

Experimentelle Elementarteilchenphysik I: Hausaufgaben

Humboldt-Universität zu Berlin, Sommersemester 2019

Prof. Dr. H. Lacker

Übungsblatt 7 (Besprechung: 29.05.2019)

Aufgabe 1: Tiefinelastische Streuung

- Zeigen Sie, dass für eine elastische Elektron-Nukleon-Streuung gilt: $x_{Bj} = 1$
- Wie groß ist x_{Bj} , wenn ein Elektron einer Energie von 4,879 GeV an einem ruhendem Proton unter 10° inelastisch gestreut wird und nach der Streuung eine Energie von 4,2 GeV besitzt?

Aufgabe 2: Jetartigkeit

Wir betrachten in $e^+e^- \rightarrow \text{Hadronen}$ die Event-Shape-Variablen Thrust (T) und Sphericity (S):

$$T = \max_{\vec{n}_T} \frac{\sum_i |\vec{p}_i \cdot \vec{n}_T|}{\sum_i |\vec{p}_i|}, \quad S = \frac{3}{2} \min_{\vec{n}_S} \frac{\sum_i |\vec{p}_i \times \vec{n}_S|^2}{\sum_i |\vec{p}_i|^2}$$

wobei \vec{n}_T, \vec{n}_S Einheitsvektoren sind, die die Jetachse annähern. Die Summation erstreckt sich über alle Teilchen des Endzustandes. Alle Betrachtungen erfolgen im e^+e^- -Schwerpunktsystem.

- Zeigen Sie unter Vernachlässigung von Partonmassen:
 $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$: $T = 1$;
 $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}g$ mit $|\vec{p}_q| = |\vec{p}_{\bar{q}}| = |\vec{p}_g|$: $T = 2/3$;
 $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}ggg\dots$ mit Impulsverteilung $\rho(|\vec{p}|)$ für alle Partonen und räumlich isotroper Ausstrahlung unendlich vieler Partonen bei jedem Impuls: $T = 1/2$.
- Die QCD kann nicht zwischen einem Quark und einem kollinearen Paar gleicher Gesamtenergie, bestehend aus einem Quark und einem Gluon, unterscheiden. Diskutieren Sie die Vorhersagbarkeit von T und S auf dem Partonniveau im Rahmen perturbativer QCD-Rechnungen.

Aufgabe 3: α_s -Bestimmung

- Zeigen Sie, dass $\alpha_s(q^2) = \frac{\alpha_s(\mu^2)}{w} \left[1 - \frac{\beta_1}{\beta_0} \frac{\alpha_s(\mu^2)}{w} \ln w \right]$ mit $w = 1 - \beta_0 \alpha_s(\mu^2) \ln(\frac{\mu^2}{q^2})$ und $\beta_0 = \frac{33-2n_f}{12\pi}$, $\beta_1 = \frac{153-19n_f}{24\pi^2}$ eine Lösung (2. Ordnung in α_s) der Renormierungsgruppen-Gleichung $q^2 \frac{\partial \alpha_s(q^2)}{\partial q^2} = -\beta_0 \alpha_s^2(q^2) - \beta_1 \alpha_s^3(q^2) + \mathcal{O}(\alpha_s^4(q^2))$ ist. (n_f ist die Zahl der aktiven Quarkflavours.)
- In 2. Ordnung Störungsrechnung lässt sich die Thrust-Verteilung schreiben als:
 $\frac{1}{\sigma_0} (1 - T) \frac{d\sigma}{dT} = \frac{\alpha_s(\mu^2)}{2\pi} A(T) + \left(\frac{\alpha_s(\mu^2)}{2\pi} \right)^2 \left[A(T) 2\pi \beta_0 \ln(\frac{\mu^2}{s}) + B(T) \right]$. Der totale Wirkungsquerschnitt ist dabei $\sigma_{tot} = \sigma_0 (1 + \frac{\alpha_s}{\pi} + \dots)$.
Zeigen Sie, dass diese Beziehung bis zur berechneten Ordnung unabhängig von der Wahl der Renormierungsskala μ^2 ist.

- c) Bei LEP ($\sqrt{s} = 91 \text{ GeV}$, $n_f = 5$) wurde für $T = 0,75$ gemessen: $\frac{1}{\sigma_{tot}} \frac{d\sigma}{dT} = 0,388 \pm 0,020$. Die QCD-Berechnung ergibt $A(0,75) = 2,294$, $B(0,75) = 85,7$. Berechnen Sie $\alpha_s(s)$ unter der Voraussetzung $\mu^2 = s$ bzw. unter Verwendung von $\mu^2 = 25 \text{ GeV}^2$ und anschließender Übersetzung gemäß Aufgabenteil a). Vergleichen Sie die experimentellen Fehler mit der Unsicherheit der Wahl der Skala μ^2 . Welche weiteren theoretischen Unsicherheiten würden Sie (qualitativ) erwarten?

Abgabe: 27.05.2019 up to 10:45 in box in front of room 1'415