

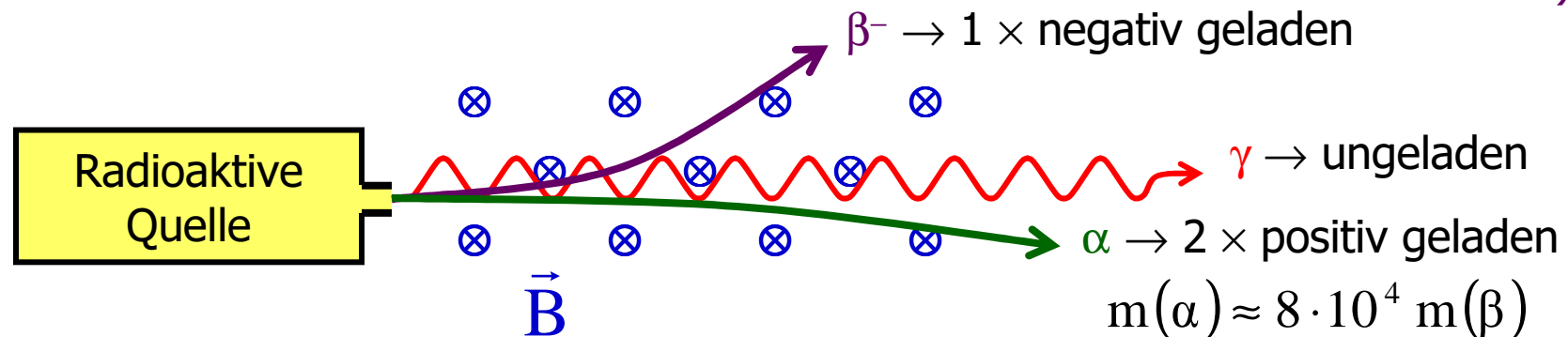
# 3. Atome



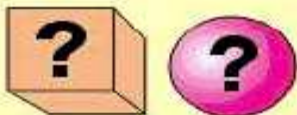

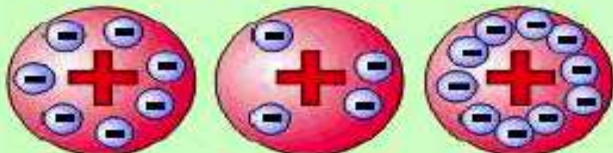
1. Klassische Atomstruktur
2. Das Wasserstoffatom
3. Der Spin
4. Atome in äusseren Feldern
5. Atome mit mehreren Elektronen

# 3. Das Atom

- 1827 **Brown:** Existenz von **Atomen/Molekülen**  $\leftrightarrow$  **Molekularbewegung**
- 1911 **Wilson:** Erfindung der **Nebelkammer** (Nobelpreis 1927)  
Existenz von **Atomen, Ionen, Elektronen**
- 1937 **Ernst Müller:** Erfindung des **Feldemissionsmikroskops**  
Direkte Beobachtung von **Atomen**
- 1932 **Ruska:** Erfindung des **Elektronenmikroskops**  $\rightarrow$  (Nobelpreis 1986)
- 1984 **Binning, Rohrer:** Erfindung des **Rastertunnelmikroskops**
- 1912 **von Laue:** **Röntgenbeugung an Kristallen** (Nobelpreis 1914)  
Messung von **Atomgrößen** ( $O(1 \text{ \AA})$ ) und **Bindungsabständen**
- 1896... **Becquerel:** **Radioaktive Zerfälle** ( $\alpha$ -,  $\beta$ -,  $\gamma$ -Strahlung) } (Nobelpreis 1903)  
**M. u. P. Curie** Beobachtung von **Atomkern-Zerfällen**



# 3.1. Atommodelle

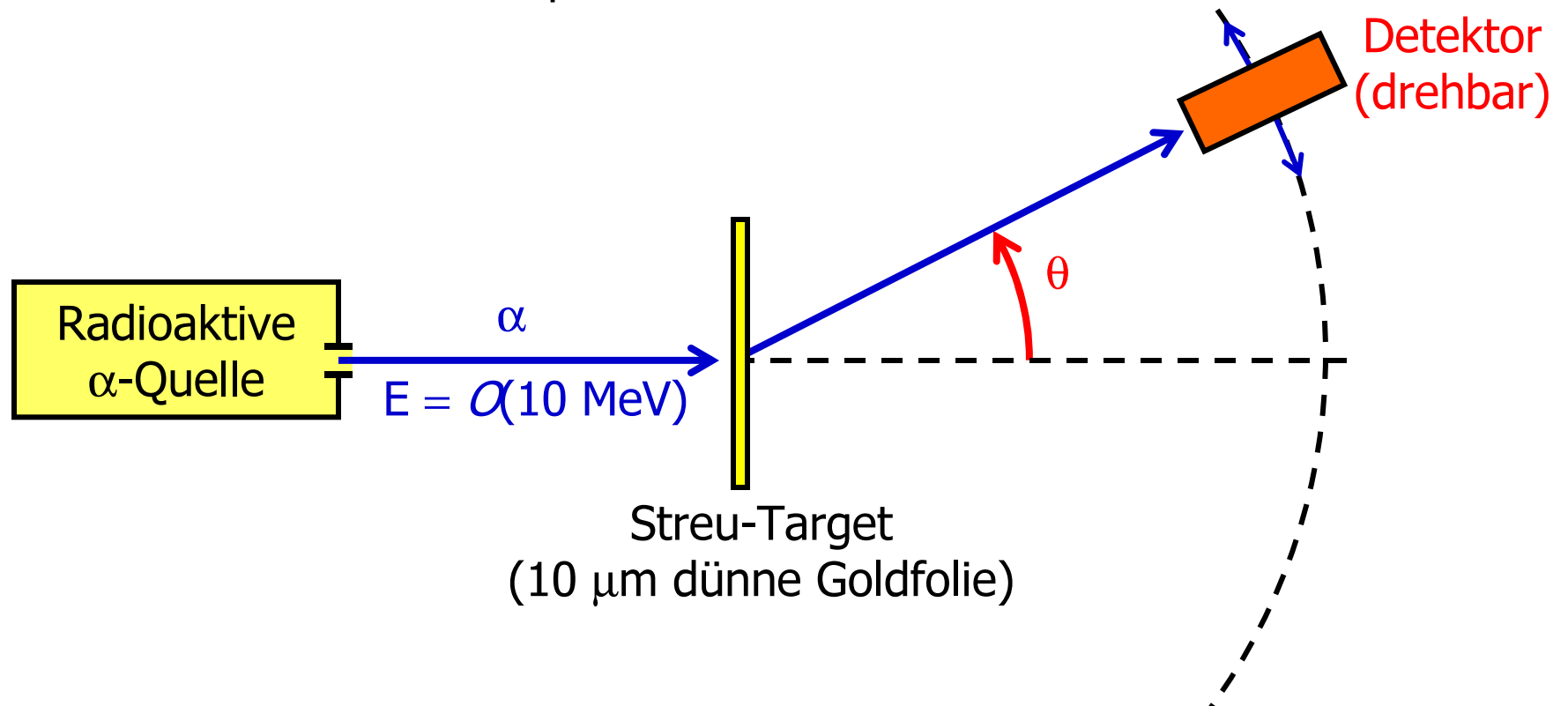
Forscher / Zeit	Beschreibung des Atommodells	neuer Begriff
<b>Leukipp</b> ca 450 v.Chr. <b>Demokrit</b> ca 380 v.Chr. Griechenland	 <p>Älteste überlieferte Atomvorstellung. Jeder Stoff muß letztlich aus unvorstellbar kleinsten Teilchen bestehen. Diese Teilchen können sich vereinen und trennen, bleiben dabei aber unverändert.</p>	<b>Atom</b> als unteilbares Teilchen (Atomos = unteilbar)
<b>Dalton</b> ca 1800 England * 1766 + 1844	 <p>Dalton erweitertes Atommodell der Antike um seine chemischen Experimente erklärbar zu machen. Er erfand eine Symbolschreibweise für die verschiedenen Elemente. Für ihn besaßen Atome Haftstellen, an denen sie sich zu Molekülen verbinden können.</p>	<b>Molekül</b> als Verbindung mehrerer Atome untereinander. <b>Ordnungsschema</b>
<b>Thomson</b> ca 1900 England * 1856 + 1940	<p><b>"Rosinenkuchen-Modell"</b></p>  <p>elektrisch neutral      Elektronen-Mangel      Elektronen-Überschuß</p> <p>Erstmalig wird dem Atom die Eigenschaft der Elektrizität zugeschrieben. Die Elektrizitätsleitung in Gasen konnte mit dem bisherigen Atommodell nicht erklärt werden.</p> <p>Die Elektronen (negativ) sind im "Atomteig" wie Rosinen eines Kuchens eingebettet.</p>	Unterscheidung von <b>Atom, +Ion, -Ion</b>

# 3.1.1. Thomsonsches Atommodell



Hypothese (Thomson): Ein Atom ist eine homogen geladene Kugel gleich vieler positiver (Protonen) und negativer (Elektronen) Elementarladungen.

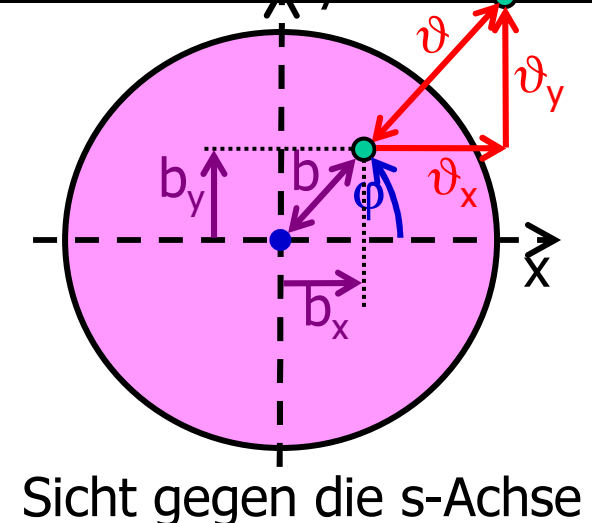
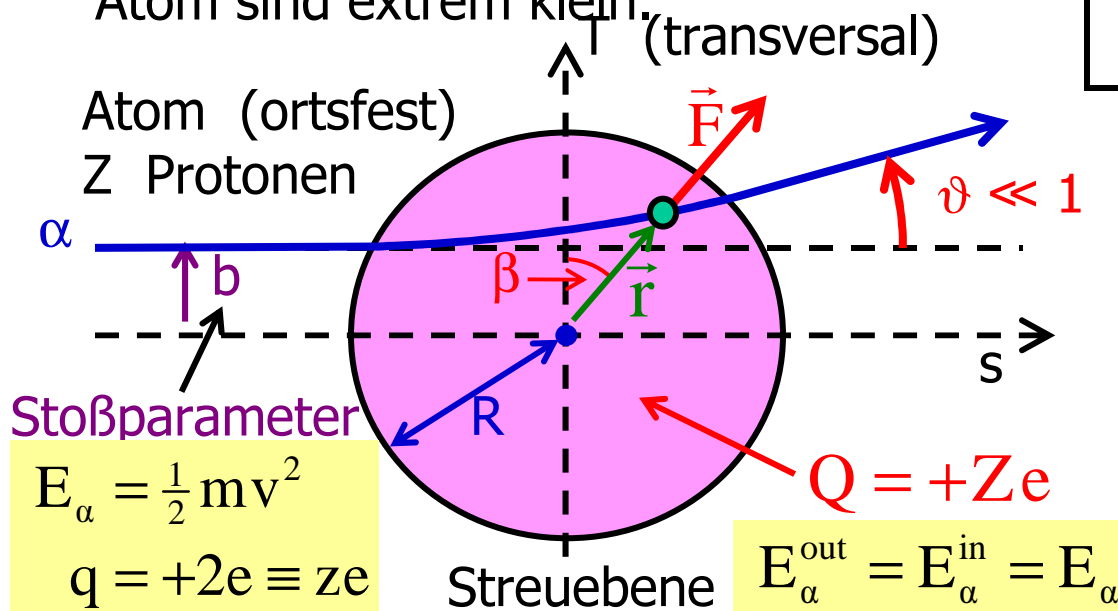
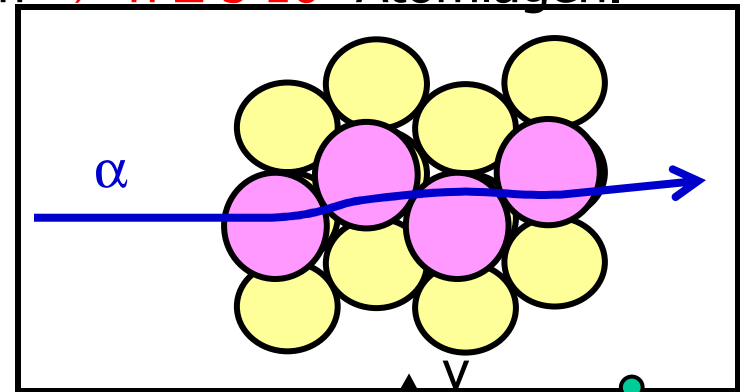
Experimenteller Test: Streuexperiment nach Rutherford



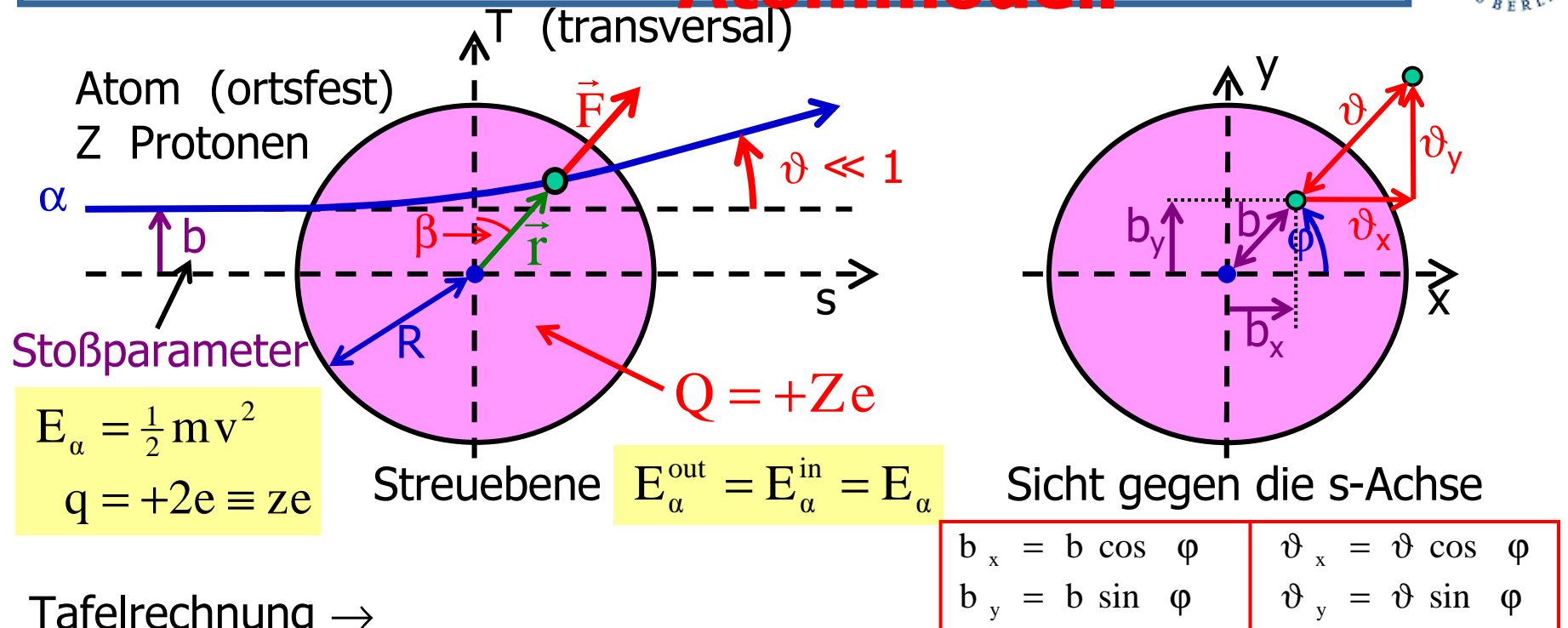
# 3.1.1. Thomsonsches Atommodell

## Abschätzung der Streuwinkelverteilung:

- $m_e \ll m_p, m_\alpha \Rightarrow$  Streuung an Elektronen kann vernachlässigt werden.
- Atomradius  $\cong 0,1 \text{ nm}$ , Foliendicke  $\cong 10 \text{ }\mu\text{m} \Rightarrow n \cong 5 \cdot 10^3$  Atomlagen.
- Streuung nur in **durchkreuzten** Atomen; die anderen sind zu weit weg und insgesamt neutral.
- Die Streuwinkel pro durchkreuztem Atom sind extrem klein.



# 3.1.1. Thomsonsches Atommodell



Tafelrechnung  $\rightarrow$

Ablenkung:

$$\vartheta = K b \sqrt{R^2 - b^2}$$

$$K = \frac{e^2 z Z}{4 \pi \epsilon_0 R^3} \frac{1}{E_\alpha}$$

Breite der Streuwinkelverteilung:

$$\sigma_{\vartheta_{x,y}} = \frac{K R^2}{\sqrt{12}} = \frac{z Z e^2}{4 \pi \epsilon_0} \frac{1}{\sqrt{12} R} \frac{1}{E_\alpha}$$

# 3.1.1. Thomsonsches Atommodell



Ablenkung:

$$\vartheta = K b \sqrt{R^2 - b^2}$$

$$K = \frac{e^2 z Z}{4 \pi \epsilon_0 R^3} \frac{1}{E_\alpha}$$

Breite der Streuwinkelverteilung:

$$\sigma_{\vartheta_{x,y}} = \frac{K R^2}{\sqrt{12}} = \frac{z Z e^2}{4 \pi \epsilon_0} \frac{1}{\sqrt{12} R} \frac{1}{E_\alpha}$$

Beispiel:  $R = 0,1 \text{ nm}$      $z = 2$      $Z = 79$  (Gold)     $E_\alpha = 5 \text{ MeV}$   
 $\sigma_{\vartheta_{x,y}} = 1,3 \cdot 10^{-4} \text{ rad} \approx 0,007^\circ \approx 0,45'$

Gesamtablenkung:  $\theta_x = \sum_{i=1}^n \vartheta_{x_i}$      $\theta_y = \sum_{i=1}^n \vartheta_{y_i}$      $\theta = \sqrt{\theta_x^2 + \theta_y^2}$

Fehlerfortpflanzung:  $\Delta \equiv \sigma_{\theta_x} = \sigma_{\theta_y} = \sqrt{n} \sigma_{\vartheta_{x,y}}$  typisch  $O(1^\circ)$

Zentraler Grenzwertsatz  $\Rightarrow$

#  $\alpha$ -Teilchen pro Targetfläche A

$$\frac{d^2 N}{d\theta_x d\theta_y} \stackrel{n \rightarrow \infty}{=} \frac{N_0 A}{2\pi\Delta^2} \exp\left(-\frac{\theta_x^2}{2\Delta^2} - \frac{\theta_y^2}{2\Delta^2}\right) = \frac{N_0 A}{2\pi\Delta^2} \exp\left(-\frac{\theta^2}{2\Delta^2}\right)$$



# 3.1.1. Thomsonsches Atommodell

$$\frac{d^2 N}{d\theta_x d\theta_y} \stackrel{n \rightarrow \infty}{=} \frac{N_0 A}{2\pi \Delta^2} \exp\left(-\frac{\theta_x^2}{2\Delta^2} - \frac{\theta_y^2}{2\Delta^2}\right) = \frac{N_0 A}{2\pi \Delta^2} \exp\left(-\frac{\theta^2}{2\Delta^2}\right)$$

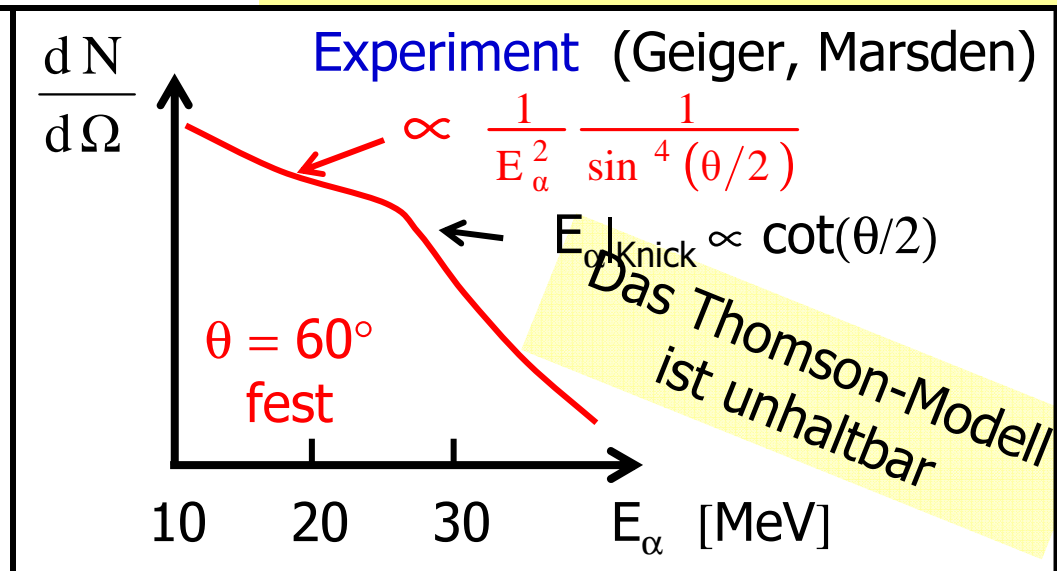
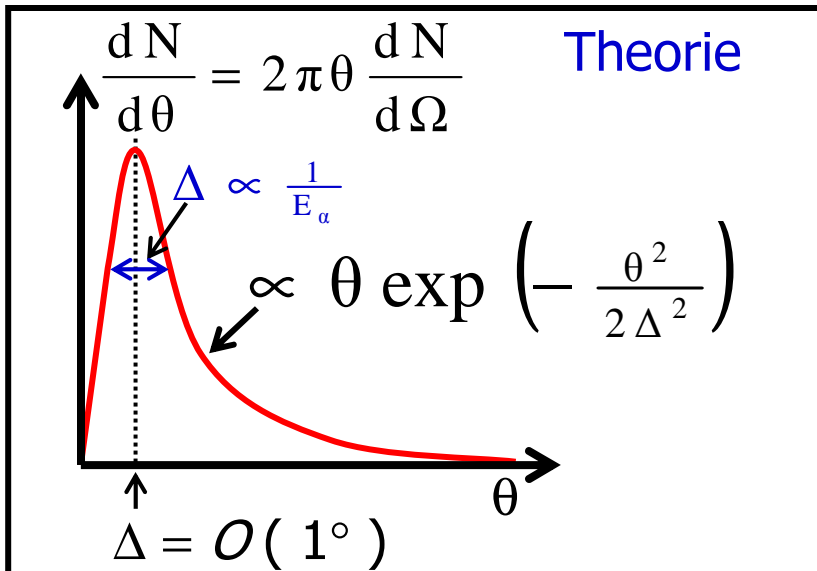
$$\begin{aligned} \theta_x &= \theta \cos \varphi \\ \theta_y &= \theta \sin \varphi \end{aligned}$$

$$d\Omega = \sin \theta d\theta d\varphi$$

$$\frac{dN}{d\Omega} = \frac{N_0 A}{2\pi \Delta^2} \exp\left(-\frac{\theta^2}{2\Delta^2}\right)$$

$$\Delta = \frac{zZe^2}{4\pi\epsilon_0} \sqrt{\frac{n}{12}} \frac{1}{R} \frac{1}{E_\alpha} \propto \frac{1}{E_\alpha}$$

$$\frac{d^2 N}{d\theta_x d\theta_y} \stackrel{=}{=} \frac{d^2 N}{\theta d\theta d\varphi} \stackrel{\approx}{\approx} \frac{dN}{d\Omega}$$



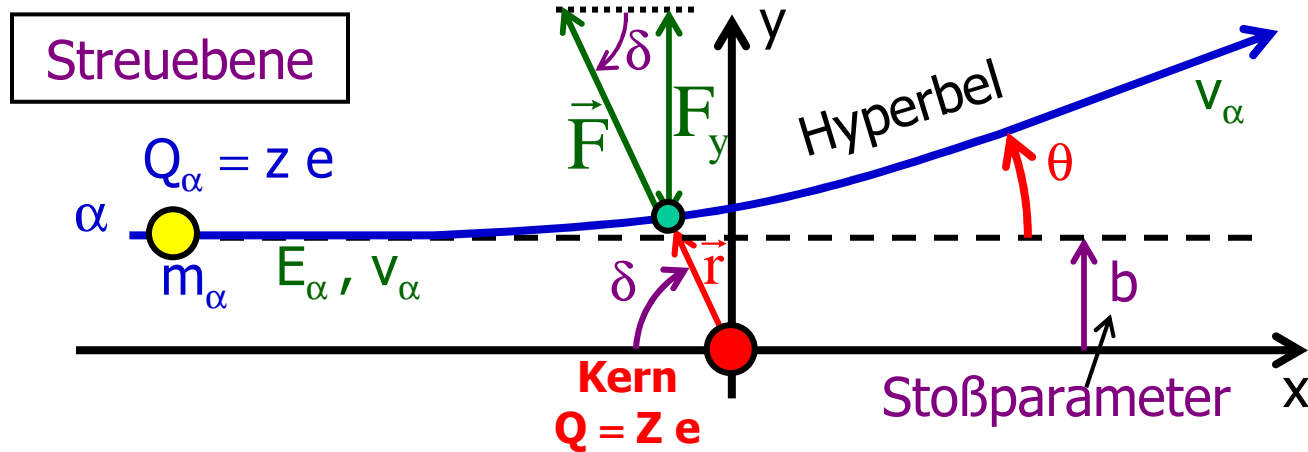


# 3.1.2. Rutherford'sches Atommodell



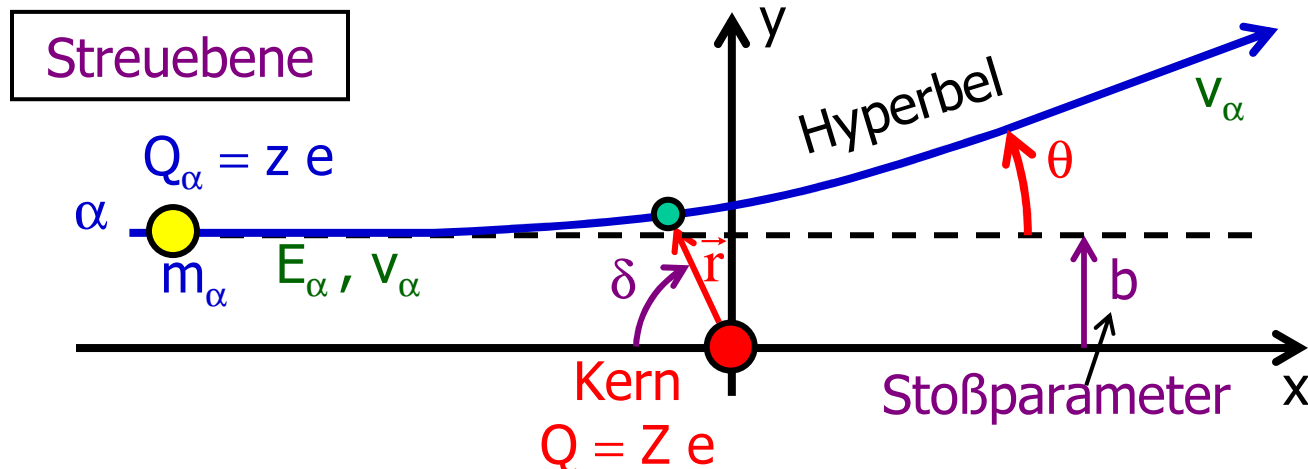
Hypothese (Rutherford): Ein Atom besteht aus einem praktisch punktförmigen Kern der Ladung  $+Ze$ , der praktisch die gesamte Atommasse trägt. Der Kern ist umgeben von einer ausgedehnten Hülle von  $Z$  Elektronen ( $\rightarrow$  Atomgröße), die die Kernladung perfekt abschirmt.

Streuung von  $\alpha$ -Teilchen: Streuung nur in **unmittelbarer** Kernnähe  
 $\Rightarrow$  Mehrfachstreuungen sehr selten  $\Rightarrow$  **betrachte nur Einfachstreuungen!**



Streuwinkel: 
$$\cot \frac{\theta}{2} = \frac{4 \pi \epsilon_0}{z Z e^2} m_{\alpha} v_{\alpha}^2 b = \frac{8 \pi \epsilon_0}{z Z e^2} E_{\alpha} b$$

## 3.1.2. Rutherford Streuung



Winkelverteilung:  
( $\rightarrow$  Tafelrechnung)

$$\frac{1}{N_0} \frac{dN}{d\Omega} = \frac{1}{16} \left( \frac{z Z e^2}{4 \pi \epsilon_0} \right)^2 \frac{1}{E_\alpha^2} \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

Bezeichnung:

$$\left. \frac{1}{N_0} \frac{dN}{d\Omega} \right|_{\text{Einzelkern}} = \frac{d\sigma}{d\Omega}$$

**gerechnet für einen  
Einzelkern als Streutarget**

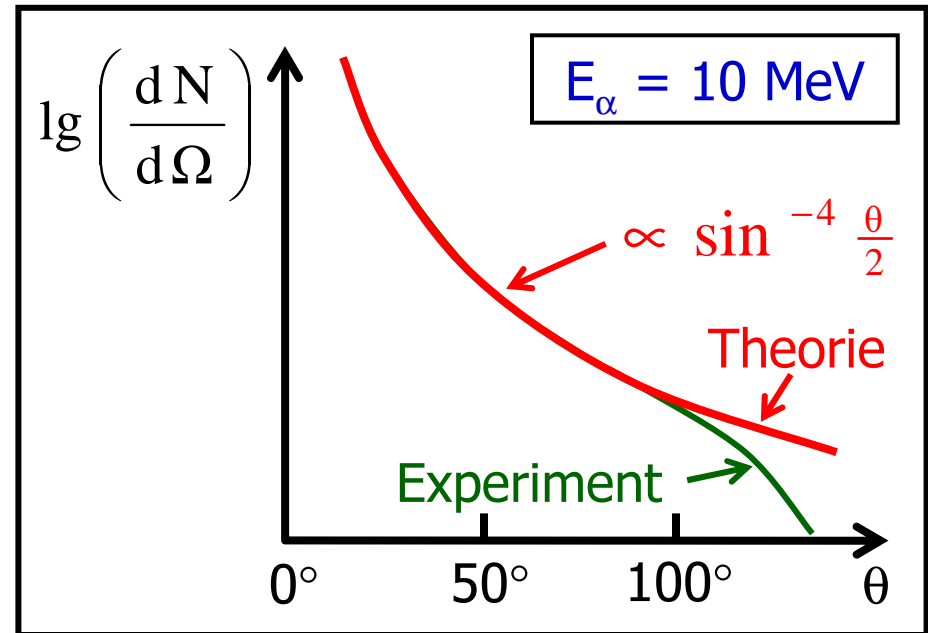
$\sigma$  = **Wirkungsquerschnitt** der  $\alpha$ -Kern Streuung (Einheit  $m^2$ )  
 $\frac{d\sigma}{d\Omega}$  = **differentieller Wirkungsquerschnitt** der  $\alpha$ -Kern Streuung

# 3.1.2. Rutherfordsches Atommodell



$$\frac{1}{N_0} \frac{dN}{d\Omega} = \frac{1}{16} \left( \frac{zZe^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{1}{E_\alpha^2} \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

Theorie experimentell bestätigt, solange  $E_\alpha \sin^2 \frac{\theta}{2}$  nicht zu groß, bzw. **minimaler Kernabstand** nicht zu klein



Folgerung: Abschätzung von Kerngrößen aus Abweichungen von Rutherfordscher Streuwinkelverteilung

$$r_K \approx r_0 A^{1/3}$$

$$r_0 \approx 1,3 \cdot 10^{-15} \text{ m} = 1,3 \text{ fm}$$

A = # Protonen + # Neutronen

= **Kernmassenzahl**

Kerne sind um 5 Größenordnungen kleiner als Atome!

## 3.1.2. Rutherfordsches Atommodell



### Ungeklärte Probleme des Rutherfordschen Atommodells:

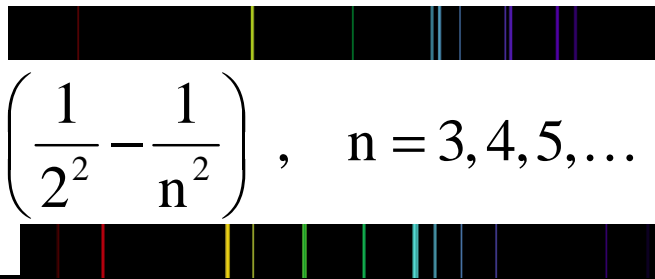
- Beschleunigte Ladungen strahlen e.m. Energie ab. Warum stürzen die um den Kern kreisenden Hüllenelektronen nicht ins Zentrum des Atoms? Wieso sind Atome also **stabil**?
- Atome strahlen elektromagnetische Strahlung u. a. in Form von **Linienpektren** ab. Was ist deren Ursprung?
- Wie kommt es zu **chemischen Bindungen** zwischen Atomen und was ist deren Natur?
- .....

**Antwort:** Die klassische Physik ist auf atomaren Skalen nicht mehr anwendbar. Wir benötigen ein quantenmechanisches Atommodell!

## 3.1.2. Quantenstruktur

Wasserstoff: Kern → 1 Proton ; Hülle → 1 Elektron ; einfachstes Atom

Beobachtung (Jakob Balmer, 1885): Ex. Serie von Emissionslinien im sichtbaren Bereich (VIS) mit einfacher geometrischen Systematik (He/C):



$$\frac{1}{\lambda_n} = Ry \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 3, 4, 5, \dots$$

Rydbergkonstante des Wasserstoffs

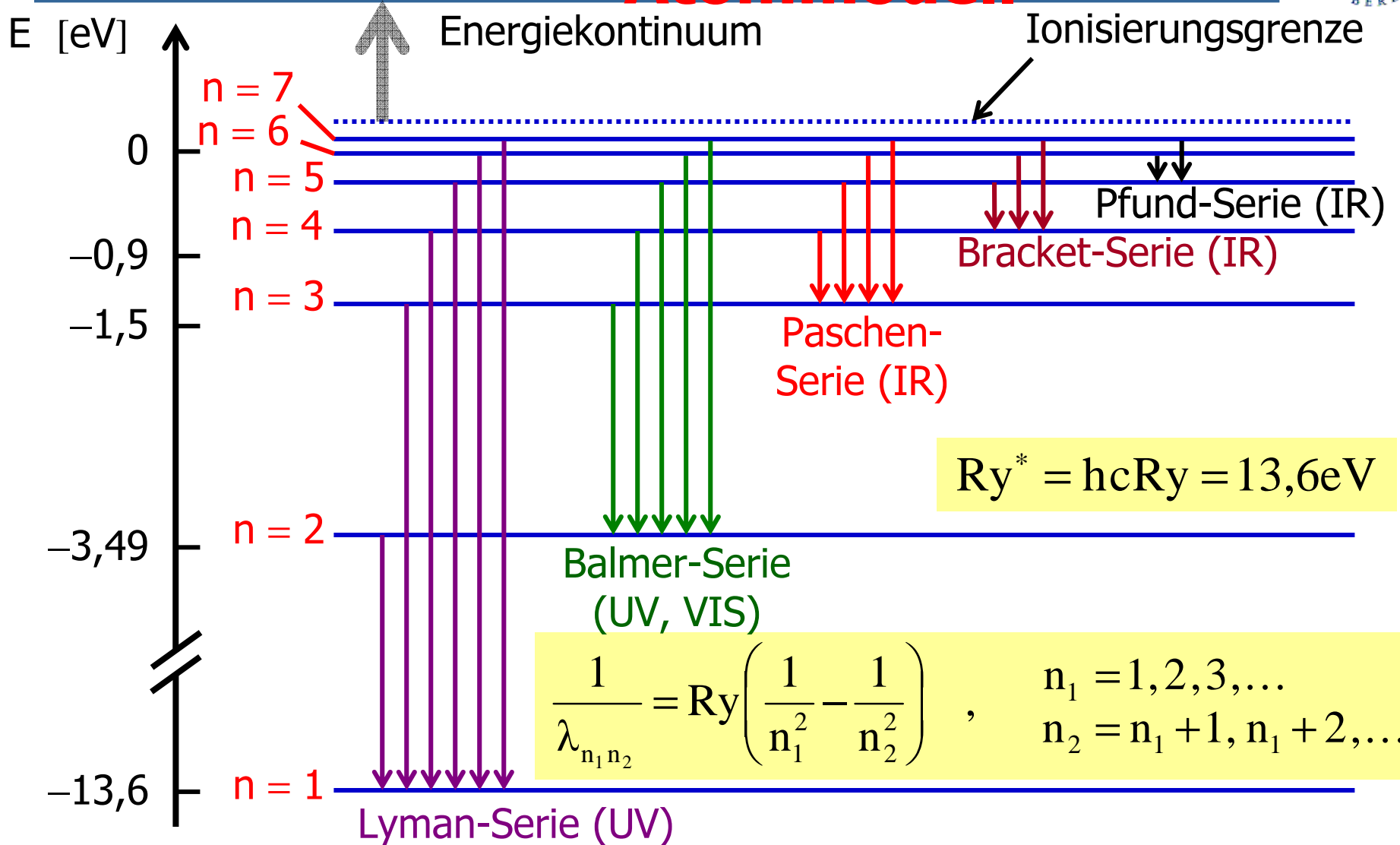
$$Ry = 109678 \text{ cm}^{-1}$$

... Entdeckung weiterer Serien (Lyman, Paschen, Brackett, Pfund, ...)

$$\frac{1}{\lambda_{n_1 n_2}} = Ry \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right), \quad \begin{array}{l} n_1 = 1, 2, 3, \dots \\ n_2 = n_1 + 1, n_1 + 2, \dots \end{array}$$

Interpretation: Dem Hüllenelektron stehen im Potentialtopf des Kern-Coulombfeldes unendlich viele **Energieeigenzustände** zur Verfügung. **Übergänge** zwischen Zuständen mit Energiedifferenz  $\Delta E$  können durch **Emission / Absorption von Photonen** mit  $\omega = E/\hbar$  vermittelt werden.

# 3.1.2. Bohrsches Atommodell



## 3.1.2. Bohrsches Atommodell



Betrachte wasserstoffartiges Atom: Kern der Ladung  $Z e$  mit Masse  $m_K \gg m_e$ , „umgeben“ von einem einzelnen Hüllenelektron

Postulat (1): Das Elektron bewegt sich auf einer Kreisbahn um den Kern (genauer: um den gemeinsamen Schwerpunkt).

(1913, Nobelpreis 1922)

reduzierte Masse:

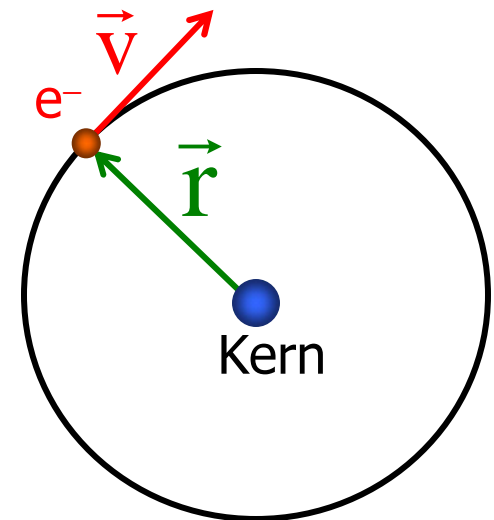
$$\mu = \frac{m_e m_K}{m_e + m_K} \approx m_e$$

Kräftegleichgewicht:

$$\frac{\mu v^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r^2} \quad (*)$$

$\Rightarrow$

$$\mathbf{r} = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{\mu v^2} \quad (**)$$





## 3.1.2. Bohrsches Atommodell



Postulat (2): Die Materiewelle des Elektrons ist stationär, d. h. der Kreisumfang ist ein ganzzahliges Vielfaches der de Broglie-Wellenlänge (periodische Randbedingung).

mathematisch:  $2\pi r_n = n\lambda = n \frac{h}{\mu v_n}$  ,  $n = 1, 2, \dots$

⇒ für feste **Quantenzahl**  $n$  sind  $r_n$  und  $v_n$  festgelegt.

$$v_n = n \frac{\hbar}{\mu} \frac{1}{r_n} \quad (***)$$

(\*\*)

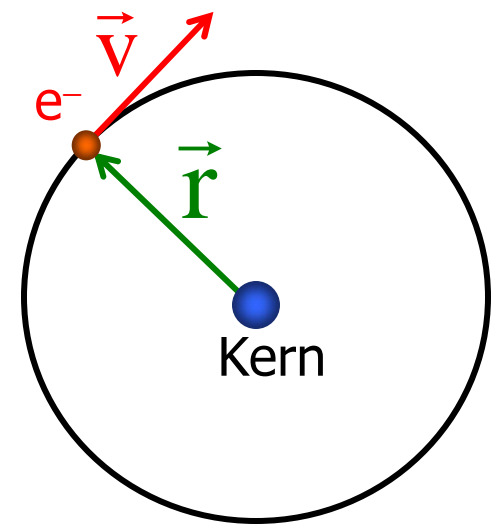
$$\Rightarrow r_n = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{\mu v_n^2} = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{\mu} \frac{\mu^2}{n^2 \hbar^2} r_n^2$$

⇒ Quantisierte Bahnradien:

$$r_n = \frac{a_0}{Z} n^2$$

$$a_0 = \frac{\epsilon_0 \hbar^2}{\pi \mu e^2} = 5,3 \cdot 10^{-11} \text{ m}$$

Bohrscher Radius



# 3.1.2. Bohrsches Atommodell



Postulat (3): Die Bahn jeder Quantenzahl  $n$  gehört zu einem Energie-Eigenzustand:


$$E_n = E_{\text{kin},n} + E_{\text{pot},n}$$

$$E_{\text{kin},n} = \frac{1}{2} \mu v_n^2 = \frac{r_n}{2} \frac{\mu v_n^2}{r_n} \stackrel{(*)}{=} \frac{r_n}{2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r_n^2} = -\frac{1}{2} E_{\text{pot},n}$$

$$\Rightarrow E_n = E_{\text{kin},n} + E_{\text{pot},n} = -E_{\text{kin},n} \stackrel{(***)}{=} -\frac{1}{2} \mu v_n^2 = -\frac{1}{2} \mu \frac{\hbar^2 n^2}{\mu^2 r_n^2}$$

$$r_n = \frac{a_0}{Z} n^2 = \frac{\epsilon_0 \hbar^2 n^2}{\pi \mu e^2 Z} \Rightarrow E_n = -\frac{\hbar^2}{8\pi^2 \mu} \frac{\pi^2 \mu^2 e^4 Z^2}{\epsilon_0^2 \hbar^4 n^2}$$

$$E_n = -\frac{\mu e^4 Z^2}{8\epsilon_0^2 \hbar^2 n^2} \equiv -Ry^* \frac{Z^2}{n^2}$$

$$E_n = hc\lambda_n^{-1}$$


Rydbergkonstante

$$Ry^* = hcRy = \frac{\mu e^4}{8\epsilon_0^2 \hbar^2}$$

Ry hängt über  $\mu$  von Kernmasse  $m_K$  ab:

$$Ry(m_K) = Ry_\infty \cdot \frac{\mu}{m_e}$$

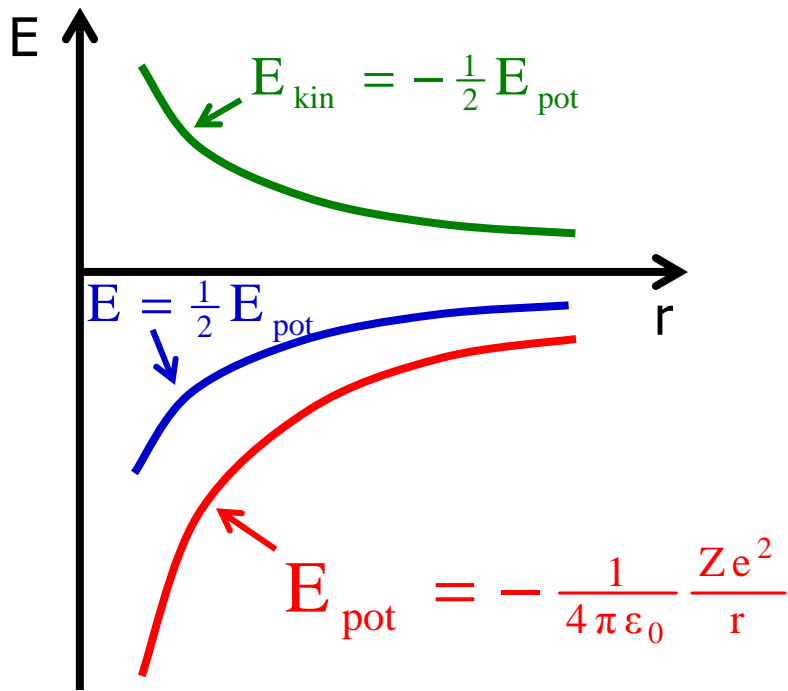
$$Ry_\infty = \frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 \hbar^3 c} = 109737,31534 \text{ cm}^{-1}$$

# 3.1.2. Bohrsches Atommodell



Bemerkung: Bedeutung des Postulats (3)

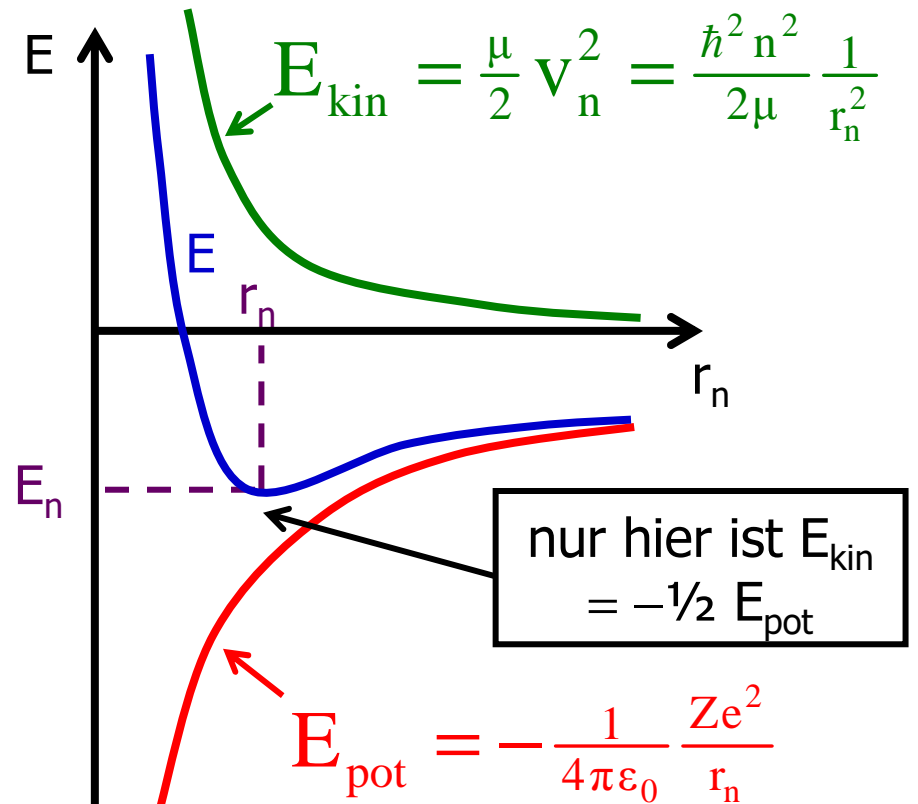
klassisch



Es gibt keinen Zustand minimaler Energie. Das Elektron stürzt in den Kern.

quantenmechanisch

n fest



Es gibt einen Zustand minimaler Energie. Die Elektronenbahn ist stabil.

## 3.1.2. Bohrsches Atommodell



Bemerkung: Bedeutung von...

Postulat (2): Die Materiewelle des Elektrons ist stationär, d. h. der Kreisumfang ist ein ganzzahliges Vielfaches der de Broglie-Wellenlänge (periodische Randbedingung).

$$2\pi r_n = n\lambda = n \frac{h}{\mu v_n} \quad \Rightarrow \quad v_n = n \frac{\hbar}{\mu r_n}$$

Folgerung:  $|\vec{L}| = \mu v_n r_n = n\hbar$

Der ( **Bahn-** ) **Drehimpuls** des Elektrons ( relativ zum Kern ) ist in Einheiten von  $\hbar$  **quantisiert**.

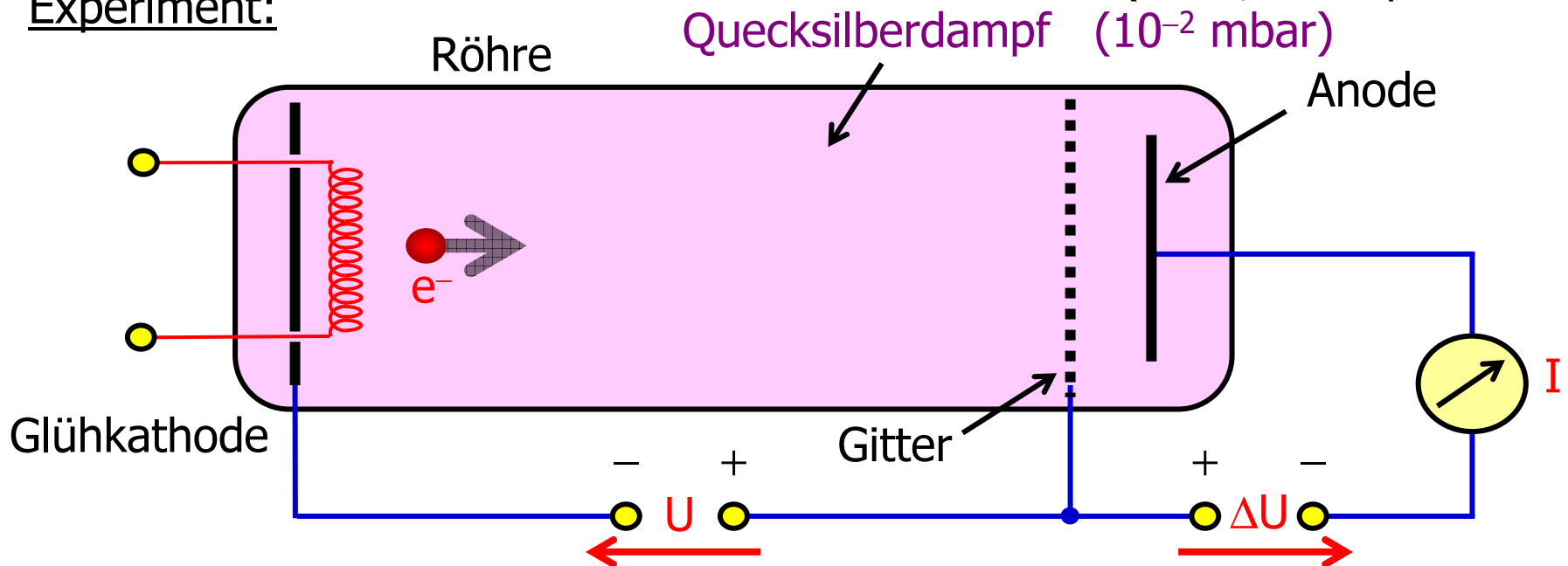
## 3.1.2. Franck-Hertz Versuch

**Bekannt:** Niveauübergänge  $\leftrightarrow$  Absorption / Emission von Photonen

**Frage:** Niveauübergänge  $\leftrightarrow$  Energieübertrag durch Atomstöße ?

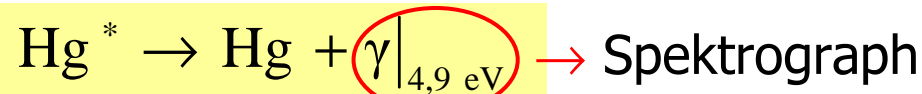
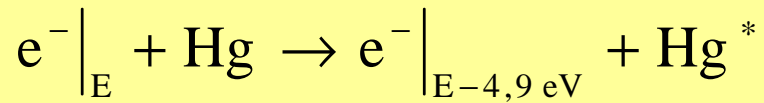
(1913, Nobelpreis 1925)

Experiment:



Kathode $\rightarrow$ Gitter:	$\Delta E_e = e U - \delta E_{\text{Stöße}}$	}	Elektronen erreichen Anode ( $\Rightarrow I$ ) wenn $E_{e _{\text{Gitter}}} > e \Delta U$
Gitter $\rightarrow$ Anode:	$\Delta E_e = -e \Delta U$		

## 3.1.2. Franck-Hertz Versuch



3 Stoßanregungen

