 2|\mathcal{M}_{12}|$, falls $q/p = 1$.

b) Die Massendifferenz zwischen Masseneigenzuständen neutraler B_d^0-Mesonen berechnet sich in führender Ordnung durch Box-Diagramme (siehe Vorlesung). Wenn mit Π_q der Quarkpropagator bezeichnet wird, wie hängt dann diese Amplitude $\mathcal{M}_{12}$ von den CKM-Elementen und den Quarkpropagatoren ab?

c) Zeigen Sie damit, dass wegen der Unitarität der CKM-Matrix die Oszillationsfrequenz Null ist, wenn die Massen von u-, c- und t-Quark gleich sind.

d) Der Propagatorterm wird umso größer, je größer die Quarkmasse ist.
Zeigen Sie, dass für Topquarkdominanz ($m_t >> m_c, m_u$) gilt: $\mathcal{M}_{12} \propto (V_{tb}V_{td}^*)^2(\Pi_t - \Pi_u)^2$

e) Um welchen Faktor sollten also B_s^0-Mesonen schneller oszillieren als B_d^0-Mesonen?

f) Unter der Annahme, dass für B_d^0-Mesonen $\Delta\Gamma = 0$ und $|q/p| = 1$ gilt, zeigen Sie:
$Prob(B^0 \to B^0; t) = Prob(\bar{B}^0 \to \bar{B}^0; t) = \frac{1}{2}e^{-\Gamma t}[1 + \cos(\Delta m \cdot t)]$,
$Prob(B^0 \to \bar{B}^0; t) = Prob(\bar{B}^0 \to B^0; t) = \frac{1}{2}e^{-\Gamma t}[1 - \cos(\Delta m \cdot t)]$.

g) Falls $|q/p|$ von 1 abweicht, zeigen Sie, dass gilt: $\frac{Prob(B^0\to\bar{B}^0;t)-Prob(\bar{B}^0\to B^0;t)}{Prob(B^0\to\bar{B}^0;t)+Prob(\bar{B}^0\to B^0;t)} = \frac{|q/p|^2-|p/q|^2}{|q/p|^2+|p/q|^2}$ unabhängig von t.

Bitte wenden!

Aufgabe 3: Unitaritätsdreieck und Jarlskog-Parameter

Zeigen Sie, dass das Unitaritätsdreieck (UT) eine Fläche von $|J/2|$ besitzt, wobei J der Jarlskog-Parameter ist, und dass alle Unitaritätsdreiecke die selbe Fläche besitzen.
Für den ersten Teil betrachten Sie $Im(V_{cb}V_{td}{V_{cd}}^*{V_{tb}}^*)$. Identifizieren Sie in diesem Ausdruck die beiden Seiten A und B des UT und überzeugen Sie sich davon, dass das Doppelte der UT-Fläche gegeben wird durch $|A||B|\sin\beta$. Zeigen Sie dann: $Im(A^*B) = |A||B|\sin\beta$.
Für den zweiten Teil zeigen Sie, dass Sie $Im(V_{cb}V_{td}{V_{cd}}^*{V_{tb}}^*)$ mit Hilfe der Unitarität der CKM-Matrix z. B. in $-Im(V_{cb}V_{ts}{V_{cs}}^*{V_{tb}}^*)$ transformieren können.

Abgabe: 17.06.2019 up to 10:45 in box in front of room 1'415