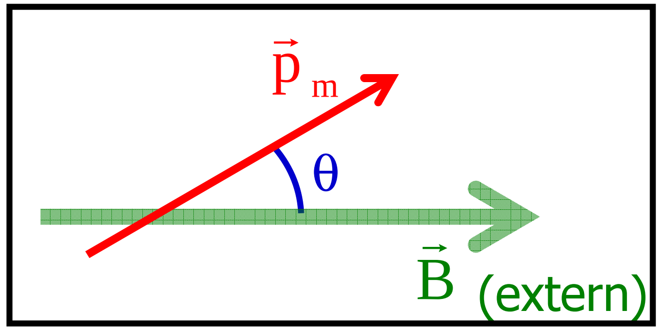
Paramagnetismus

Permanenete atomare magn. Momente : $\vec{p}_m$ statistisch orientiert



B = 0: $\vec{M} = \frac{1}{\Delta V} \sum_{\Delta V} \vec{p}_m = \vec{0}$

B ≠ 0: $E_{pot} = -\vec{p}_m \cdot \vec{B} = -p_m B \cos\theta$

Boltzmann-Statistik $\Rightarrow$

$$\frac{1}{N}\frac{dN}{d\cos\theta} = \rho(\cos\theta) \propto \exp\left(-\frac{E_{pot}}{kT}\right) = \exp\left(\frac{p_m B}{kT}\cos\theta\right) \underset{\uparrow}{\approx} 1 + \frac{p_m B}{kT}\cos\theta$$

$p_m B \ll kT$

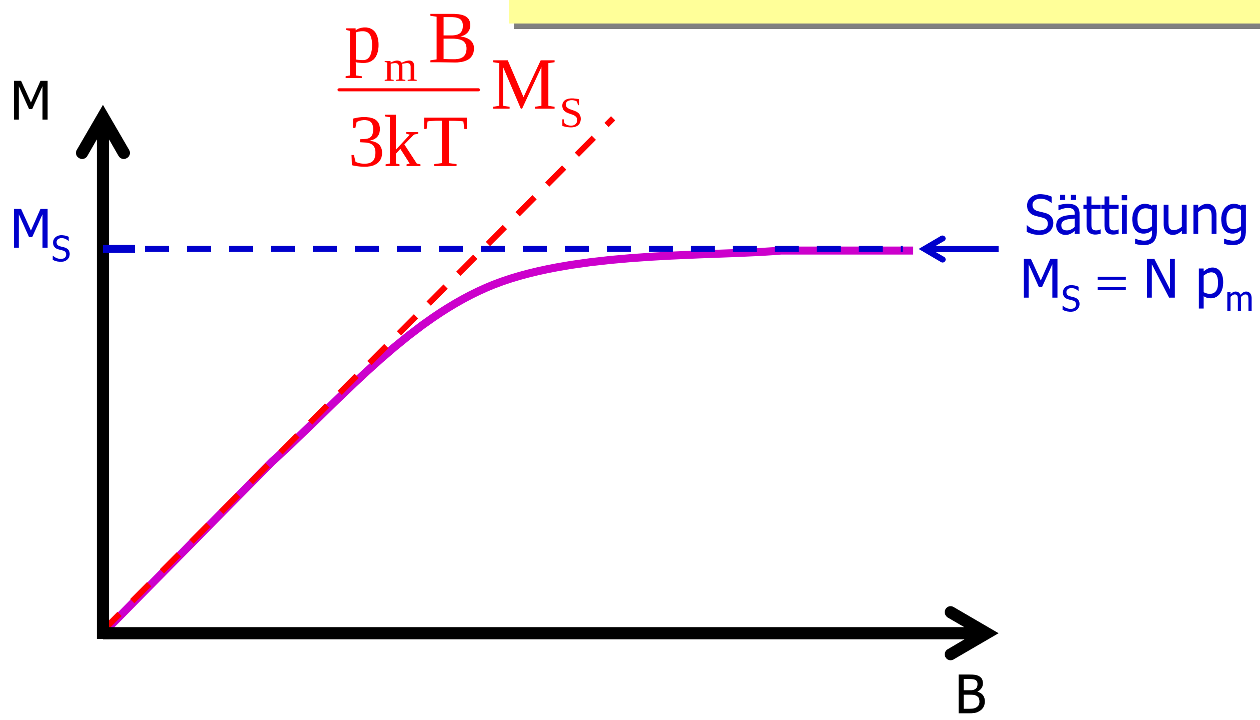
$$\Rightarrow \quad \langle\cos\theta\rangle = \frac{\int_{-1}^{1} \rho(\cos\theta)\cos\theta \, d\cos\theta}{\int_{-1}^{1} \rho(\cos\theta)\, d\cos\theta} \approx \cdots = \frac{p_m B}{3kT} \qquad \Rightarrow \quad M = \underset{\uparrow}{N} p_m \langle\cos\theta\rangle = \frac{N p_m^2}{3kT} \cdot B$$

der p_m pro ΔV

Curie - Gesetz : $$\chi_m \overset{\mu \approx 1}{=} \mu_0 \frac{M}{B} = \mu_0 \frac{N p_m^2}{3kT} \propto \frac{1}{T}$$

Curie-Gesetz

$$\text{Curie-Gesetz:} \quad \chi_m = \mu_0 \frac{N p_m^2}{3kT} = \mu_0 \frac{p_m}{3kT} M_S$$

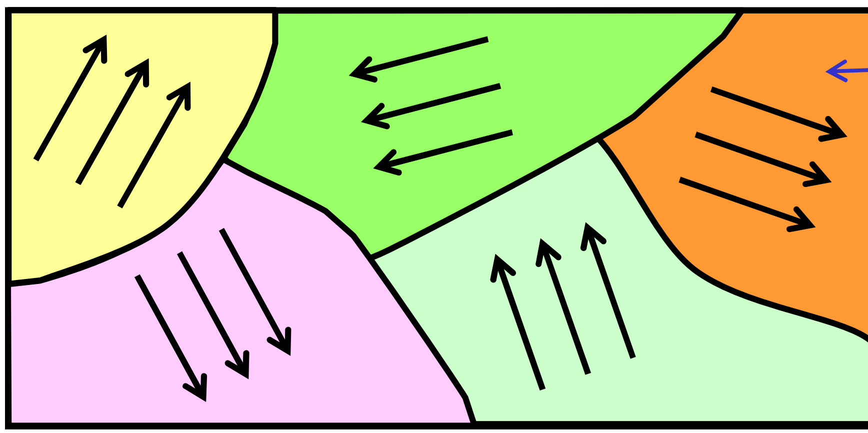


Beispiel: $p_m = 1\ \mu_B$ $B = 1$ T $T = 20$ °C $\Rightarrow$ $M = 8 \cdot 10^{-4}\ M_S$ winzig!

Ferromagnetismus

- Atome / Moleküle mit ungepaarten äußeren Elektronen $\Rightarrow$ Spin $\Rightarrow$ $\vec{p}_m$
- Quantenmechanische Austauschwechselwirkung der Elektronen $\Rightarrow$ permanente atomare magn. Momente $\vec{p}_m$: spontan kollektiv orientiert
- Bsp.: Eisen (Fe), Cobalt (Co), Nickel (Ni): 3 ungepaarte f-Elektronen

Kein äußeres Feld $\Rightarrow$ Zustände minimaler Energie haben $M_{tot} = 0$



Magn. Domänen
(Weißsche Bezirke)
spontan magnetisiert

Kritische Temperatur
(Curie-Temperatur T_C) $\Rightarrow$

$$\begin{cases} \text{Ferromagnetismus falls } T < T_C \\ \Updownarrow \quad \text{Phasenübergang} \\ \text{Paramagnetismus falls } T > T_C \end{cases}$$

Die Hysterese

Äußeres B-Feld $\Rightarrow$ Wandern der Domänenwände, Ausweitung der Domänen

$\Rightarrow$ hörbares Barkhausen Rauschen (Umklappen der p_m)

Energieverbrauch (gewonnen aus potentieller Energie der p_m im B-Feld)

Magnetisierungsweg: Folge benachbarter lokaler Energieminima

$\Rightarrow$ abhängig von Vorgeschichte $\Rightarrow$ **Hysterese-Kurve**

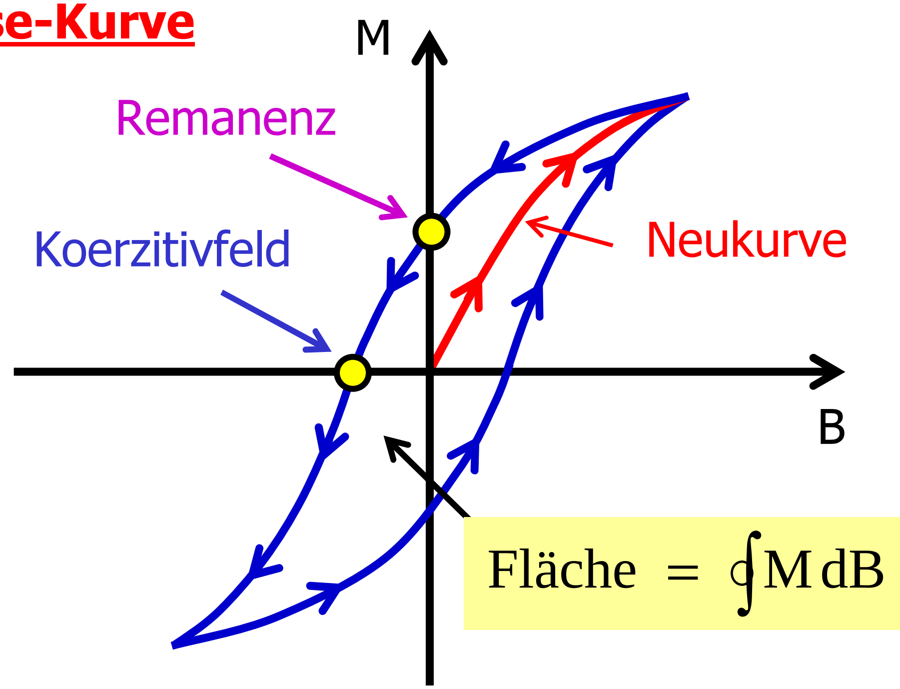
Elektrodynamik

$$w_{mag} \stackrel{\downarrow}{=} \tfrac{1}{2} BH = \mu\mu_0 \cdot \tfrac{1}{2} H^2$$

$$dw_{mag} = \mu\mu_0 H \, dH = H \, dB$$

$$= \frac{1}{\chi_m} M \, dB$$

$$\oint dw_{mag} = \frac{1}{\chi_m} \underbrace{\oint M \, dB}_{\text{Hysterese-Fläche}} \Rightarrow \text{Wärme}$$



Beispiel: Erwärmung von Trafo-Blechen

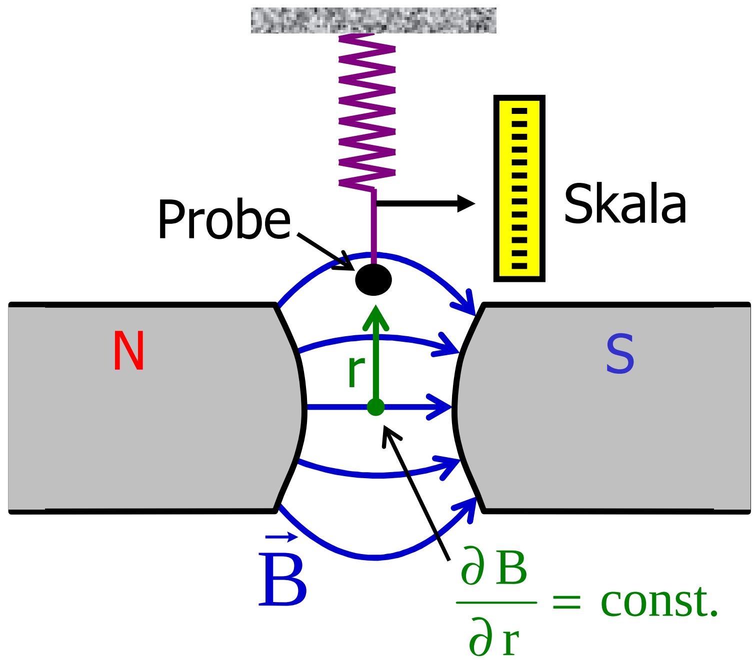
Messung der Suszeptibilität

- **Faraday-Methode:**

$$E_{pot} = -\sum p_m B = -VMB \overset{\mu\approx 1}{\approx} -V\frac{\chi_m}{\mu_0}B^2$$

$$F_r = -\frac{\partial E_{pot}}{\partial r} = 2V\frac{\chi_m}{\mu_0}B\frac{\partial B}{\partial r} \rightarrow < 0$$

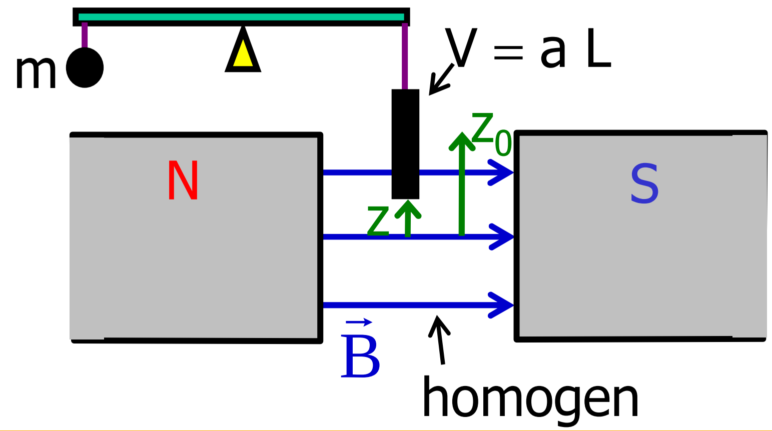
$$\begin{cases} > 0 & \text{falls } \chi_m < 0 \\ < 0 & \text{falls } \chi_m > 0 \end{cases}$$



- **Gouy-Methode:**

$$E_{pot} = -\underbrace{a(z_0 - z)}_{\text{eingetauchtes Volumen}}MB$$

$$F_z = -\frac{\partial E_{pot}}{\partial z} = -aMB \overset{\mu\approx 1}{\approx} -\frac{\chi_m}{\mu_0}aB^2$$



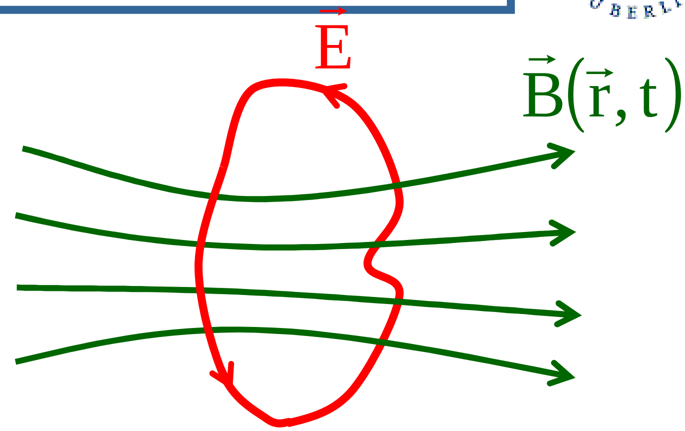
4. Zeitlich Variable Felder

- 4.1. Faradaysches Induktionsgesetz
- 4.2. Lentzsche Regel
- 4.3. Selbstinduktion und gegenseitige Induktion
- 4.4. Energie des magnetischen Feldes
- 4.5. Verschiebungsstrom
- 4.6. Die Maxwellschen Gleichungen

4.1. Induktionsgesetz

$$U_{ind} \equiv \oint \vec{E}\, d\vec{s} \overset{\text{Stokes}}{=} \int \mathrm{rot}\,\vec{E}\, d\vec{a}$$

$$= -\int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{a} \underset{\text{Schleife}}{\overset{\text{feste}}{=}} -\frac{d}{dt}\int \vec{B}\, d\vec{a} = -\dot{\Phi}_M$$



gilt auch für <u>bewegliche</u> Schleifen <u>variabler</u> Form

- fiktiver geschlossener Weg
- reale Leiterschleife

U_{ind}: induzierte Spannung gemessen in der Schleife

Φ_M: magnetischer Fluss gemessen im Labor

Induktionsgesetz

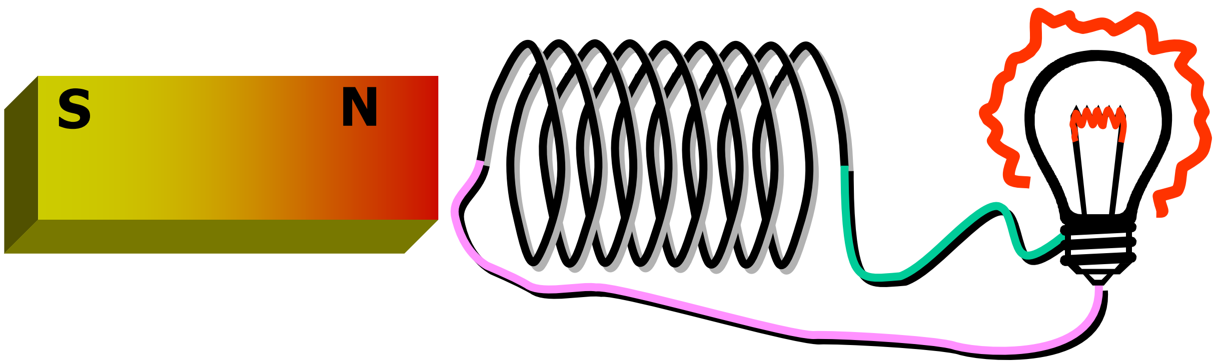
$$U_{ind} = -\dot{\Phi}_M$$

<u>Bemerkung:</u> U_{ind} ist wegabhängig $\Rightarrow$ <u>keine</u> Potentialdifferenz.
Daher oft Bezeichnung: $U_{ind} \equiv$ EMK (Elektro-Motorische Kraft)

Experimenteller Test 1

B-Feld: variabel **Leiterschleife: fest**

$$U_{ind} = -\int \dot{\vec{B}}\, d\vec{a}$$



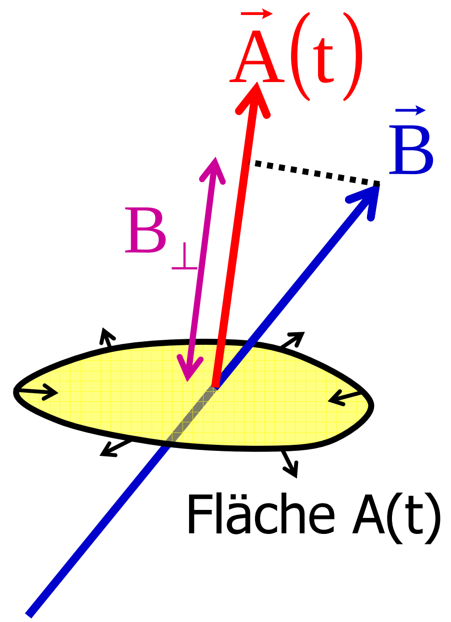
- $U_{ind} \propto$ Zahl der Spulenwicklungen
- Vorzeichen von U_{ind} wechselt mit Bewegungsrichtung des Magneten
- Vorzeichen von U_{ind} wechselt mit Magnetorientierung
- Effekt durch Eisenkern verstärkbar
- Magnet ersetzbar durch Spule mit variierendem Stromfluss

Experimenteller Test 2

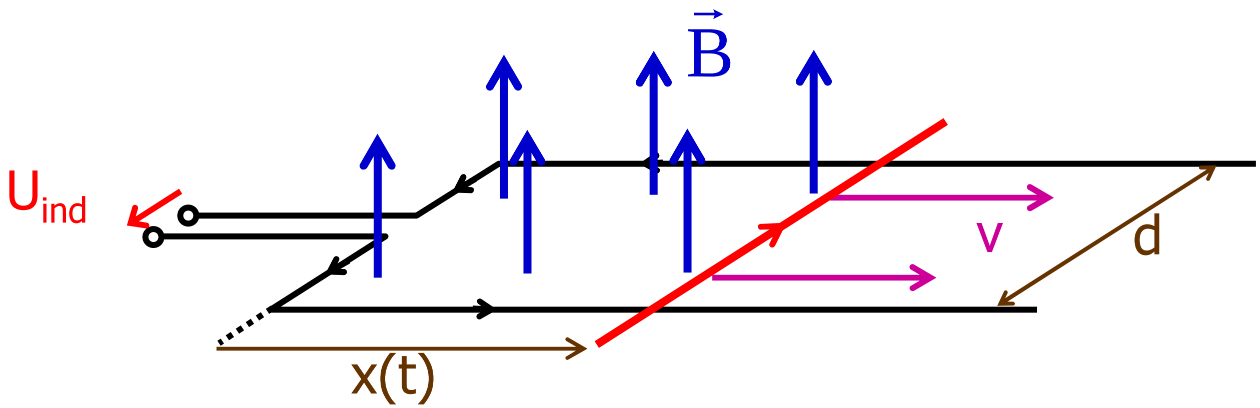
B-Feld: konstant **Leiterschleife: variable Form**

Spezialfall: B homogen , Schleife eben, Orientierung fest

$$\Phi_M = \vec{B}\cdot\vec{A}(t) = B_\perp A(t) \quad \Rightarrow \quad \boxed{U_{ind} = -B_\perp \dot{A}(t)}$$



Beispiel:



$$A(t) = x(t)d \quad \Rightarrow \quad \dot{A}(t) = \dot{x}(t)d = vd$$

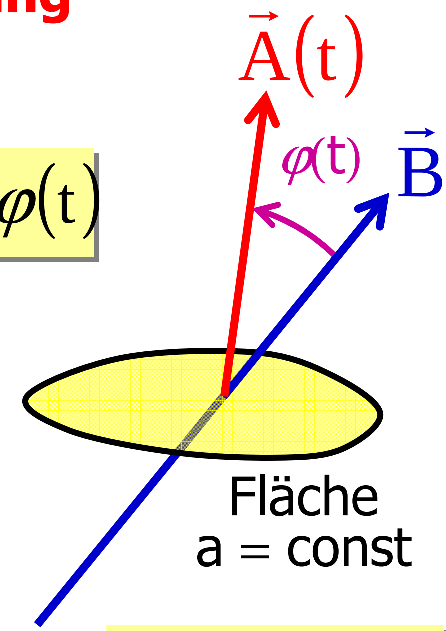
$$B_\perp = B \quad \Rightarrow \quad \boxed{U_{ind} = -B\,v\,d}$$

Experimenteller Test 3

B-Feld: konstant   Leiterschleife: variable Orientierung

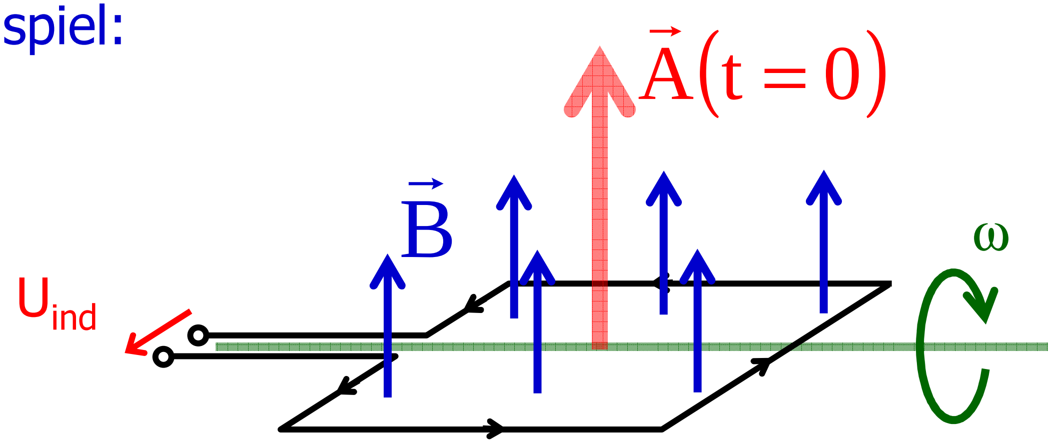
Spezialfall: B homogen , Schleife eben

$$\Phi_M = \vec{B}\cdot\vec{A}(t) = B\,A\cos\varphi(t) \quad \Rightarrow \quad \boxed{U_{ind} = B\,A\,\omega(t)\sin\varphi(t)}$$



$$\boxed{\omega(t) = \dot{\varphi}(t)}$$

Beispiel:



$$\omega = \text{const.}\,, \quad \varphi(t) = \omega\,t \quad \Rightarrow \quad \boxed{U_{ind} = B\,A\,\omega\sin(\omega t)}$$

$\Rightarrow$ Wechselspannungsgenerator (Dynamo)

4.2. Lenzsche Regel

Induktionsgesetz

$$U_{ind} = -\dot{\Phi}_M$$

Lenzsche Regel: Die Induktion wirkt ihrer Ursache stets entgegen
(Gegenspannungen, Gegenkräfte etc.)

Herleitung:

- im Einzelfall: $U_{ind} \Rightarrow I_{ind} \Rightarrow$ Gegenfeld B_{ind}
- generell: $U_{ind} \Rightarrow I_{ind} \Rightarrow$ Energieverbrauch
  $\Rightarrow$ Ursache muss Arbeit verrichten $\Rightarrow$ Gegen-„Kraft“

Anwendungsbeispiel: Wirbelstrombremse

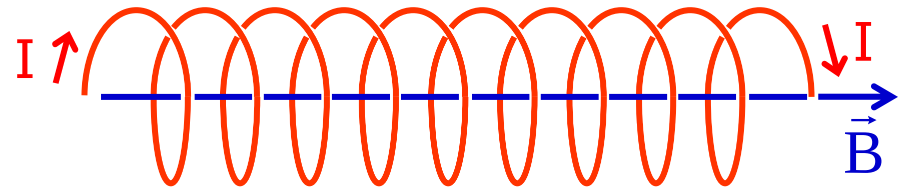
4.3. Selbstinduktion (Iduktivität)

Betrachte beliebige Leiterschleife

Beispiel: Spule

Biot-Savart-Gesetz $\Rightarrow$

Spule: Länge l, Querschnitt A



N Wicklungen $\Rightarrow$ Wicklungsdichte n = N / l

$$\vec{B} \propto I \quad \Rightarrow \quad \Phi_M = \int \vec{B}\, d\vec{A} \propto I \quad \Rightarrow \quad U_{ind} = -\dot{\Phi}_M \propto -\dot{I}$$

Definition:

$$\boxed{\mathrm{L} = -\frac{\mathrm{U_{ind}}}{\dot{\mathrm{I}}}}$$

Selbstinduktionskoeffizient bzw. Induktivität

- L ist ein reiner Parameter der (festen) Schleifengeometrie
- Maßeinheit: $[\mathrm{L}] = \mathrm{V\ s\ A^{-1}} = \mathrm{H}$ = Henry
- Schaltsymbol