Hausübungen 8 zur Vorlesung „Kern- und Teilchenphysik“

Humboldt–Universität zu Berlin, WS 2009/2010,

Prof. Th. Lohse, U. Schwanke, O. M. Kind

Ausgabe: 30. November 2009

Abgabe: 7. Dezember 2009

Aufgabe 1: Clebsch-Gordon-Koeffizienten (50%)

Zwei Drehimpulse $J_1 = 2$ (z-Komponente m_1) und $J_2 = 3/2$ (z-Komponente m_2) koppeln zu einem Gesamtdrehimpuls J mit z-Komponente $M = m_1 + m_2$. Es gilt $|J_1 - J_2| \leq J \leq J_1 + J_2$.

a) Das System befinde sich im Zustand mit einem Gesamtdrehimpuls $|J, M\rangle = |3/2, +3/2\rangle$. Wie setzt sich dieser Zustand aus den Produktwellenfunktionen $|J_1, m_1\rangle|J_2, m_2\rangle$ zusammen? Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, bei einer Messung der z-Projektion von J_1 für m_1 den Wert -2, -1, 0, +1 bzw. +2 zu erhalten? Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass J_1 und J_2 bezüglich der Quantisierungsachse in entgegengesetzte Hemisphären zeigen (d.h. dass m_1 und m_2 unterschiedliche Vorzeichen haben)?

b) Betrachten Sie jetzt den Fall, dass sich die zwei Drehimpulse in den Zuständen $|J_1, m_1\rangle = |2, 0\rangle$ und $|J_2, m_2\rangle = |3/2, +3/2\rangle$ befinden. Wie setzt sich dieser Zustand aus den Gesamtdrehimpuls-Zuständen $|J, M\rangle$ zusammen? Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, bei einer Messung des Gesamtdrehimpulses J Werte von 1/2, 3/2, 5/2 bzw. 7/2 zu erhalten?

Aufgabe 2: C, P und T (50%)

a) H sei der (effektive) Hamiltonoperator in dem von den zwei Zuständen $|i\rangle$ (*initial*) und $|f\rangle$ (*final*) aufgespannten Raum. Sei A ein Symmetrieoperator. Dann seien abkürzend eingeführt

$$|i^A\rangle = A|i\rangle \quad \text{und} \quad |f^A\rangle = A|f\rangle \quad \text{und} \quad H^A = AHA^{-1}.$$

Beweisen Sie:

$$\langle f|H|i\rangle = \langle f^{CP}|H^{CP}|i^{CP}\rangle = \langle i|H^T|f\rangle = \langle i^{CP}|H^{CPT}|f^{CP}\rangle.$$

b) Es seien nun die beiden Zustände $|K^0\rangle$ und $|\bar{K}^0\rangle$ betrachtet und sei H_w der (effektive) Hamiltonoperator im Raum der neutralen Kaonen. Beweisen Sie mit Hilfe des Resultats von a):

(i) H_w is CPT-symmetrisch $\Rightarrow \langle K^0|H_w|K^0\rangle = \langle \bar{K}^0|H_w|\bar{K}^0\rangle$

(ii) H_w is CP-symmetrisch $\Rightarrow \langle K^0|H_w|K^0\rangle = \langle \bar{K}^0|H_w|\bar{K}^0\rangle$ und $\langle K^0|H_w|\bar{K}^0\rangle = \langle \bar{K}^0|H_w|K^0\rangle$

(iii) H_w is T-symmetrisch $\Rightarrow \langle K^0|H_w|\bar{K}^0\rangle = \langle \bar{K}^0|H_w|K^0\rangle$