

Hausübungen 10 zur Vorlesung „Kern- und Teilchenphysik“

Humboldt-Universität zu Berlin, WS 2009/2010,

Prof. Th. Lohse, U. Schwanke, O. M. Kind

Ausgabe: 14. Dezember 2009

Abgabe: 4. Januar 2010

Aufgabe 1: Baryonwellenfunktionen und magnetische Momente (65%)

Ohne den Farb- und Ortsanteil lautet die Wellenfunktion eines Neutrons mit Spinprojektion $m = -1/2$:

$$\begin{aligned} |n, -1/2\rangle = & -\frac{1}{\sqrt{18}} [2\check{d}\check{d}\hat{u} + 2\check{d}\hat{u}\check{d} + 2\hat{u}\check{d}\check{d} \\ & - \check{d}\hat{d}\check{u} - \hat{d}\check{u}\check{d} - \check{u}\hat{d}\check{d} \\ & - \hat{d}\check{d}\check{u} - \check{d}\hat{u}\hat{d} - \check{u}\hat{d}\hat{d}]. \end{aligned}$$

(i) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass das zweite Quark ein

- d -Quark mit Spin Up (\hat{d}),
- d -Quark mit Spin Down (\check{d}),
- u -Quark mit Spin Up (\hat{u}),
- u -Quark mit Spin Down (\check{u})

ist?

(ii) Weisen Sie nach, dass die Wellenfunktion total symmetrisch ist.

(iii) Zeigen Sie durch Anwendung des Drehimpulsoperators \hat{J}_z und des Isospinoperators \hat{I}_3 , dass dieser Zustand tatsächlich $J_z = -1/2$ und $I_3 = -1/2$ hat.

(iv) Berechnen Sie durch Anwendung des Isospin-Aufsteigeoperators $I_+ = I_+^{(1)} + I_+^{(2)} + I_+^{(3)}$ die Wellenfunktion eines Protons mit Spinprojektion $m = -1/2$ ($|p, -1/2\rangle$). Vergleichen Sie mit der Formel aus der Vorlesung.

(v) Zeigen Sie, dass

$$I_+|p\rangle = I_-|n\rangle = |0\rangle$$

gilt.

(vi) Wie lautet die Wellenfunktion für ein Neutron mit $m = +1/2$?

(vii) Berechnen Sie das magnetische Moment des Neutrons in Einheiten des Kernmagnetons μ_K . Rechnen Sie mit der Protonenmasse $m_p = 938 \text{ MeV}$ und den Quark-Konstituentenmassen $m_u \simeq m_d = 360 \text{ MeV}$.

Aufgabe 2: SU(3)-Diquark-Multipletts (35%)

Konstruieren Sie die Flavour-Wellenfunktionen aller SU(3)-Diquark-Multipletts. Zeichnen Sie die Gewichtsdiagramme der Multipletts in der (I_3, Y) -Darstellung. Ergänzen Sie die Gleichung

$$3 \times 3 = \dots$$

und die äquivalente Gleichung

$$(1,0) \times (1,0) = \dots \quad .$$

Anleitung: Beginnen Sie mit dem Zustand mit größtem Gewicht, $|uu\rangle$. Vervollständigen Sie nun das Multiplett durch wiederholte Anwendung der Isospin-, U -Spin- und V -Spin-Leiternoperatoren

$$\hat{I}_{\pm} = \hat{I}_{\pm}^{(1)} + \hat{I}_{\pm}^{(2)} \quad \text{und} \quad \hat{U}_{\pm} = \hat{U}_{\pm}^{(1)} + \hat{U}_{\pm}^{(2)} \quad \text{und} \quad \hat{V}_{\pm} = \hat{V}_{\pm}^{(1)} + \hat{V}_{\pm}^{(2)}$$

jeweils mit anschließender Normierung der sich ergebenden Wellenfunktionen.

Wenn das Multiplett vollständig ist, suchen Sie das größte Gewicht, für das es zusätzlich zu den hier bereits konstruierten Wellenfunktionen des Multipletts noch eine weitere Wellenfunktion (mit diesem Gewicht) gibt, die zu allen bei diesem Gewicht bereits konstruierten Wellenfunktionen orthonormal ist. Ausgehend von dieser konstruieren Sie dann analog das nächste Multiplett. So verfahren Sie weiter, bis Sie die richtige Zahl linear unabhängiger Basiszustände gefunden haben.