Physik 4: Quantenmechanik, Atom- und Kernphysik

Humboldt–Universität zu Berlin, Sommersemester 2014,
Dr. M. zur Nedden (VL),
G. Hoffmann (UE)

Übungsblatt 1 / Präsenzübung

Ausgabe: Fr, 25. April 2014 in der Vorlesung bzw. online
Rückgabe/Besprechung: Di/Fr, 29. April / 2. Mai 2014 in den Übungen

Aufgabe 1: Eindimensionale Wellenfunktion

Betrachten Sie die folgende eindimensionale, zeitunabhängige Wellenfunktion (a reell):

$$\psi(x) = \frac{N}{x^2 + a}$$

1. Bestimmen Sie N durch Normierung von $\psi(x)$.
2. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, das Teilchen im Intervall $[-a, a]$ anzutreffen?
3. Berechnen Sie $\langle x^n \rangle$ für die $n = 1, 2, 3, \ldots$, welche konvergente Integrale liefern

Aufgabe 2: Wiensches Verschiebungsgesetz

Die spektralen Strahlungsdichten sind definiert als ($\lambda = \frac{c}{\nu}$):

$$S^*_\nu(\lambda)\mathrm{d}\nu = S^*|_{\mathrm{in}[\nu,\nu+\mathrm{d}\nu]} \qquad S^*_\lambda(\lambda)\mathrm{d}\lambda = S^*|_{\mathrm{in}[\lambda,\lambda+\mathrm{d}\lambda]}$$

1. Leiten Sie die spektralen Strahlungsdichten der Schwarzkörperstrahlung aus der Planckschen Strahlungsformel ab:
$$w(\nu, T) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\cdot\nu}{k\cdot T}} - 1}$$
2. Sei num λ_m die Wellenlänge, bei der $S^*_\nu(\lambda)$ bzw. $S^*_\lambda(\lambda)$ maximal werden. Beweisen Sie für beide Fälle das Wiensche Verschiebungsgesetz und bestimmen Sie numerisch die Konstante:
$$\lambda_m \cdot T = \text{const.}$$

Bitte wenden!

Aufgabe 3: Plancksches Strahlungsgesetz

Die natürliche Evolution passt die Sinnesorgane der Lebewesen optimal an die Umweltbedingugen der Erde an.

1. Schätzen Sie aus den Fähigkeiten des menschlichen Auges die Oberfächentemperatur der Sonne ab. Deren wahrer Wert liegt bei $T_\mathrm{S} = 5800\,\mathrm{K}$. Nehmen Sie dazu an, dass es in der die Natur nur sinnvoll ist, Sinnesorgane bis bis zu einer bestimmten Minimalstrahlungsdichte $S_\lambda^*(\lambda)$ vorzusehen.

2. Welcher Anteil der Strahlungsleistung entfällt auf den sichtbaren Bereich ($\lambda \in [400\,\mathrm{nm}$–$700\,\mathrm{nm}]$), auf den Infrarot- bzw. auf den Ultraviolettbereich?

3. Berechnen Sie die gesamte, auf die Erde eingestrahlte Leistung (Erdradius $r_\mathrm{E} = 6.4 \cdot 10^6\,\mathrm{m}$, Sonnenradius $r_\mathrm{S} = 7.4 \cdot 10^8\,\mathrm{m}$, Abstand zwischen Sonne und Erde $R = 1.5 \cdot 10^{11}\,\mathrm{m}$). Wie groß ist die eingestrahlte Leistung auf eine Fläche $A = 1\,\mathrm{m}^2$ senkrecht zur Verbindungslinie Sonne–Erde gerade oberhalb der Erdatmosphäre (Solarkonstante)?