8. Präsenzübungen zur Quantenphysik SS 09

Dr. J. Henn Dr. O. M. Kind Prof. Th. Lohse Prof. J. Plefka Dr. U. Schwanke

10./11.06.2009

P1 - Endliche Drehungen

In der Vorlesung haben wir die Erzeugende der infinitesimalen Drehungen kennengelernt:

$$U_{\delta\vec{\varphi}} = \exp\left[-\frac{i}{\hbar}\,\delta\vec{\varphi}\cdot\hat{\vec{L}}\right] .$$

Zeigen Sie nun, dass auch die *endlichen* Drehungen durch den unitären Operator

$$U_{\vec{\varphi}} = \exp\left[-\frac{i}{\hbar}\,\vec{\varphi}\cdot\hat{\vec{L}}\right] .$$

erzeugt werden. D.h. zeigen Sie, dass o.B.d.A. für $\vec{\varphi} = \varphi\,\vec{e}_z$ gilt

$$U_{\varphi}\begin{pmatrix}\hat{x}\\ \hat{y}\\ \hat{z}\end{pmatrix} U_{\varphi}^{\dagger} = \begin{pmatrix}\cos(\phi)\hat{x} - \sin(\varphi)\,\hat{y}\\ \sin(\varphi)\,\hat{x} + \cos(\varphi)\,\hat{y}\\ \hat{z}\end{pmatrix}$$

Hinweis: Zeigen Sie zunächst diese Behauptung für die erste Komponente.

Formelsammlung:
Baker-Campbell-Hausdorff:

$$\exp[A]\,B\,\exp[-A] = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!}\,[A,B]_{(n)} \qquad \text{mit} \quad [A,B]_{(n)} = [A,[A,B]_{(n-1)}] \quad \text{und} \quad [A,B]_{(0)} = B\,.$$

Drehimpulskommutatoren: $[\hat{L}_i, \hat{x}_j] = i\hbar\,\epsilon_{ijk}\,\hat{x}_k$.