



Abgabe: 23. Mai in der Vorlesung

Aufgabe 1: Fermigas-Modell

10 Punkte

Im Fermigas-Modell werden die Nukleonen als annähernd wechselwirkungsfreie Teilchen in einem radialsymmetrischen Potential

$$V(r) = \begin{cases} -V_0 & \text{für } r \leq R \\ 0 & \text{für } r > R \end{cases}$$

beschrieben. Hierbei bedeuten V_0 die Tiefe des Potentialtopfes und R der Radius des Kerns. Für Nukleonen gilt näherungsweise $R = r_0 A^{1/3}$ mit $r_0 = 1,2$ fm.

- Gehen Sie davon aus, dass die Nukleonenzahl so groß ist, dass die Energieniveaus quasi-kontinuierlich sind. Leiten Sie die doppelt-differentielle Zustandsdichte pro Energieintervall und Volumenelement im Phasenraum für ein Nukleon ab.
- Berechnen Sie die Fermi-Energie E_F , bis zu der bei $T=0$ die Zustände aufgefüllt sind.
- Wie groß muß V_0 sein, damit die Nukleonen nicht aus dem Potentialtopf entweichen können? Schätzen Sie grob ab, auf welche Temperatur die Kernmaterie erhitzt werden müsste, damit die Teilchen den Potentialtopf verlassen können.
- Berechnen Sie die Gesamtenergie E_T aller Teilchen im Potentialtopf. Wie groß ist die Bindungsenergie pro Nukleon? Vergleichen Sie mit dem Parameter a_V des Volumenterms im Tröpfchenmodell.
- Welche Korrektur zu E_T ergibt sich aufgrund der Tatsache, dass der Potentialtopf für Protonen aufgrund der Coulomb-Abstoßung angehoben ist? Entwickeln Sie Ihr Resultat bis zur zweiten Ordnung in der Variablen

$$\epsilon = \frac{1}{2}(N - Z) \ll A,$$

welche den halben Neutronenüberschuss darstellt. Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit dem Asymmetrieterm des Tröpfchenmodells und berechnen Sie den Wert des Parameters a_S . Wie groß ist die Abweichung zum Tröpfchenmodell?

Leiten Sie alle verwendeten Formeln ab und beachten Sie, dass es zwei Sorten von Nukleonen mit Spin- $1/2$ gibt.

Aufgabe 2: Uran-Zerfallskette

10 Punkte

Die untenstehende Abbildung zeigt die Zerfallskette von ^{238}U nach ^{206}Pb . Dabei bedeuten die angegebenen Zeiten die Halbwertszeiten des jeweiligen Nuklids.

- a) Begründen Sie, dass für Zeiten $t \gg 10^6$ y in sehr guter Näherung für alle instabilen Kerne K der Kette

$$N_K(t) \sim e^{-\lambda_0 t}$$

gilt, wobei λ_0 die Zerfallskonstante von ^{238}U ist, und $N_K(t)$ die Anzahl der Kerne K in der Probe zur Zeit t bezeichnet.

- b) Zeigen Sie in dieser Näherung, dass für die Kette $\dots \xrightarrow{\lambda_{n-1}} K_n \xrightarrow{\lambda_n} K_{n+1} \xrightarrow{\lambda_{n+1}} \dots$ gilt:

$$\frac{N_{n+1}}{N_n} \approx \frac{\lambda_n}{\lambda_{n+1} - \lambda_0} \approx \frac{\lambda_n}{\lambda_{n+1}}$$

- c) Zum Zeitpunkt $t=0$ wird eine Probe von 1 kg aus reinem ^{238}U präpariert. Berechnen Sie die Massenbeiträge der verschiedenen Nuklide der Kette zu den Zeitpunkten $t = 10^7$ y und $5 \cdot 10^9$ y.

The Uranium-238 Decay Chain

