Experimentelle Elementarteilchenphysik 2: Hausaufgaben

Humboldt–Universität zu Berlin, Sommersemester 2017
Prof. Dr. H. Lacker

Übungsblatt 11 (Besprechung: 18.07.2017)

Aufgabe 1: Leptonflavourzahlverletzung

In der Vorlesung wurde der Zerfall $\mu \rightarrow e\gamma$ für drei Fermiongenerationen diskutiert. Nehmen Sie an, es gäbe eine vierte Fermiongeneration mit einem Dirac-Neutrino mit mindestens 50 GeV Masse. Wie groß kann dann die PMNS-Matrixelementkombination $|U_{e4}U^*_{\mu 4}|$ höchstens sein, wenn man bei einem Vertrauensniveau von 90 % $BF(\mu \rightarrow e\gamma) < 5,7 \times 10^{-13}$ gemessen hat?

Aufgabe 2: Oszillation geladener Leptonen

Geladene Leptonen können nicht von einem Flavour in einen anderen Flavour oszillieren, da die Flavoureigenzustände definierte Masse besitzen. Man könnte jedoch Überlagerungszustände aus diesen Masseneigenzuständen bilden und fragen, ob man Oszillationen zwischen diesen Überlagerungszuständen messen könnte. Wir betrachten dazu die Produktion geladener Leptonen aus dem Zerfall eines ruhenden W-Bosons und nehmen an, dass Phasenraumunterschiede durch Neutrinomassen vernachlässigbar sind.

a) Wie groß ist der Energieunterschied zwischen einem τ und einem Elektron bzw. zwischen einem μ und einem Elektron, die aus dem W-Zerfall kommen, im Vergleich zur Energieunschärfe im Zerfall? Werden demnach alle drei geladenen Leptonen kohärent erzeugt?

b) Da die Leptonen mit einer Energie- bzw. Impulsunschärfe (σ_p) aus dem Zerfall kommen, werden Sie durch ein Wellenpaket einer typischen Unschärfe ($\sigma_x = 1/\sigma_p$) beschrieben. Die verschiedenen Leptons-Flavours haben unterschiedliche Gruppengeschwindigkeiten $v_g = \frac{\partial E}{\partial |\vec{p}|}$. Schätzen Sie die Kohärenzlänge L_{coh} für das Paar τ und Elektron bzw. μ und Elektron ab.

Aufgabe 3: Neutrinooszillationsformeln

In der Vorlesung wurde mit Wellenpaketen gezeigt, unter welchen Bedingungen man Neutrinooszillationen erhält. Werden die Masseneigenzustände k kohärent erzeugt und bleibt die Köhärenz über große Distanzen erhalten, dann kann man mit ebenen Wellen rechnen und die Energien E_k für hochrelativistische Neutrinos schreiben als $E_k = E + \frac{m_k^2}{2E}$ mit der mittleren Neutrinoenergie $E \approx |\vec{p}|$. Die Zeitentwicklung von Masseneigenzuständen ist $|\nu_k(t)>= e^{-iE_k t}|\nu_k>$ $(|\nu_k>=|\nu_k(0)>)$ und man hat für $t = 0$ den kohärenten Zustand $|\nu_\alpha>=\sum_k U^*_{\alpha k}|\nu_k>$.

a) Zeigen Sie, dass aus $|\nu_\alpha(t)>=\sum_k U^*_{\alpha k}e^{-iE_k t}|\nu_k>$ für die Übergangsamplitude folgt:
$A_{\nu_\alpha\rightarrow\nu_\beta} =<\nu_\beta|\nu_\alpha(t)>=\sum_k U^*_{\alpha k}U_{\beta k}e^{-iE_k t}$.

b) Zeigen Sie, dass mit $L \approx t$ für die Übergangswahrscheinlichkeit folgt
$P_{\nu_\alpha\rightarrow\nu_\beta} = |A_{\nu_\alpha\rightarrow\nu_\beta}|^2 = \sum_{k,j} U^*_{\alpha k}U_{\beta k}U_{\alpha j}U^*_{\beta j}e^{-i\frac{\Delta m^2_{kj}L}{2E}}$.

c) Zeigen Sie damit und mit Hilfe von $\sum_k U^*_{\alpha k} U_{\beta k} = \delta_{\alpha\beta} = |\delta_{\alpha\beta}|^2$:

$$P_{\nu_\alpha \to \nu_\beta} = \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{k>j} Re(U^*_{\alpha k} U_{\beta k} U_{\alpha j} U^*_{\beta j}) \sin^2(\frac{\Delta m^2_{kj} L}{4E}) + 2 \sum_{k>j} Im(U^*_{\alpha k} U_{\beta k} U_{\alpha j} U^*_{\beta j}) \sin(\frac{\Delta m^2_{kj} L}{2E})$$

d) Zeigen Sie für zwei Neutrinogenerationen: $P_{\nu_\alpha \to \nu_\beta} = \sin^2(2\theta) \sin^2(\frac{\Delta m^2_{kj} L}{4E})$ für $\alpha \neq \beta$.

e) Zeigen Sie, dass daraus folgt: $P_{\nu_\alpha \to \nu_\beta} = \sin^2(2\theta) \sin^2(1,27 \frac{\Delta m^2_{kj} [\mathrm{eV}^2] \mathrm{L[m]}}{E[\mathrm{MeV}]})$.

Abgabe: 16.07.2018 up to 14:45 in box in front of room 1'415