6. Hausübungen zur Quantenphysik SS 09

Dr. J. Henn Dr. O. M. Kind Prof. Th. Lohse Prof. J. Plefka Dr. U. Schwanke

---

Ausgabe: 27.05.09 Abgabe: 05.06.09 in der Vorlesung Besprechung: 10./11.06.09

H1 - Potenzialtopf im Wandel der Zeit

Betrachten Sie die eindimensionale Bewegung eines Teilchens der Masse m im Potenzial

$$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{falls } 0 \leq x \leq a \\ \infty & \text{sonst} \end{cases}$$

a) Wie lauten die normierten Energieeigenfunktionen und die dazugehörigen Energieeigenwerte des Problems?
Zum Zeitpunkt $t = 0$ werde der Zustand

$$\psi(x,0) = \frac{1}{\sqrt{2a}} \Big(1 - \exp(2\pi i \frac{x}{a}) \Big)$$

präpariert.
b) Zeigen Sie die Gültigkeit von $\langle p \rangle = \frac{h}{2a}$.
c) Berechnen Sie $\psi(x,t)$ unter Ausnutzung der Orthogonalitätsrelationen für sin und cos.
d) Berechnen Sie die Periode T der Wellenfunktion.
e) Berechnen Sie die klassische Periode $\tilde{T}$ für ein Teilchen der Masse m mit Impuls $p = \frac{h}{2a}$.
f) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, zum Zeitpunkt $t = 0$ den Energieeigenwert E_2 zu messen?
g) Nehmen Sie nun an, dass zum Zeitpunkt $t = 0$ der Energieeigenwert E_2 gemessen wurde. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, zu einem späteren Zeitpunkt $t > 0$ einen anderen Energiewert E_n mit $n \neq 2$ zu messen?

H2 - Deltafunktionspotenzial

In der Vorlesung haben wir die Anschlußbedigungen der Wellenfunktion für Potenziale mit Dirac-Deltafunktionssingularitäten besprochen.
a) Wir wollen nun das Potenzial (eindimensionales Problem)

$$V(x) = -\lambda\, \delta(x)\,, \qquad \lambda \text{ positiv}$$

betrachten. Wie lautet die Eigenfunktion und der Energieeigenwert für einen gebundenen ($E < 0$) Zustand?

b) Wir betrachten nun das Potenzial

$$V(x) = -\lambda\,(\delta(x) + \delta(x-a)\,)\,, \qquad \lambda \text{ positiv}$$

Man bestimme für $E < 0$ die Eigenwerte des Hamiltonoperators, wieviele gebundene Zustände gibt es? Man diskutiere das Ergebnis als Funktion von a.

H3 - Erzeugende Funktion

Zeigen Sie, dass e^{-t^2+2tx} erzeugende Funktion der Hermite-Polynome ist, d.h. dass

$$e^{-t^2+2tx} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{t^n}{n!}\,H_n(x)$$

gilt. Zeigen Sie weiterhin durch Ableiten, dass hieraus die Rekursionsbeziehung $H_n'(x) = 2n\,H_{n-1}(x)$ folgt.