Physik 2: Elektrodynamik

Humboldt–Universität zu Berlin, Sommersemester 2011,
Dr. M. zur Nedden (VL),
Dr. A. Nikiforov, C. Kendziorra, S. Stamm und L. Heinrich (UE)

Übungsblatt 8

Ausgabe: 14. Juni 2011 in der Vorlesung
Rückgabe: 21. Juni 2011 nach der Vorlesung

Aufgabe 1: Schwingquartz (50 %)

In der Abbildung ist das Ersatzschaltbild eines Schwingquarzes dargestellt. Dabei sind C, L und R durch die mechanischen Eigenschaften des Quarzes charakterisiert und C_0 stellt die Kapazität zwischen den Anschlusselektronden und der Zuleitung dar. Es gelte stets $R \ll \sqrt{L/C}$ und $C_0 \gg C$. Ferner seien die typischen Zahlenwerte $L = 100$ mH, $C = 0.015$ pF, $R = 100\ \Omega$ und $C_0 = 5$ pF.

a) Berechnen Sie den Wechselstromwiderstand $Z(\omega)$ des Quarzes und bestimmen Sie unter Vernachlässigung des Einflusses von R die Resonanzfrequenz $\nu_R = \frac{\omega_R}{2\pi}$ beim Minimalwert von $|Z(\omega_R)|^2$ unter Verwendung der oben angegebenen Zahlenwerte.

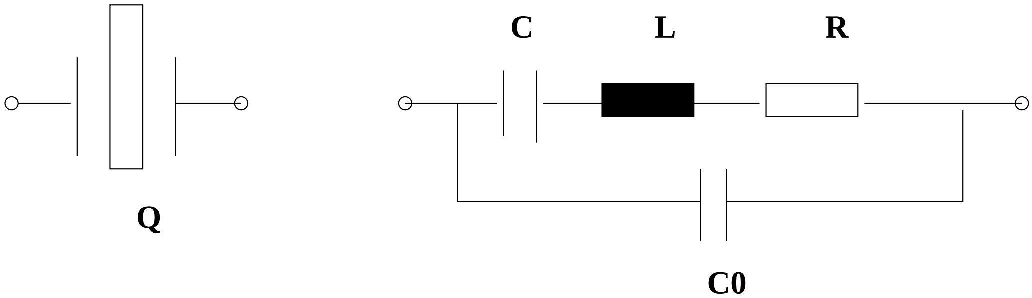
b) Berechnen Sie die Bandbreite $\Delta\nu$ mit $|Z(\omega_R \pm \frac{1}{2}\Delta\nu)|^2 \simeq 2 \cdot |Z(\omega_R)|^2$ und die Güte $Q = \nu_R/\Delta\nu$ des Schwingquarzes.

c) Die Resonanzfrequenz kann durch Vorschalten einer großen variablen Kapazität C_S mit $C_S \gg C$ feinjustiert werden. Bestimmen Sie die realtive Änderung $\Delta\nu_R/\nu_R = \Delta\omega_R/\omega_R$ der Resonanzfrequenz als Funktion von C_S. Vernachläsigen Sie dazu den Widerstand R.

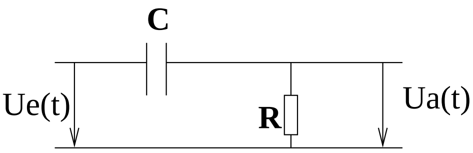
Aufgabe 2: RC-Glied, Hochpassfilter (50 %)

Betrachten Sie den in der Vorlesung in Kapitel 5.4 eingeführten Hochpassfilter, der in der Abbildung dargestellt ist. Bis zum Zeitpunkt $t = 0$ sei $U_e = 0$, dann springe U_e plötzlich auf $U_e = U_0$. Diese Eingangspannung werde bis zur Zeit $t = T$ gehalten und sinke dann wieder schlagartig auf $U_e = 0$ ab (Rechteckspuls).

zur Aufgabe 1:



zu Aufgabe 2:



.

a) Berechnen Sie die Ausgangspannung U_a im Frequenzraum und im Zeitraum. Der Frequenzraum und der Zeitraum sind mit einer Fourier-Transformation verbunden:

$$\tilde{U}_e(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\omega t} U_e(t)\,\mathrm{d}t$$

bzw.

$$U_a(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega t} \tilde{U}_a(\omega)\,\mathrm{d}\omega$$

b) U_a soll weniger als $U_0/10$ von der Eingangspannung U_e abweichen. Wie groß muß R sein, wenn $C = 100$ pF und $T = 1\ \mu$s ist?

c) Wie muß R qualitativ gewählt werden, wenn U_a praktisch nur die zeitliche Änderung von U_e darstellen soll?

<u>Hinweis:</u> $(\tau = RC)$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{i\omega t}}{1 + i\omega t} = \begin{cases} 0 & \text{falls } t < 0 \\ \frac{2\pi}{\tau} e^{-t/\tau} & \text{falls } t \geq 0 \end{cases}$$