13. Präsenzübungsblatt zur Quantenphysik SS 09

Dr. J. Henn Dr. O. M. Kind Prof. Th. Lohse Prof. J. Plefka Dr. U. Schwanke

Besprechung in den Übungen am 15./16.07.09

P1 - Störungstheorie für Teilchen im Potentialtopf

Ein Teilchen mit der Masse m bewege sich (unter Vernachlässigung seines Spins) eindimensional in einem unendlich hohen Potentialtopf

$$\begin{aligned} V(x) &= W = const \qquad &\text{für } |x| < a \\ V(x) &= \infty &\text{sonst} \end{aligned}$$

Der Potentialwert $W \neq 0$ im Potentialopf kann zugleich als eine Störung betrachtet werden, d.h.

$$V(x) = V_0(x) + W \quad \text{mit} \quad V_0(x) \equiv 0 \quad \text{für} \quad |x| < a$$

a) Begründen Sie, warum der Hamilton-Operator $H = p^2/2m + V(x)$ mit dem Paritätsoperator P kommutiert ($P\psi(x) \equiv \psi(-x)$).

b) Bestimmen Sie die Eigenfunktionen und Eigenwerte des ungestörten Hamilton-Operators $H_0 = p^2/2m + V_0(x)$ und des Hamilton-Operators H. Welche der Eigenfunktionen haben positive und welche negative Parität?

c) Berechnen Sie, ausgehend von der Lösung des Eigenwertproblems für H_0 die Energieeigenwerte in erster Näherung der Störungstheorie und vergleichen Sie mit der exakten Lösung für H.

d) Zeigen Sie, dass von der zweiten Näherung der Störungstheorie keine Korrekturen zu den Energieeigenwerten kommen.

P2 - Drehimpuls und Kugelflächenfunktionen

Die Eigenfunktionen des Drehimpulsoperators $\vec{L}^2$ sind die Kugelflächenfunktionen $Y_{lm}(\theta,\varphi)$, für die gilt

$$\vec{L}^2 Y_{lm} = \hbar^2 l(l+1) Y_{lm}, \qquad \int d\Omega Y^*_{lm} Y_{l'm'} = \delta_{ll'} \delta_{mm'} \,. \tag{1}$$

Das Einteilchen-System befinde sich im Zustand

$$\psi(\theta,\varphi) = \frac{1}{2}(Y_{1m}) + \frac{1}{3}(Y_{2m})\,, \tag{2}$$

dabei sei m fest gewählt.

a) Zeigen Sie, dass ψ kein Eigenzustand von $\vec{L}^2$ ist!

b) Normieren Sie die Wellenfunktion ψ!

c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, im Zustand ψ bei einer Messung der Observablen $\vec{L}^2$, die Quantenzahlen $l = 1$ und $l = 2$ zu finden.

d) Bestimmen Sie den Erwartungswert von $\vec{L}^2$ im Zustand ψ.