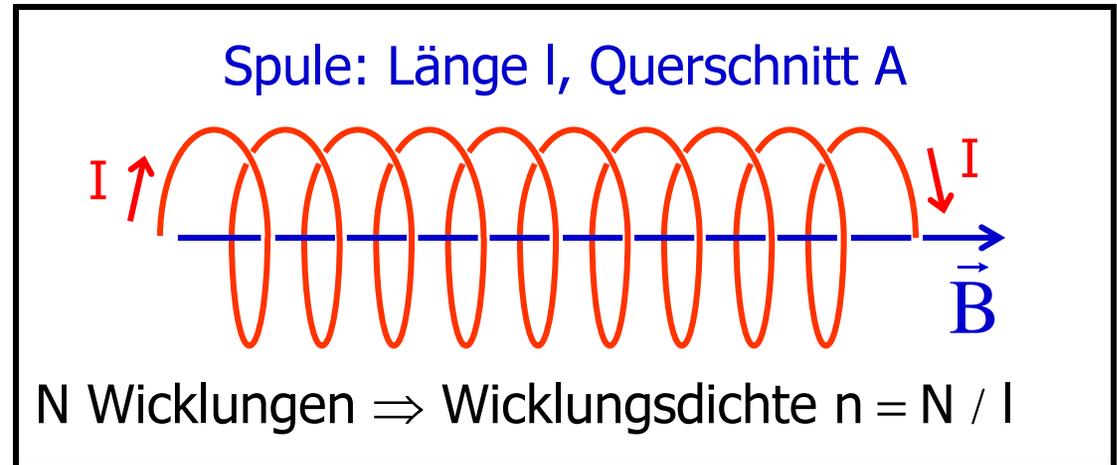


# Induktivität der Zylinderspule



Magnetostatik  $\Rightarrow$   $\mathbf{B} = \mu_0 n \mathbf{I}$

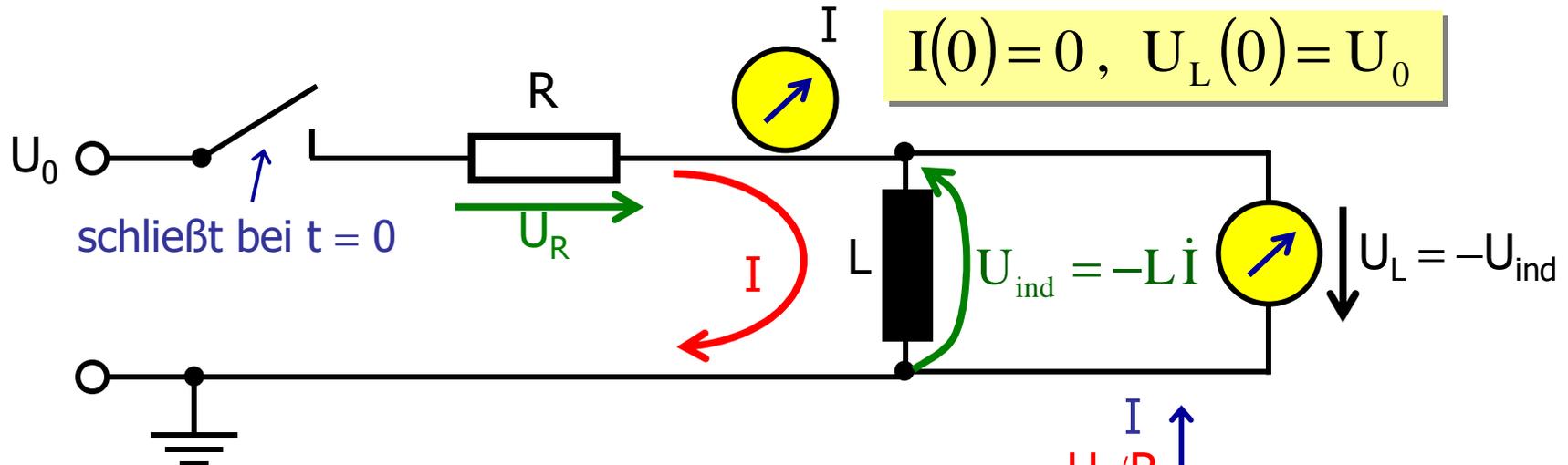
$$\Phi_M = \underbrace{N A}_{\text{Gesamt-Fläche}} B = \underbrace{n V}_{\text{Spulen-Volumen}} B$$



$$\left. \begin{aligned} U_{\text{ind}} &= -\dot{\Phi}_M = -n V \dot{B} = -\mu_0 n^2 V \dot{I} \\ U_{\text{ind}} &= -L \dot{I} \end{aligned} \right\} L = \mu_0 n^2 V \propto n^2$$

- Das Magnetfeld steigt proportional zur Wicklungsdichte
- Die Induktivität steigt mit dem Quadrat der Wicklungsdichte

# Einschaltvorgang einer Induktivität



Maschen sind B-Feld-frei

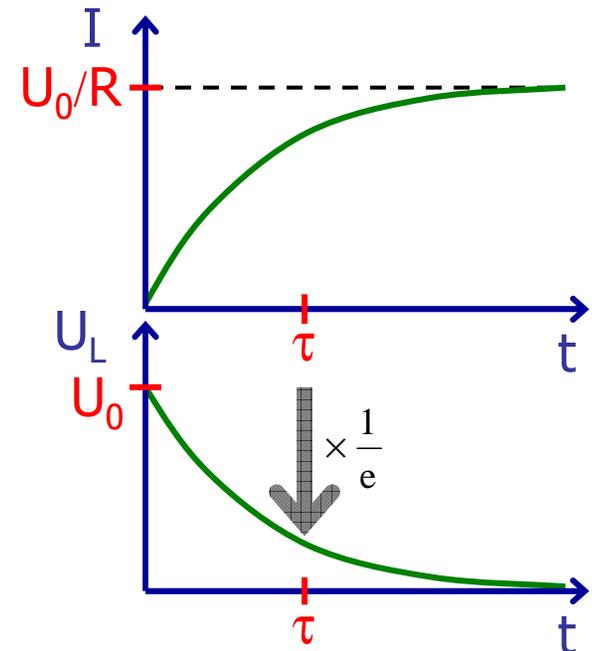
(B-Feld ist eingesperrt in Induktivität)

$$\Rightarrow U_0 = U_R + U_L = U_R - U_{ind} = RI(t) + L \dot{I}(t)$$

Lösung:

$$I(t) = \frac{U_0}{R} (1 - e^{-t/\tau}), \quad \tau = \frac{L}{R}$$

$$U_L(t) = L \dot{I} = U_0 e^{-t/\tau}$$

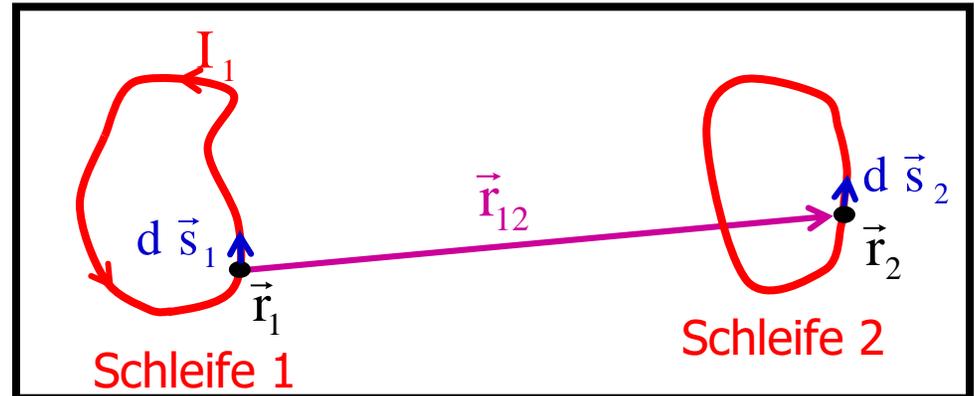


# Gegenseitige Induktion

Biot-Savart-Gesetz  $\Rightarrow$

$$\vec{A}(\vec{r}_2) = \frac{\mu_0 I_1}{4\pi} \oint_{\text{Schleife 1}} \frac{d\vec{s}_1}{r_{12}}$$

$\Rightarrow$  Fluss durch Schleife 2:



$$\Phi_M = \int_{\text{Schleife 2}} \vec{B} d\vec{a} = \int_{\text{Schleife 2}} \text{rot} \vec{A} d\vec{a} = \oint_{\text{Schleife 2}} \vec{A}(\vec{r}_2) d\vec{s}_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{\text{Schleife 1}} \oint_{\text{Schleife 2}} \frac{d\vec{s}_1 d\vec{s}_2}{r_{12}} \cdot I_1$$

$$\Phi_M = L_{12} I_1$$

$$U_{2,\text{ind}} = \oint_{\text{Schleife 2}} \vec{E} d\vec{s}_2 = -\dot{\Phi}_M = -L_{12} \dot{I}_1$$

Gegeninduktivität

$$L_{12} = L_{21} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{\text{Schleife 1}} \oint_{\text{Schleife 2}} \frac{d\vec{s}_1 d\vec{s}_2}{r_{12}}$$

nur abhängig von Schleifengeometrie

Bemerkung:

$$0 \leq L_{12}^2 \leq L_1 L_2$$

# Energie des Magnetfeldes



$$W_M = \int_0^t \underbrace{U_L(\tilde{t})}_{L \dot{I}(\tilde{t})} I(\tilde{t}) d\tilde{t} = \frac{L}{2} \int_0^t \frac{d}{d\tilde{t}} I^2(\tilde{t}) d\tilde{t} = \frac{L}{2} (I^2(t) - \underbrace{I^2(0)}_0) = \frac{1}{2} L I^2$$

Vergleich: Kapazität  $\leftrightarrow$  Induktivität

Magnetische Energie in Induktivität

$$W_M = \frac{1}{2} L I^2$$

Elektrische Energie in Kapazität C

$$W_{el} = \frac{1}{2} C U^2$$

Energiedichte des Magnetfeldes in einer Spule (mit Kern):

$$w_M = \frac{W_M}{V} = \frac{1}{2} \frac{L}{V} I^2 \stackrel{L = \mu\mu_0 n^2 V}{=} \frac{1}{2} \mu\mu_0 n^2 I^2 \stackrel{B = \mu\mu_0 H = \mu\mu_0 n I}{=} \frac{1}{2} \vec{B} \vec{H}$$

Vergleich: magnetische Energiedichte  $\leftrightarrow$  elektrische Energiedichte

$$w_M = \frac{1}{2} \vec{B} \vec{H}$$

$$w_{el} = \frac{1}{2} \vec{E} \vec{D}$$

# Vergleich Kapazität / Induktivität

