

## 7. Präsenzübungen zur Quantenphysik SS 09

Dr. J. Henn   Dr. O.M. Kind   Prof. Th. Lohse   Prof. J. Plefka   Dr. U. Schwanke

---

03./04.06.2009

### P1 - Eindimensionales Bändermodell nach Kronig-Penney

Das Verhalten von Elektronen in Festkörpern (Kristallen) wird bestimmt durch periodische Potentiale, welche durch die positive elektrische Ladung der Gitterionen sowie der negativen (verteilten) Ladung der Elektronen hervorgerufen werden.

a) Zeigen Sie, dass die stationäre Wellenfunktion  $\psi(x)$  des Elektrons für ein periodisches Potential  $V(x+a)=V(x)$  mit der Gitterkonstanten  $a$  die allgemeine Form

$$\psi(x+a) = e^{ik'a}\psi(x) \quad (\text{Bloch-Theorem})$$

mit einer zusätzlichen Wellenzahl  $k'$  besitzt.

b) Gegeben sei ein periodisches Potential nach Kronig und Penney, welches aus äquidistanten  $\delta$ -Spitzen besteht

$$V(x) = \frac{\hbar^2}{m}\Omega \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x+na)$$

mit der Kopplungsstärke  $\Omega > 0$ . Die Masse des Elektrons wird durch  $m$  bezeichnet. Wie lauten die all. Lösungen der Schrödingerglg. für die Bereiche  $-a < x < 0$  bzw.  $0 < x < a$ ? Betrachten Sie auch das Verhalten der Wellenfunktion und ihrer Ableitungen am kritischen Punkt  $x=0$ .

c) Nutzen Sie das Bloch-Theorem und die Anschlussbedingungen am kritischen Punkt, um für die Wellenzahlen  $k, k'$  die Bedingung

$$\cos k'a = \cos ka + a\Omega \frac{\sin ka}{ka}$$

abzuleiten. Welche Folgerungen hat dies für die Energie des Elektrons?