

---

# Vorlesung zu Modul PK23a – Moderne Physik: Teilchenphysik, Astroteilchenphysik, Kosmologie

Sommersemester 2011  
Humboldt-Universität zu Berlin

## Übungsblatt 6 (29.06.2011)

Übung: Mi 11:00, Newton 14, 2'101

Vorlesung: Mi 9:00, Newton 14, 2'101

www: <http://www-eep.physik.hu-berlin.de/teaching/lectures/ss2011/modphys>

---

### 1) Potenzspektrum in der Schockwellenbeschleunigung

Zeigen Sie, dass, wie in der Vorlesung behauptet, die Beschleunigung in Schockfronten zu einem Potenzspektrum mit dem Index  $-2$  der beschleunigten Teilchen führt. Nehmen Sie dazu an, dass die Teilchen pro Umlauf (zweimaliges Überqueren der Schockfront) einen Energiegewinn von  $E = \varepsilon E_0$  erfahren und mit einer Wahrscheinlichkeit  $P$  in der Beschleunigungsregion bleiben.

(a) Welche Energie haben die Teilchen nach  $k$  Schockfrontüberquerungen und wieviele der anfänglich  $N_0$  Teilchen befinden sich dann noch im Beschleunigungsprozess?

(b) Zeigen Sie, dass sich hieraus das Energiespektrum der Teilchen zu

$$\frac{dN(E)}{dE} = A \cdot E^{-1 + \ln P / \ln \varepsilon}$$

ergibt, wobei  $A$  eine Konstante ist.

(c) Wie groß ist der mittlere Energiegewinn eines relativistischen Teilchens ( $\vec{v}$  isotrop verteilt) pro Umlauf (zweimaliges Überqueren der Schockfront) in Einheiten von  $B = u/c$  der Schockfront? Berechnen Sie daraus  $\varepsilon$ .

*Hinweis:* siehe Vorlesung.

(d) Durch Betrachtung der Geschwindigkeit der Teilchen relativ zur Schockfront ergibt sich, dass der prozentuale Teilchenverlust pro Umlauf etwa  $B$  beträgt. Zeigen Sie nun, dass sich daraus für  $B \ll 1$  (typische Schockwellengeschwindigkeit einige tausend km/s) ein Spektrumsindex von  $-2$  ergibt.

### 2) GZK-Cutoff Teil 2

Berechnen Sie, ab welcher Entfernung der Quelle vom Beobachter der GZK-Cutoff sich für Protonen der Energie  $6 \cdot 10^{19}$  eV bemerkbar macht. Nehmen Sie dazu an, dass die Photonen der kosmischen Hintergrundstrahlung eine mittlere Energie von  $\bar{\varepsilon} = 2.7kT$  haben und die Energiedichte der Hintergrundstrahlung  $4.2 \cdot 10^{-13}$  erg cm $^{-3}$  beträgt (1 erg =  $10^{-7}$  J).

(a) Wieviele Photonen der Mikrowellenhintergrundstrahlung befinden sich in *jedem* cm $^3$ ?

(b) Berechnen Sie nun die mittlere freie Weglänge der Protonen im Feld der Mikrowellenhintergrundstrahlung. Der Wirkungsquerschnitt für die  $p\gamma$ -Wechselwirkung beträgt 0.54 mb, wobei 10% der Photonen genug Energie für die Reaktion besitzen.

*Hinweis:* Die mittlere freie Weglänge eines Teilchens,  $L$ , ist durch die Dichte der Target-Teilchen,  $\rho_t$ , und den Wirkungsquerschnitt,  $\sigma$ , wie folgt gegeben (siehe auch Vorlesung Kapitel 0.2.4):  $L = (\rho_t \cdot \sigma)^{-1}$ .