

10. Hausübungen zur Quantenphysik SS 09

Dr. J. Henn

Dr. O. M. Kind

Prof. Th. Lohse

Prof. J. Plefka

Dr. U. Schwanke

Ausgabe: 24.06.09

Abgabe: 3.07.09 in der Vorlesung

Besprechung: 8./9.07.09

H1 - Ortserwartungswerte im Wasserstoffatom

Berechnen Sie die Erwartungswerte $\langle r \rangle$ und $\langle r^2 \rangle$ für ein Elektron im Grundzustand des Wasserstoffatoms. Bestimmen Sie mit Symmetrieüberlegungen ebenso $\langle x \rangle$ und $\langle x^2 \rangle$.



JE FLACHER EIN POTENTIALTOPF IST,
DESTO LEICHTER KANN EIN TEILCHEN
DARAUS BEFREIT WERDEN.

H2 - Kombiniertes 3d-Zentralpotenzial

Ein Teilchen bewege sich im Feld des Zentralpotenzials

$$V(r) = \frac{c}{r^2} + \frac{m\omega^2}{2} r^2; \quad c > 0$$

Es soll die zugehörige, zeitunabhängige Schrödinger-Gleichung $\hat{H}\psi = E\psi$ gelöst werden, wobei der Winkelanteil mit den Kugelflächenfunktionen $Y_{lm}(\theta, \varphi)$ bereits bekannt ist:

$$\psi(\vec{x}) = R(r) Y_{lm}(\theta, \varphi)$$

a) Formulieren Sie die Radialgleichung und diskutieren Sie diese in den Grenzfällen $r \rightarrow 0$ und $r \rightarrow \infty$. Zeigen Sie, dass

$$u(r) = rR(r) = r^\chi e^{-\gamma r^2} g(r)$$

mit geeigneten χ und γ ein guter Ansatz ist, der diesen Grenzfällen Rechnung trägt.

b) Setzen Sie nun ein polynomiales $g(r) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k r^k$ an. Begründen Sie in Analogie zur Diskussion des Coulomb-Potenzials in der Vorlesung, dass die Reihe für $g(r)$ bei endlichem $k = k_0$ abbrechen muß. Bestimmen Sie hieraus das Spektrum der Energieeigenwerte!

c) Für welchen Wert von r wird die Aufenthaltswahrscheinlichkeitsdichte im Grundzustand maximal? Fällt dieser in das Potenzialminimum?

H3 - Störungsrechnung, Teilchen im 2-dim. Potentialkasten

Gegeben sei ein Teilchen der Masse M im Potential

$$V(x,y) = \begin{cases} 0 & \text{falls } 0 \leq x \leq a \text{ und } 0 \leq y \leq a \\ \infty & \text{sonst} \end{cases}$$

- a) Bestimmen Sie die normierten Wellenfunktionen Ψ_{nm} und deren Energieeigenwerte E_{nm} (n, m sind natürliche Zahlen). Welche Eigenfunktionen gehören zum ersten angeregten Energie-Niveau?
b) Das Potential werde gestört durch

$$\lambda H_1 \equiv \delta V(x,y) = \begin{cases} \lambda xy & \text{falls } 0 \leq x \leq a \text{ und } 0 \leq y \leq a \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

mit $\lambda \rightarrow 0$. Berechnen Sie die Energieverschiebung δE_{11} des Grundzustandes Ψ_{11} in erster Ordnung der Störungstheorie.

- c) Berechnen Sie die Energie-Korrekturen zum ersten angeregten Niveau in erster Ordnung. Wie lauten die ungestörten Wellenfunktionen, die zu den verschobenen Niveaus gehören?