

Präsenzübungen 12 zur Vorlesung „Kern- und Teilchenphysik“

Humboldt-Universität zu Berlin, WS 2009/2010,

Prof. Th. Lohse, U. Schwanke, O. M. Kind

Bearbeitung: 20. bzw. 22. Januar 2010

Aufgabe 1: Lagrangedichte der Schrödingergleichung

Zeigen Sie, dass die Lagrangedichte der Schrödingergleichung

$$\mathcal{L}[\psi, \nabla\psi, \dot{\psi}] = i\hbar \frac{1}{2}(\psi^* \dot{\psi} - \dot{\psi}^* \psi) - \frac{\hbar^2}{2m} \nabla\psi^* \nabla\psi - V(\mathbf{r}, t) \psi^* \psi$$

lautet. Setzen Sie dazu \mathcal{L} in die Euler-Lagrange-Gleichung

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \psi} - \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\psi}} - \sum_{j=1}^3 \frac{\partial}{\partial x^j} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \frac{\partial \psi}{\partial x^j}} = 0 \quad (1)$$

ein und leiten Sie so die Schrödingergleichung ab. Beachten Sie, dass ψ und ψ^* unabhängig voneinander variiert werden müssen.

Aufgabe 2: Euler-Lagrange-Gleichung

Überzeugen Sie sich, dass Gleichung (1) (mit $\psi \rightarrow \phi$) kompakter als

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} - \partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \phi)} \right) = 0$$

geschrieben werden kann.