

8. Hausübungen zur Quantenphysik SS 09

Dr. J. Henn

Dr. O. M. Kind

Prof. Th. Lohse

Prof. J. Plefka

Dr. U. Schwanke

Ausgabe: 10.06.09

Abgabe: 19.06.09 in der Vorlesung

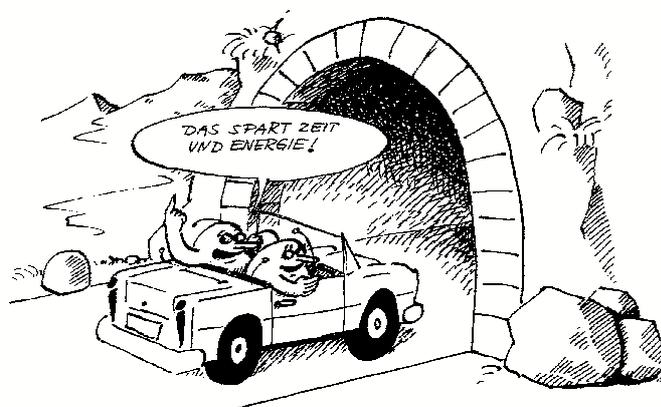
Besprechung: 24./25.06.09

H1 - Streuzustände des Potenzialtopfs und Resonanzen

Betrachten Sie die *Streuzustände* des eindimensionalen Potenzialtopfs mit

$$V(x) = -V_0 \theta(a - |x|), \quad V_0 > 0.$$

Es ist hier – wie schon in der Diskussion der Bindungszustände des Problems – hilfreich, den dimensionslosen Parameter $\xi := \sqrt{2mV_0} a / \hbar$ einzuführen.



UM DAS POTENTIALGEBIRGE ZU ÜBERQUEREN, BENUTZEN VIELE ATOMIS EINEN TUNNEL.

Diskutieren Sie nun eine von links ($x < 0$) einfallende, ebene Welle mit $E > 0$:

- Bestimmen Sie die Transmissions- und Reflexionswahrscheinlichkeiten!
- Für welche Energiewerte E wird die Transmissionswahrscheinlichkeit $|S(E)|^2$ eins?
- Plotten Sie die Transmissionswahrscheinlichkeit $|S(E)|^2$ gegen E/V_0 für $\xi = 10$ und $\xi = 400$ und diskutieren Sie Ihr Ergebnis.

H2 - Vertauschungsrelationen des Bahndrehimpulsoperators

Bestimmen Sie für den Operator des Bahndrehimpulses \hat{L}_i ($i = 1, 2, 3$) die Kommutatoren

$$[\hat{L}_i, \hat{L}^2], \quad [\hat{L}_i, \hat{x}^2], \quad [L_i, \hat{p}^2].$$

H3 - Einsteins erster Angriff

Einstein hat die Unbestimmtheits- und Komplementaritätsphänomene der Quantenmechanik nie akzeptiert. Hier sein berühmter erster Versuch, die Fundamente der Quantenmechanik durch ein Gedankenexperiment als inkonsistent zu entlarven (siehe Abbildung):

Betrachtet wird ein reibungsfrei seitlich beweglicher Doppelspalt, der mit Teilchen von Impuls p_0 (ebene Wellen, de Broglie-Wellenlänge λ) beschossen wird. Im Punkt P im seitlichen Abstand x vom Zentrum wird der Aufprall eines auslaufenden Teilchens detektiert. Gleichzeitig wird der Rückstoßimpuls p_S des anfangs ruhenden Doppelspalts gemessen.

- Erläutern Sie, wie daraus der Weg des Teilchens (Spalt 1 oder Spalt 2) eindeutig folgt und somit

1. die Doppelspaltinterferenz auftritt, obwohl der Weg des Elektrons bestimmt wurde und
2. sowohl der Ort als auch der seitliche Impuls des Teilchens nach Durchgang durch den Doppelspalt beliebig genau gemessen ist.

b) Vollziehen Sie Bohrs berühmte Verteidigung der Quantenmechanik nach. Zeigen Sie dazu:

1. Die Doppelspaltinterferenz kann nur auftreten, wenn die seitliche Position x_S des Doppelspalts während des Teilchendurchgangs mit einer Höchstunsicherheit $\Delta x_S \ll \frac{d\lambda}{a}$ festgelegt ist.
2. Die beiden Wege können nur unterschieden werden, wenn nach Durchgang des Teilchens der Impuls p_S des Doppelspalts mit einer Präzision $\Delta p_S \ll p_0(\theta_2 - \theta_1)$ bestimmt wird (Kleinwinkelnäherung wegen $a \ll d$).
3. Schließen Sie aus 1. und 2., dass $\Delta x_S \Delta p_S \ll h$ gelten muss, im Widerspruch zur Heisenbergschen Unschärferelation, angewandt auf den (makroskopischen!) Doppelspalt. Also ist entweder der Weg des Teilchens auflösbar, aber die Interferenz verschwindet, oder umgekehrt.
4. Die Heisenbergsche Unschärferelation für das Teilchen, unmittelbar nach Durchgang durch den Doppelspalt, wird durch die Ortsmessung auf dem Schirm und die Impulsmessung des Spalts nicht verletzt.

c) Bestimmen Sie die Obergrenze der erlaubten Messgenauigkeit der seitlichen Spaltgeschwindigkeit v_S und der seitlichen Spaltposition x_S .

Hinweis: Gehen Sie von folgenden Zahlenwerten aus.

$$cp_0 = 0,1 \text{ keV}, \quad m_S = \text{Masse des Doppelspalts} = 1 \mu\text{mg},$$

$$a = 1 \mu\text{m}, \quad d = 1 \text{ mm}.$$

