Übungsblatt 2 zur Vorlesung „Elektrodynamik und Wellenoptik“

Humboldt–Universität zu Berlin, WS 2008/2009,
Prof. Dr. T. Lohse, Prof. Dr. M. Müller-Preußker

Ausgabe: Montag, den 20. Oktober 2008, in der Vorlesung
Rückgabe: Donnerstag, den 30. Oktober 2008, in der Vorlesung

Aufgabe 1: Elektromagnetische Potentiale (25 %)

Gegeben seien elektromagnetische Potentiale der Form

$$\varphi(t,\vec{x}) = \frac{\partial}{\partial t}\eta(t,\vec{x}) \ , \qquad \vec{A}(t,\vec{x}) = -\nabla\eta(t,\vec{x})$$

mit einer beliebigen, differenzierbaren Funktion $\eta(t,\vec{x})$.

a) Zeigen Sie, dass die Potentiale durch Umeichen zum Verschwinden gebracht werden können. Wie lautet die dafür erforderliche Eichfunktion?

b) Berechnen Sie die elektrische Feldstärke $\vec{E}$ und die magnetische Flußdichte $\vec{B}$.

c) Welche Ladungsdichte ρ und Stromdichte $\vec{j}$ resultieren aus der Gültigkeit der inhomogenen Maxwell-Gleichungen?

d) Welche Bedingung muss die Funktion η erfüllen, sollen φ und $\vec{A}$ der Lorentz-Bedingung genügen?

Aufgabe 2: Lorentz-Eichung (25 %)

Weisen Sie nach, dass die retardierten bzw. avancierten elektromagnetischen Potentiale die Lorentz-Eichung erfüllen.

Aufgabe 3: Eichtransformationen (25 %)

Man begründe, dass im Falle verschwindender Ladungsdichte $\rho = 0$ und Stromdichte $\vec{j} = 0$ eine Eichtransformation gefunden werden kann, für die das skalare Potential $\phi = 0$ und das Vektorpotential $\nabla\vec{A} = 0$ erfüllen. Man zeige dann, dass sich die Maxwell-Gleichungen auf die Gleichung $\Box\vec{A} = 0$ reduzieren.

Aufgabe 4: Anwendung der Telegraphengleichung (25 %)

a) Leiten Sie die Telegraphengleichung

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \hat{L}\hat{C}\,\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + \hat{R}\hat{C}\,\frac{\partial U}{\partial t}$$

für ein in x-Richtung verlaufendes Koxialkabel mit Induktivität $\hat{L}$, Kapazität $\hat{C}$ und Widerstand $\hat{R}$, jeweils gerechnet pro Längeneinheit, her.

b) Berechnen Sie $\hat{L}$ und $\hat{C}$ für ein Koaxialkabel mit Innenradius r_{I} und Außenradius r_{A}. Machen Sie bei der Berechnung von $\hat{L}$ die Näherung $r_{\mathrm{A}} \gg r_{\mathrm{I}}$, so dass Effekte durch Magnetfelder innerhalb des Innenleiters vernachlässigt werden.

c) Berechnen Sie $\hat{L}$, $\hat{C}$ sowie den Wellenwiderstand und die Phasengeschwindigkeit unter Vernachlässigung des Ohmschen Widerstands $\hat{R}$ für ein Kabel mit $r_{\mathrm{I}} = 0{,}45\,\mathrm{mm}$ und $r_{\mathrm{A}} = 1{,}475\,\mathrm{mm}$. Das Isolatormaterial (Polyethylen) ist nicht ferromagnetisch ($\mu = 1$) und die Dielektrizitätskonstante ist $\epsilon = 2{,}2$.