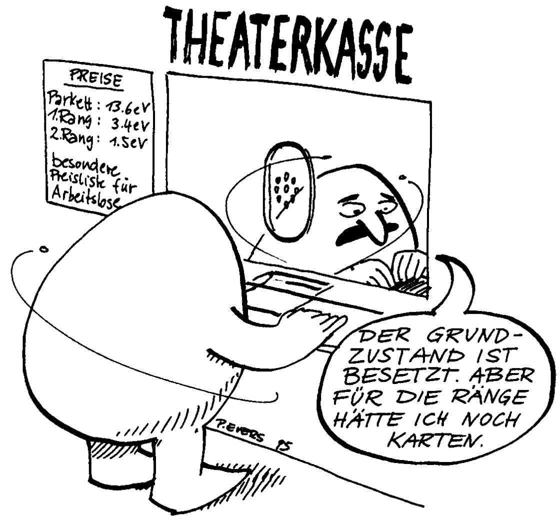
## 11. und letzte Hausübungen zur Quantenphysik SS 09

Dr. J. Henn | Dr. O. M. Kind | Prof. Th. Lohse | Prof. J. Plefka | Dr. U. Schwanke

Ausgabe: 01.07.09 | Abgabe: 10.07.09 in der Vorlesung | Besprechung: 15./16.07.09

### H1 - Ritzsches Variationsverfahren für den anharmonischen Oszillator




Der Hamiltonoperator eines eindimensionalen, anharmonischen Oszillators sei durch

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{m\omega^2}{2}\hat{x}^2 + \lambda\,\hat{x}^4$$

gegeben.

Führen Sie das Ritzsche Variationsverfahren mit der Funktionenschar $\psi[\mu](x) = \exp(-\mu x^2)$ durch und gewinnen Sie dadurch eine obere Schranke für die Energie des Grundzustandes.

### H2 - Erste Ordnung Störungstheorie für den anharmonischen Oszillator

Ein Teilchen der Masse $m$ befindet sich in einem eindimensionalen, anharmonischen Oszillator Potenzial

$$V(\hat{x}) = \frac{m}{2}\omega^2\hat{x}^2 + \lambda\hat{x}^4 \quad .$$

a) Bestimmen Sie in erster Ordnung Störungstheorie nach $\lambda$ die Eigenwerte und die Eigenfunktionen der Energie.

b) Geben Sie für die niedrigsten drei Eigenwerte die Resultate explizit an.

c) Vergleichen Sie das Resultat für die Grundzustandsenergie mit Aufgabe H1.

**Hinweis:** Es ist sehr hilfreich den Ort $\hat{x}$ durch Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren $\hat{a}^\dagger$ und $\hat{a}$ auszudrücken, um die auftretenden Matrixelemente *algebraisch* zu berechnen.

### H3 - Wasserstoffatom

Betrachtet werde das Wasserstoffatom, beschrieben durch die Zwei-Teilchen-Schrödinger-Gleichung mit dem Potential

$$V(|\vec{r}_e - \vec{r}_p|) = -\frac{e^2}{|\vec{r}_e - \vec{r}_p|}$$

(Massenwerte $m_e \simeq 9{,}11 \cdot 10^{-28}$ g, $\quad m_p \simeq 1840\, m_e$ ).

Für den Grundzustand berechne man
a) den wahrscheinlichsten Wert des Abstandes des Elektrons vom Kern,
b) den Erwartungswert dieses Abstandes (ausführliche Berechnung von $\langle r \rangle$ erbeten),
c) die Wahrscheinlichkeit dafür, das Elektron beim Abstand $r > a_H$ anzutreffen ( $a_H = \frac{\hbar^2}{m_e e^2}(1 + \frac{m_e}{m_p})$ ),
d) den wahrscheinlichsten Wert für den Impulsbetrag.