Prof. Dr. T. Lohse, Prof. Dr. P. Uwer
AG Experimentelle Teilchenphysik
AG Phänomenologie der Elementarteilchenphysik
Institut für Physik

Präsenzübungen zur Klassischen Mechanik und Wärmelehre (P1a)

WS 10/11 | **Blatt 1b** | **Termin: 29. 10. 2010**

Integrationsregeln.
Zur Erinnerung sind im Folgenden wichtige Eigenschaften des Integrals zusammengefasst.

$$\int \lambda f(x)dx = \lambda \int f(x)dx$$

$$\int (f(x)+g(x))dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx, \qquad \text{(Linearität)}$$

$$\int_a^c f(x)dx = \int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx, \qquad \text{(Additivität)}$$

$$\int_a^b f'(x)dx = f(x)\Big|_a^b, \qquad \text{(Fundamentalsatz)}$$

$$\int_a^b u(x)v'(x)dx = u(x)v(x)\Big|_a^b - \int_a^b u'(x)v(x)dx, \qquad \text{(partielle Integration)}$$

$$\int_a^b f(\varphi(t))d\varphi(t) = \int_{\varphi(a)}^{\varphi(b)} f(x)dx, \quad \text{mit } d\varphi(t) = \frac{d\varphi}{dt}dt \qquad \text{(Substitution)}$$

Integrale Elementarer Funktionen.
Es ist

$$\int \frac{dx}{x} = \ln|x|, \qquad \text{falls } x = 0 \text{ nicht im Integrationsintervall liegt}$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}, \qquad \text{falls } n \neq -1$$

$$\int \sin x dx = -\cos x dx,$$

$$\int \cos x dx = \sin x,$$

$$\int \exp x dx = \exp x,$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x, \qquad \text{falls } |x| < 1$$

$$\int \frac{dx}{1+x^2} = \arctan x,$$

$$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \tan x$$

(jeweils bis auf additive Integrationskonstante).

Aufgabe 1: Integration

Integrieren Sie:

a) durch geeignete Substitution

$$\int_{x_0}^{x_1} \frac{dx}{ax+b},$$

b) durch geeignete Substitution und anschließende partielle Integration

$$\int \left(-t^3+t\right)\exp\left(-t^2\right)dt,$$

c) durch partielle Integration (beachten Sie $\ln a + \ln b = \ln ab$)

$$\int \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)dx, \qquad (|x|<1)$$

d) durch wiederholte partielle Integration

$$\int x^2 \exp(\lambda x),$$

e) durch *Partialbruchzerlegung*

$$\int \frac{dz}{z^2-z-2},$$

Hinweis: Bei der Partialbruchzerlegung schreiben Sie einen Bruch um in eine Summe von Brüchen mit Nennern $z-z_0$, wobei z_0 die Nullstellen des ursprünglichen Nenners bezeichnet. Die Nullstellen von z^2-z-2 sind $z=+2$ und $z=-1$.

f) durch wiederholte partielle Integration

$$\int x^2 \cos x dx,$$

g) das Integral

$$I = \int \exp(-x)\cos(5x)dx,$$

indem Sie so lange partiell integrieren, bis Sie eine lineare Gleichung erhalten, die Sie nach I auflösen können.