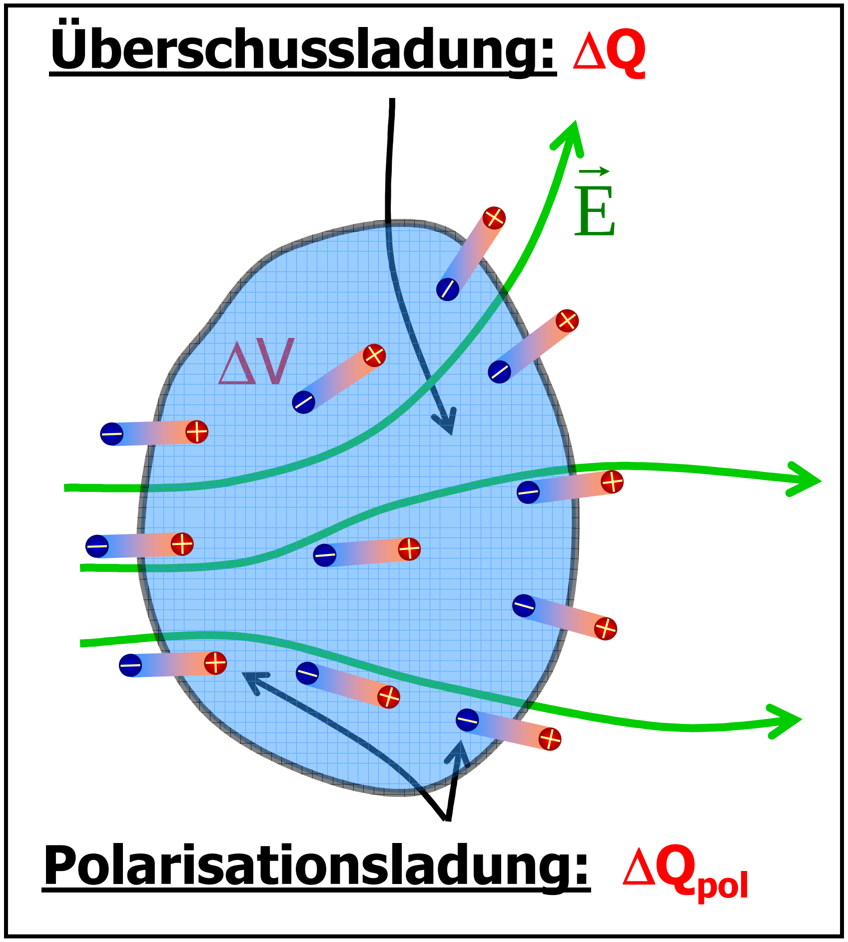
Dielektrisches Verschiebungsfeld

Molekülpolarisation: molekulares Dipolmoment $\vec{p}$

Polarisationsdichte: $\vec{P} = \frac{1}{\Delta V} \sum_{\Delta V} \vec{p}_i$

$$\mathrm{div}\,\vec{P} = -\rho_{pol} = -\frac{\Delta Q_{pol}}{\Delta V}$$

$$\mathrm{div}\,\vec{E} = \frac{\rho_{tot}}{\varepsilon_0} = \frac{\rho + \rho_{pol}}{\varepsilon_0} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} - \frac{1}{\varepsilon_0}\mathrm{div}\,\vec{P}$$



Def.: **Dielektrische Verschiebung**

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

(Materialgleichung)

Folgerung:

$$\mathrm{div}\,\vec{D} = \rho$$

(Feldgleichung)

Dielektrizitätskonstante

Lineare Näherung: $\vec{p} = \alpha \cdot \vec{E}$ (molekulare) Polarisierbarkeit

$\alpha \approx \text{const. bis typisch } |\vec{E}| \leq 10^5\,\text{V/cm}$

$$\Rightarrow \quad \vec{P} = \frac{dN}{dV} \cdot \alpha \cdot \vec{E} \equiv \chi_e \cdot \left(\varepsilon_0 \vec{E}\right)$$

dielektrische Suszeptibiliät

$$\Rightarrow \quad \vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = (1 + \chi_e)\varepsilon_0 \vec{E} \equiv \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E} \quad \Rightarrow \quad \operatorname{div}\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon\varepsilon_0}$$

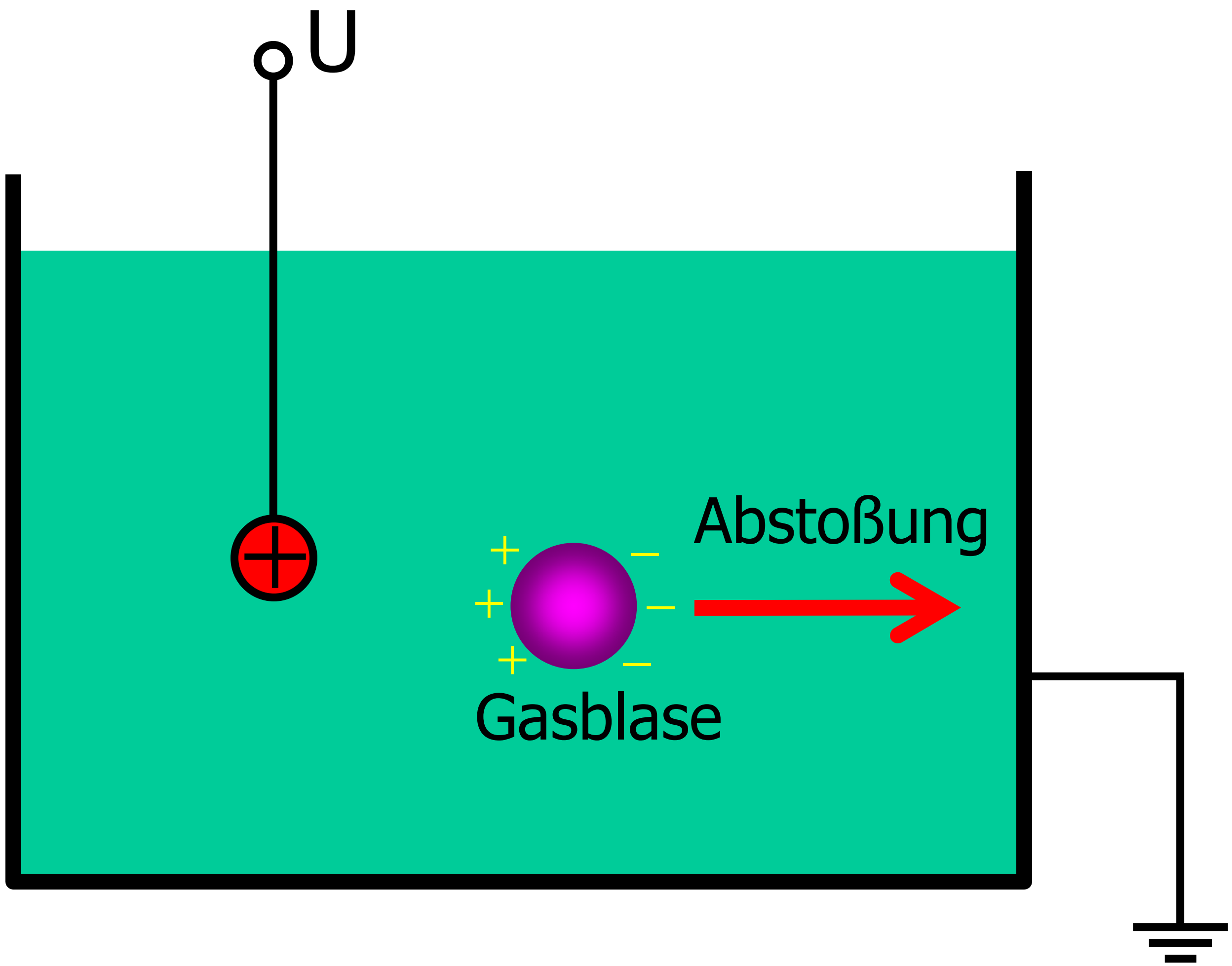
relative Dielektrizitätskonstante: $\varepsilon \equiv \varepsilon_r \equiv 1 + \chi_e$

isotropes Medium $\Rightarrow$ ε = Zahl (Skalar)

anisotropes Medium $\Rightarrow$ ε = Tensor (2. Stufe)

Faustregel: Für homogene isotrope Medien ersetze in allen Formeln für das Vakuum einfach ε_0 durch $\varepsilon \cdot \varepsilon_0$.

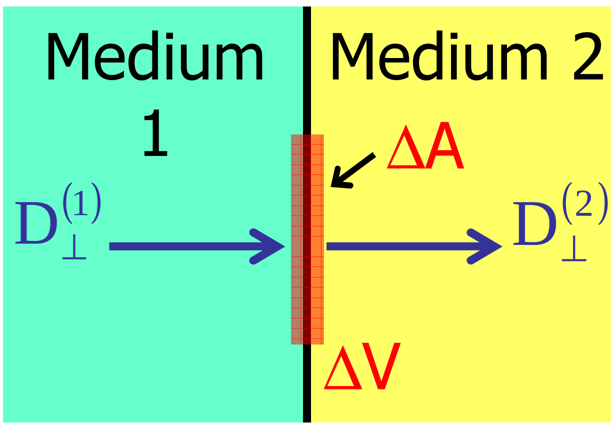
Experiment: Abstossund im Dielektrikum



Stetigkeit an Grenzschichten

$$\mathrm{div}\,\vec{D} = 0$$

(nur für ungeladene Schichten)



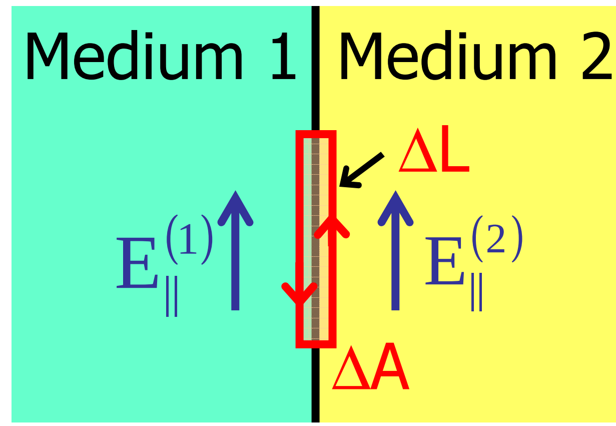
$$0 = \int \mathrm{div}\,\vec{D}\,dV = \oint \vec{D}\,d\vec{A}$$

$$= \left(D_\perp^{(2)} - D_\perp^{(1)}\right)\cdot \Delta A$$

$$D_\perp \text{ ist stetig}$$

$$\mathrm{rot}\,\vec{E} = \vec{0}$$

(nur für Elektro<u>statik</u>)



$$0 = \int \mathrm{rot}\,\vec{E}\,d\vec{A} = \oint \vec{E}\,d\vec{s}$$

$$= \left(E_\parallel^{(2)} - E_\parallel^{(1)}\right)\cdot \Delta L$$

$$\vec{E}_\parallel \text{ ist stetig}$$

Kondensator mit Dielektrikum

$$Q = C \cdot U \quad \text{mit} \quad C = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{A}{d} \propto \varepsilon$$

$$Q \text{ fest} \quad \Rightarrow \quad U \propto \frac{1}{\varepsilon}$$

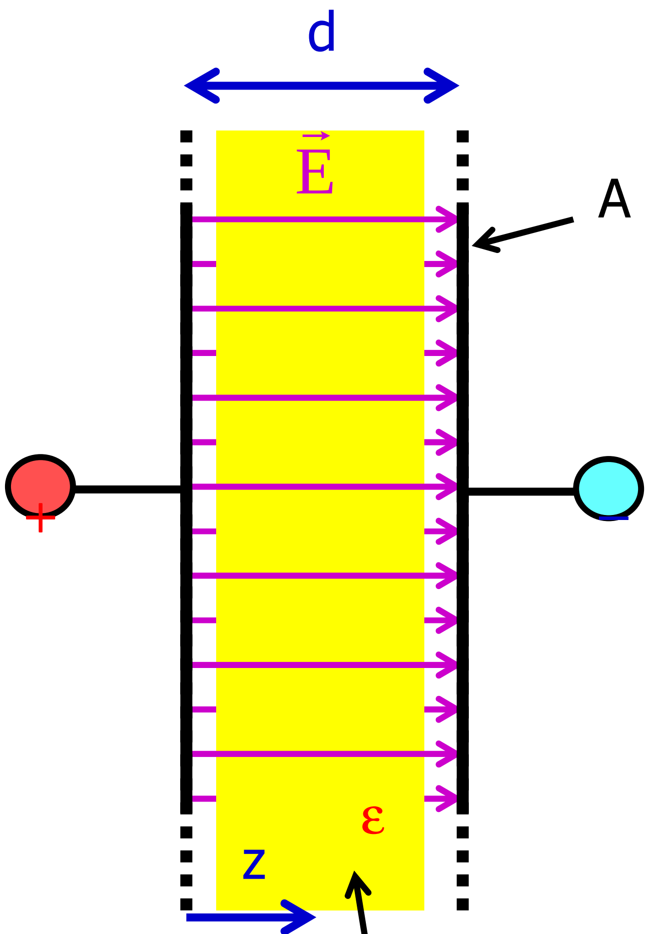
$$U \text{ fest} \quad \Rightarrow \quad Q \propto \varepsilon$$

Feldenergie:

$$W = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}\varepsilon\varepsilon_0\frac{A}{d}(Ed)^2 = \frac{1}{2}VED$$

$$w = \tfrac{1}{2}\vec{E} \cdot \vec{D}$$

(gilt auch allgemein)



Dielektrikum
(Isolator, große Polarisierbarkeit)

Experiment: Kraft auf Dielektrikum

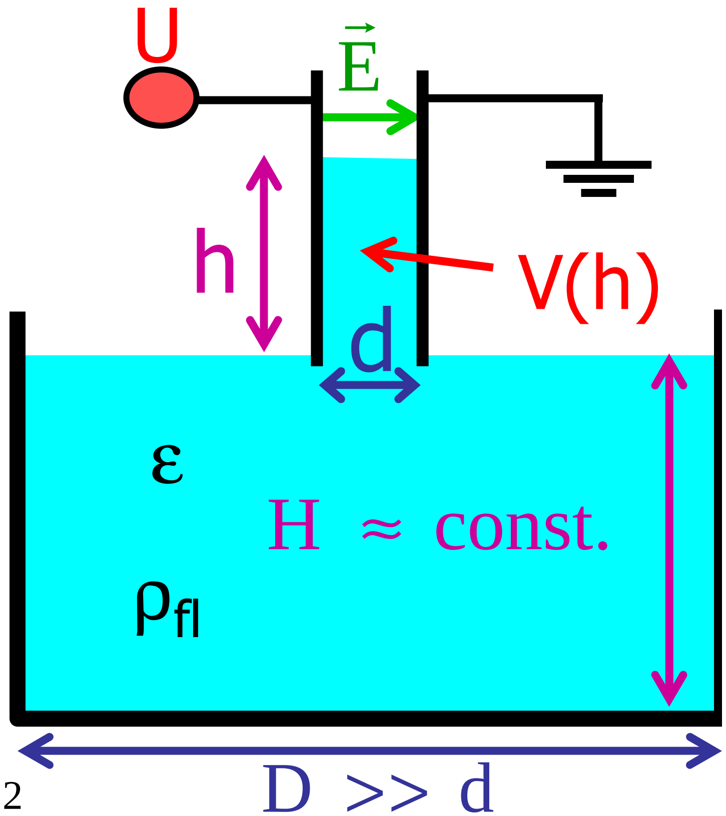
Steigen der Flüssigkeitssäule

$$\Downarrow$$

Feld: $\Delta W_E = \frac{1}{2}\Delta C \cdot U^2$

Batterie: $\Delta W_{el} = \Delta Q \cdot U = \Delta C \cdot U^2$

mech. Arbeit: $\Delta W_{mech} = \rho_{fl} \cdot V(h) \cdot g \cdot \frac{1}{2} h$



$$\Delta W_{el} = \Delta W_E + \Delta W_{mech}$$

$$\Downarrow$$

$$\tfrac{1}{2}\rho_{fl} g h V(h) = \tfrac{1}{2}\Delta C U^2 = \tfrac{1}{2}\varepsilon_0(\varepsilon - 1)V(h)\frac{U^2}{d^2} = \tfrac{1}{2}\varepsilon_0(\varepsilon - 1)V(h)E^2$$

$$h = \frac{\varepsilon_0(\varepsilon - 1)}{\rho_{fl}\, g} \cdot E^2$$