12. Präsenzübungsblatt zur Quantenphysik SS 09

Dr. J. Henn   Dr. O. M. Kind   Prof. Th. Lohse   Prof. J. Plefka   Dr. U. Schwanke

Besprechung in den Übungen am 8./9.07.09

P1 - Hyperfeinstruktur

a) Zeigen Sie mit Hilfe der in der Vorlesung behandelten Beziehung

$$\Delta E_{\mathrm{HFS}}(F) = \frac{A}{2}(F(F+1) - J(J+1) - I(I+1))$$

die Gültigkeit der„Intervallregel“

$$\delta E(F) := \Delta E_{\mathrm{HFS}}(F) - \Delta E_{\mathrm{HFS}}(F-1) = A \cdot F$$

b) ^{209}Bi hat einen angeregten Zustand der elektronischen Konfiguration $^2\mathrm{D}_{5/2}$, der eine Aufspaltung in 6 Hyperfein–Niveaus zeigt. Die Abstände dieser Niveaus betragen 0,236 cm^{-1}; 0,312 cm^{-1}; 0,391 cm^{-1}; 0,471 cm^{-1}; 0,551 cm^{-1} . Wie groß ist die Kernspinquantenzahl I und die Hyperfeinstruktur–Konstante A (letztere mit Fehlerangabe) ?
c) Skizzieren Sie die Lage der Hyperfein–Niveaus relativ zum hypothetischen unaufgespaltenen Niveau in Einheiten von A!

P2 - Die Darstellung von Ort, Impuls und Energie in Orts-, Impuls- und Energiebasis

Der Hamiltonoperator eines eindimensionalen Quantensystems sei durch den harmonischen Oszillator gegeben $\hat{H} = \frac{1}{2m}\,\hat{p}^2 + \frac{m\omega^2}{2}\,\hat{x}^2$. Bestimmen Sie die Matrixelemente vom Orts-, Impuls- und Energieoperator in der Orts-, Impuls- und Energiebasis, d.h. berechnen Sie

a) $x_{\xi\xi'} = \langle\xi|\hat{x}|\xi'\rangle\,,\, x_{pp'} = \langle p|\hat{x}|p'\rangle\,,\, x_{nm} = \langle n|\hat{x}|m\rangle\,.$

b) $p_{\xi\xi'} = \langle\xi|\hat{p}|\xi'\rangle\,,\, p_{pp'} = \langle p|\hat{p}|p'\rangle\,,\, p_{nm} = \langle n|\hat{p}|m\rangle\,.$

c) $H_{\xi\xi'} = \langle\xi|\hat{H}|\xi'\rangle\,,\, H_{pp'} = \langle p|\hat{H}|p'\rangle\,,\, H_{nm} = \langle n|\hat{H}|m\rangle\,.$

(bitte wenden)

P3 - Kleine Fingerübung in der Diracnotation

Ein zweidimensionaler unitärer Vektorraum $\mathcal{U}_2$ werde durch orthonormierte Basisvektoren $|v_1\rangle$ und $|v_2\rangle$ aufgespannt.

a) Man berechne die Längen und das Skalarprodukt $\langle\chi|\phi\rangle$ der Vektoren

$$|\chi\rangle = (1-i)\,|v_1\rangle + (1+i)\,|v_2\rangle \qquad |\phi\rangle = (1+2i)\,|v_1\rangle + (-3+i)\,|v_2\rangle\,.$$

b) Man zeige, dass auch

$$|u_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\,|v_1\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}}\,|v_2\rangle \qquad |u_2\rangle = \frac{i}{\sqrt{2}}\,|v_1\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}\,|v_2\rangle\,.$$

eine orthonormierte Basis ist.

c) Wie lauten die Komponenten von $|\chi\rangle$ und $|\phi\rangle$ in der neuen Basis?