

3. Magnetostatik



- 3.1. Permanentmagnete
- 3.2. Magnetfelder stationärer Ströme
- 3.3. Kräfte bewegter Ladungen im Magnetfeld
- 3.4. Materie im Magnetfeld

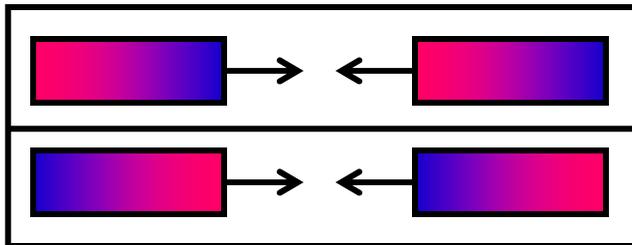
3.1. Permanentmagnete

Altertum: Fund magnetischer Steine bei Magnesia (Kleinasien)

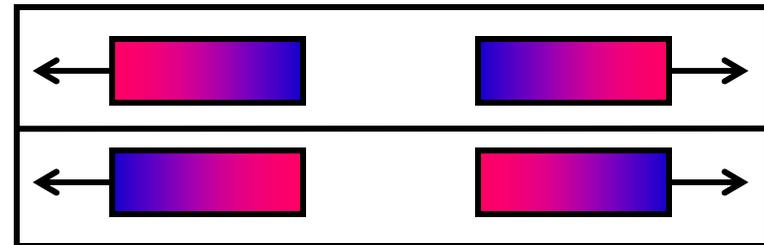
Heute: **Magnetfelder** \leftrightarrow { elektrische Ströme
magnetische Materialien \leftrightarrow
mikroskopische Kreisströme und Spins

Empirische Befunde:

a) Es gibt zwei **magnetische Pole**: **N (Nord)** **S (Süd)**

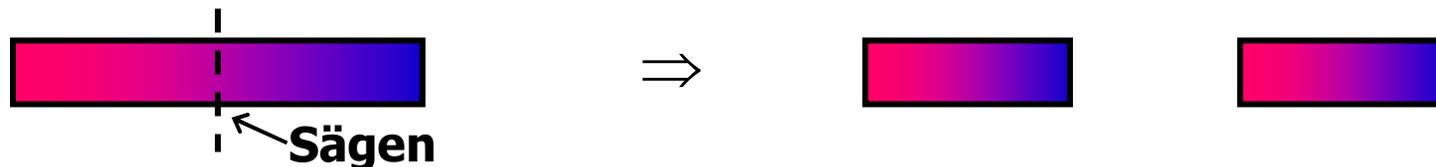


Anziehung



Abstoßung

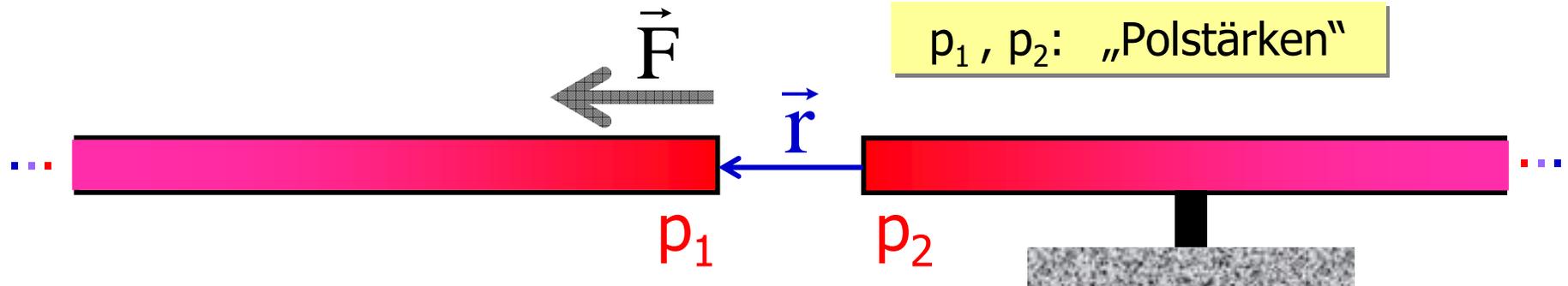
b) Es wurden bisher **keine magnetischen Monopole** beobachtet



\leftrightarrow Magnetfeldlinien sind stets **geschlossen**, d.h. sie enden nie

Magnetisches Kraftgesetz

sehr lange Magnetstäbe \rightarrow quasi isolierte Magnetpole



Analogie zum Coulomb-Gesetz:

$$\vec{F} = f \cdot \frac{p_1 p_2}{r^2} \cdot \vec{e}_r$$

Definition:

$$f = \frac{1}{4\pi\mu_0}, \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$$

Motivation später:

$$\epsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{c^2}$$

Folge: Quantifizierung der Polstärke
analog zur elektrischen Ladung

$$[p] = \text{Vs}$$

$$[Q] = \text{As}$$

Magnetisches Feld



Feldkonzept (im Vakuum): $p_2 \rightarrow 0$ ist Probepol im Magnetfeld von p_1

Definition: Magnetische Erregung

$$\vec{H}(\vec{r}) = \lim_{p_2 \rightarrow 0} \frac{\vec{F}(\vec{r})}{p_2}$$

$$[H] = \text{Am}^{-1}$$

Definition: Magnetische Feldstärke

$$\vec{B}(\vec{r}) = \mu_0 \cdot \vec{H}(\vec{r})$$

$$[B] = \text{Vs m}^{-2}$$

Einheiten der magnetischen Feldstärke:

SI: $1\text{T} = 1\text{Tesla} = 1\text{Vs m}^{-2}$

cgs-System: $1\text{G} = 1\text{Gauss} = 10^{-4}\text{T}$

- Beispiele:
- Erdmagnetfeld (Oberfläche) $\approx 20 \mu\text{T}$
 - NMR-Tomograph: $\approx 1 \text{ T}$
 - Supraleitende Magnete (Beschleuniger): $\approx 10 \text{ T}$
 - Neutronensterne (Oberfläche): $\approx 10^8 \text{ T}$

3.2. Magnetfelder stationärer Ströme

Beobachtung:

- Stationäre Ströme erzeugen **Wirbelfelder**
- Feldrichtung wechselt mit Stromrichtung
- $B \propto r^{-1}$, $B \propto I$ \Rightarrow

$$\vec{B}(r) \cdot (2\pi r) = \text{const.} \cdot I$$

Quantitativ beschreibbar durch:

Amperesches Gesetz

$$\oint_C \vec{B} d\vec{s} = \mu_0 I$$

mit

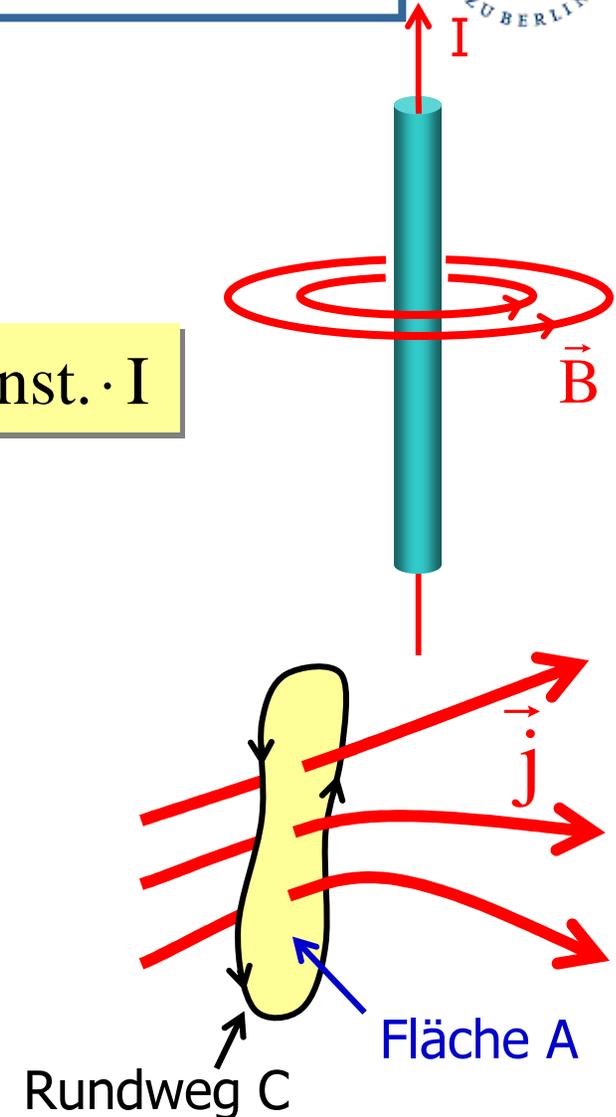
$$I = \int_A \vec{j} d\vec{A}$$

Stokesscher Satz \Rightarrow

$$\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$$

nicht konservativ!

Das Magnetfeld hat kein skalares Potential!



Magnetisches Potential



- Beobachtung: es gibt keine magnetischen Monopole
- \Leftrightarrow das Magnetfeld ist quellenfrei
 - \Leftrightarrow magnetische Feldlinien sind geschlossen
 - \Leftrightarrow $\text{div } \vec{B} = 0$

- wegen $\text{div } \vec{B} = 0$ existiert ein **Vektorpotential** \vec{A} mit $\vec{B} = \text{rot } \vec{A}$
- \vec{A} ist nicht eindeutig \Rightarrow **Eichbedingung** $\text{div } \vec{A} = 0$

Zusammenfassung:

$$\begin{array}{ll} \text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{j} & \text{rot } \vec{A} = \vec{B} \\ \text{div } \vec{B} = 0 & \text{div } \vec{A} = 0 \end{array}$$

Stromdurchflossener Leiter

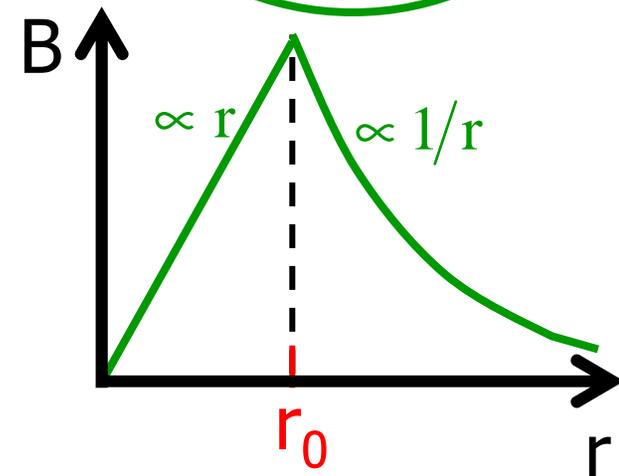
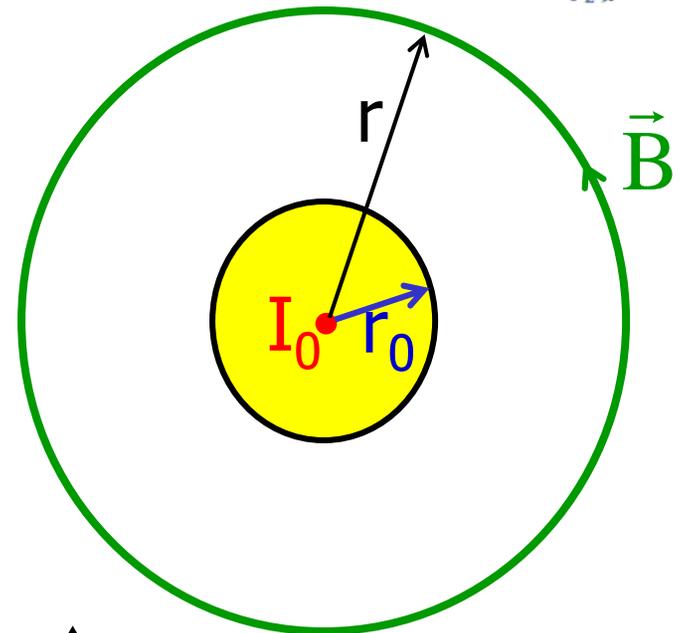


Symmetrie $\Rightarrow \vec{B}(\vec{r}) = B(r) \cdot \vec{e}_\varphi$

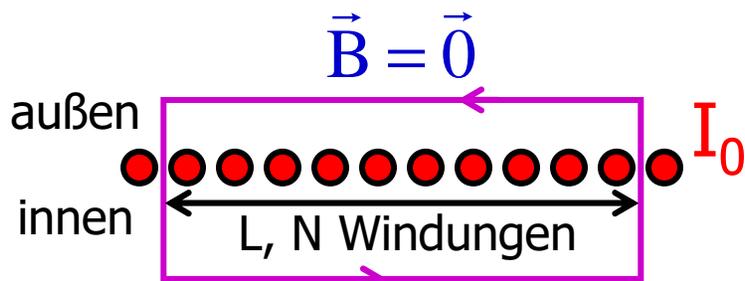
$$\oint \vec{B}(\vec{r}) d\vec{s} = 2\pi r \cdot B(r)$$

$$\mu_0 I = \mu_0 I_0 \cdot \begin{cases} 1 & , r \geq r_0 \\ (r/r_0)^2 & , r < r_0 \end{cases}$$

$$B(r) = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi r} \cdot \begin{cases} 1 & , r \geq r_0 \\ \left(\frac{r}{r_0}\right)^2 & , r < r_0 \end{cases}$$



Zylinderspule



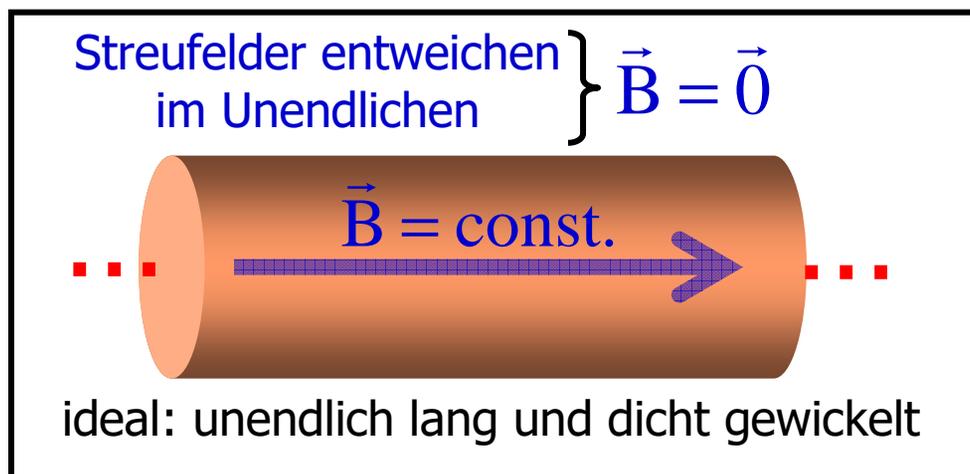
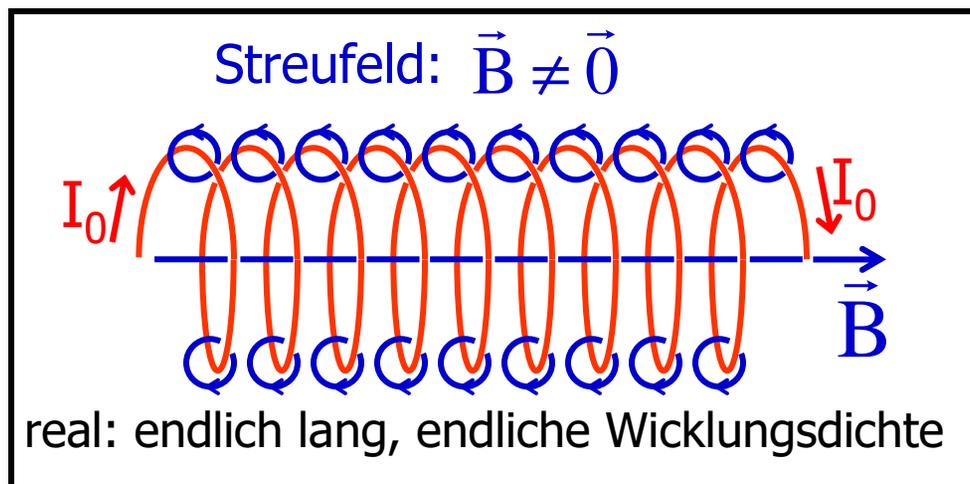
$$\vec{B} = \vec{B}_0 = \text{const.}$$

$$\oint \vec{B}(\vec{r}) d\vec{s} = B_0 L$$

$$\mu_0 I = \mu_0 N I_0$$

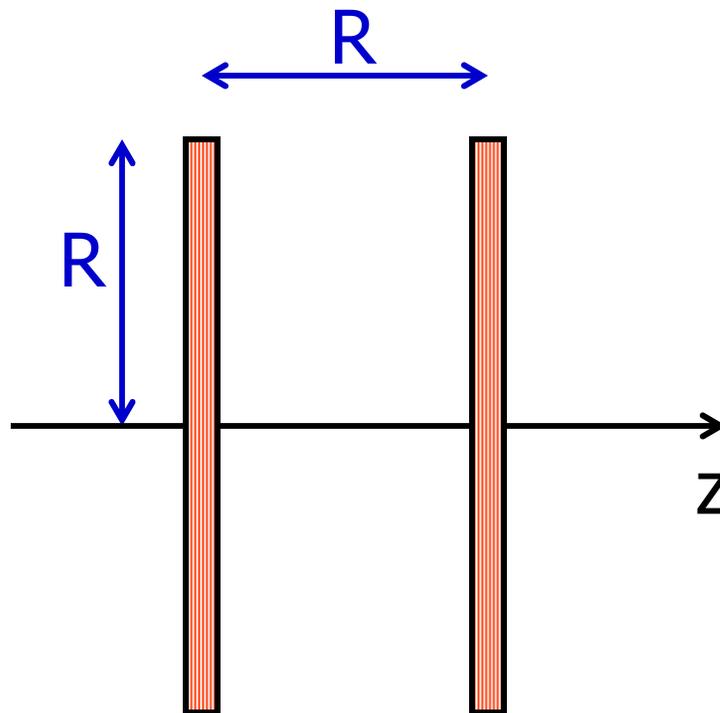
$$\Rightarrow B_0 = \mu_0 n I_0 \quad \text{mit} \quad n = \frac{N}{L}$$

Wicklungsdichte

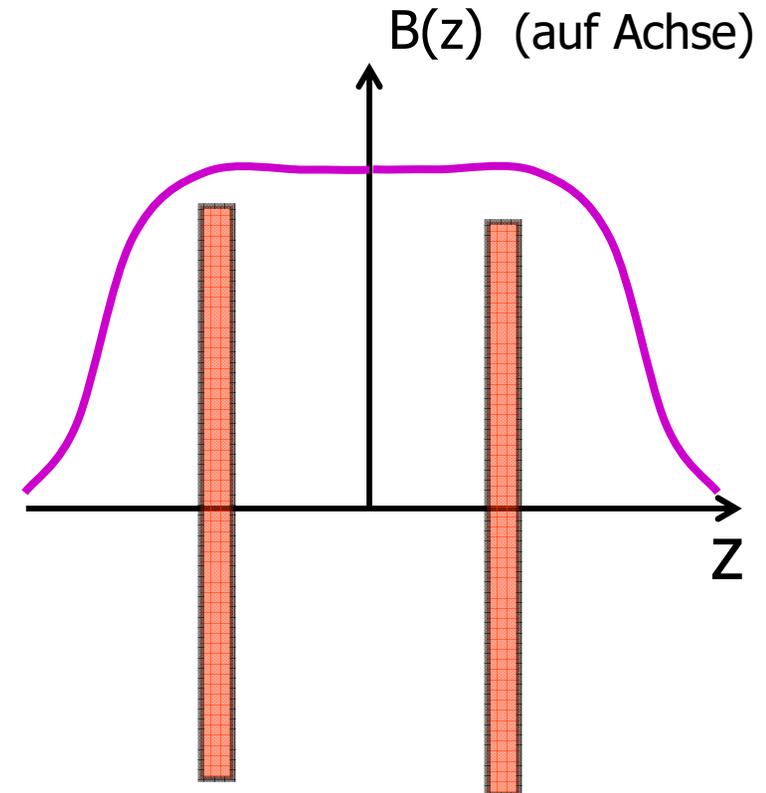


Helmholtzspule

Praktische Realisierung des (fast) homogenen B-Feldes:



Helmholtz-Spule



Optimale Homogenität
im Spulenzentrum