

Übungsblatt 12 zur Vorlesung „Elektrodynamik und Wellenoptik“

Humboldt–Universität zu Berlin, WS 2008/2009,
Prof. Dr. T. Lohse, Prof. Dr. M. Müller-Preußker

Ausgabe: Montag, 12. Januar 2008, in der Vorlesung

Rückgabe: Donnerstag, 22. Januar 2008, in der Vorlesung

Aufgabe 1: Lorenz-System (40 %)

Das Lorenz-System beschreibt auf stark vereinfachte Weise turbulentes Strömungsverhalten¹ mit Hilfe der Gleichungen

$$\begin{aligned}\dot{X} &= p(Y - X) \\ \dot{Y} &= -XZ + rX - Y \\ \dot{Z} &= XY - bZ\end{aligned}$$

mit $b = 8/3$ und $p = 10$. Der Kontrollparameter r durchläuft alle positiven reellen Zahlen.

- Bestimmen Sie die Fixpunkte des Systems und skizzieren Sie diese als Funktion von r .
- Charakterisieren Sie die Stabilität der Fixpunkte als Funktion von r . Sie stoßen dabei auf nicht-triviale kubische Gleichungen. Berechnen Sie deren (i. a. komplexe) Lösungen auf dem Computer. Algorithmen hierzu finden Sie in der Literatur.

Aufgabe 2: Eigenschaften des Minkowski-Raums (30 %)

Beweisen Sie die folgenden Aussagen für spezielle Lorentz-Transformationen (Relativ-Bewegung zweier Inertialsysteme parallel zur x -Achse).

- Für zwei Ereignisse, die einen zeitartigen Raum-Zeit-Abstand besitzen, lässt sich ein Inertialsystem finden, in dem sie am gleichen Ort beobachtet werden.
- Die zeitliche Abfolge von Ereignissen mit zeitartigem Raum-Zeit-Abstand ist in allen Inertialsystemen gleich.
- Für zwei Ereignisse, die einen raumartigen Raum-Zeit-Abstand besitzen, lässt sich ein Inertialsystem finden, in dem sie zur gleichen Zeit beobachtet werden.

¹Lorenz entwickelte dieses Modell für Konvektionsströmungen, um klimatologische Langzeitvorhersagen der Erdatmosphäre erstellen zu können. Es wurde schnell erkannt, dass die Lösung des Systems bei bestimmten Parameterwerten chaotisches Verhalten aufweist (Schmetterlingseffekt), was zur Entwicklung der Chaostheorie führte.

Aufgabe 3: Kosmische Myonen (30 %)

Beim Auftreffen hochenergetischer Protonen aus der kosmischen Strahlung auf die Hochatmosphäre in etwa 40 km Höhe über dem Meeresspiegel entstehen schnelle Myonen. Ihre Geschwindigkeit relativ zur Erde beträgt ca. $v=0,9998 c$. Ruhende Myonen haben eine mittlere Lebensdauer $\tau_{\mu}=2,2 \cdot 10^{-6}$ s, bevor sie ihrerseits in andere Elementarteilchen zerfallen. Im folgenden sollen nur Myonen betrachtet werden, welche sich geradlinig auf die Erde zubewegen.

- a) Wie groß ist die Flugstrecke, welche die Myonen bei nichtrelativistischer Betrachtung in der Zeit τ_{μ} zurücklegen könnten?
- b) Tatsächlich werden auf der Erdoberfläche Myonen in großer Zahl registriert. Wie lange lebt ein Myon für den Beobachter auf der Erde? Welche Strecke kann ein Myon in dieser Zeit zurücklegen?
- c) Handelt es sich in diesem Fall um die Längenkontraktion oder Zeitdilatation?