

# 6. Relativistische Mechanik



- 6.1. Galilei-Transformation und Inertialsysteme
- 6.2. Die Einsteinschen Postulate
- 6.3. Die Lorentztransformation
- 6.4. Raum-Zeit-Diagramme
- 6.5. Impuls und Energie
- 6.6. Beispiele

# 6.1. Galilei-Transformation

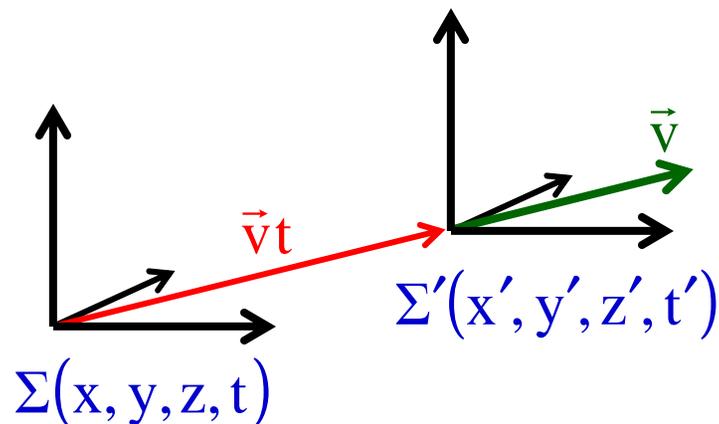


## Newton:

- Es gibt einen absolut ruhenden Raum  $\leftrightarrow$  Weltäther
- Es gibt eine absolute (universelle) Zeit
- Gleichförmig im Weltäther bewegte Systeme  $\leftrightarrow$  Inertialsysteme
- Bewegungsgleichung in Inertialsystemen:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Wechsel des Inertialsystems:



## Galilei-Transformation

$$\vec{r}' = \vec{r} - \vec{v}t$$

$$t' = t$$

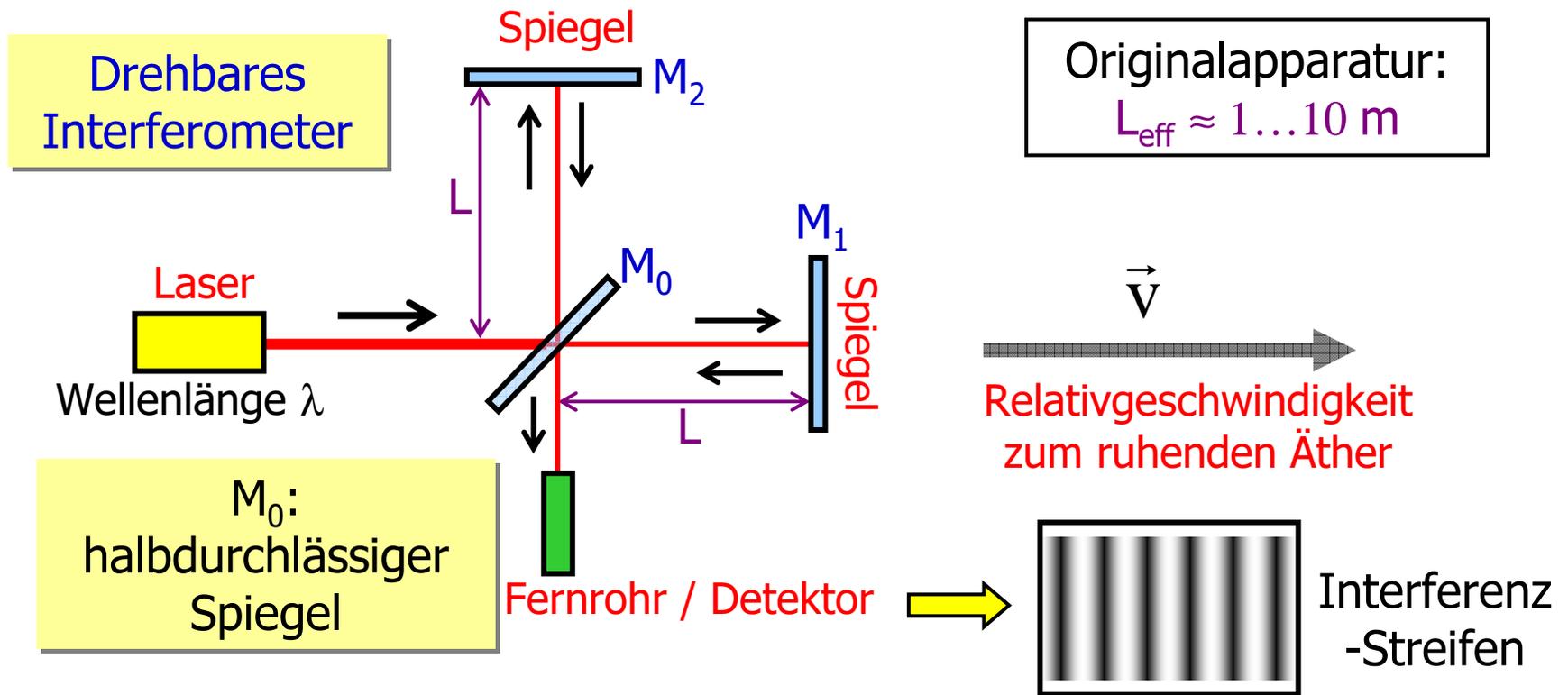
## 6.2. Einsteinsche Postulate



### Einstein:

- Es gibt keinen **Weltäther** und keine absolute Zeit
- Physikalische Gesetze sind in allen Inertialsystemen identisch (**Äquivalenzpostulat**)
- Die Vakuumlichtgeschwindigkeit  $c = 2,99792 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$  ist eine **Naturkonstante**, unabhängig vom Inertialsystem und unabhängig von der Geschwindigkeit der Lichtquelle

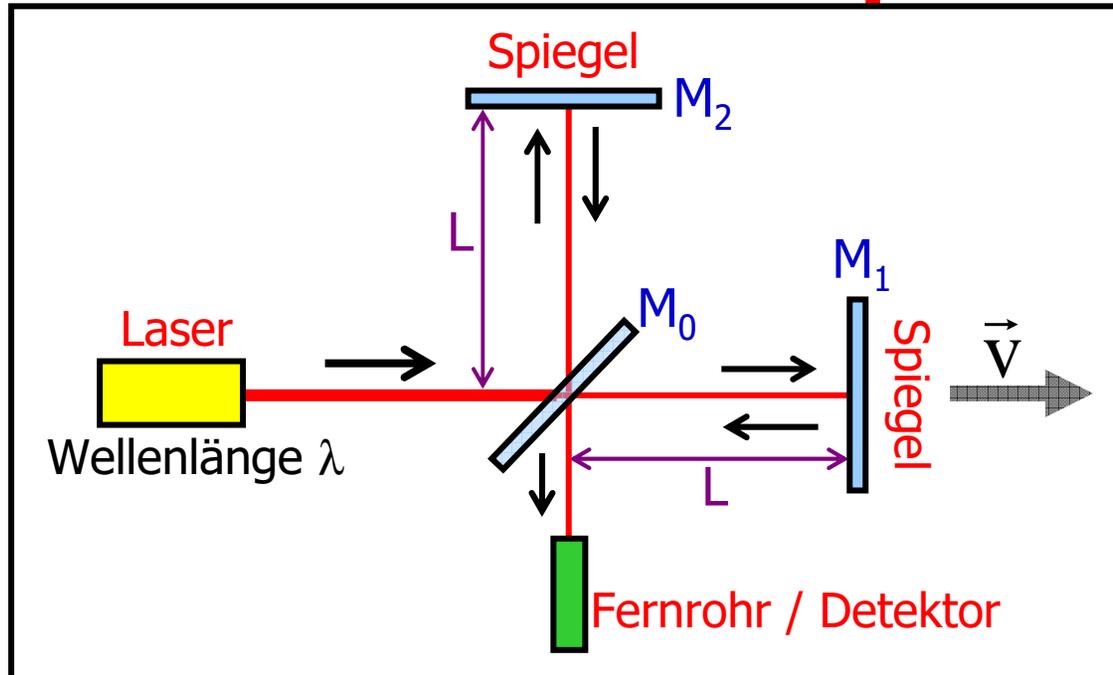
# Michelson-Morley Experiment, 1



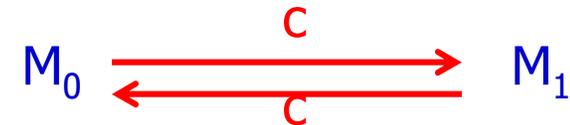
Vorhersage (Newton): Interferenzstreifen verschieben sich bei Drehung

Vorhersage (Einstein): Interferenzstreifen unabhängig von Orientierung

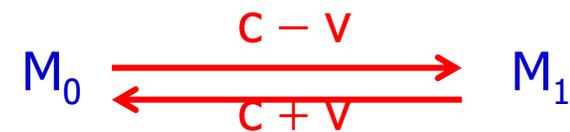
# Michelson-Morley Experiment, 2



Äthersystem:



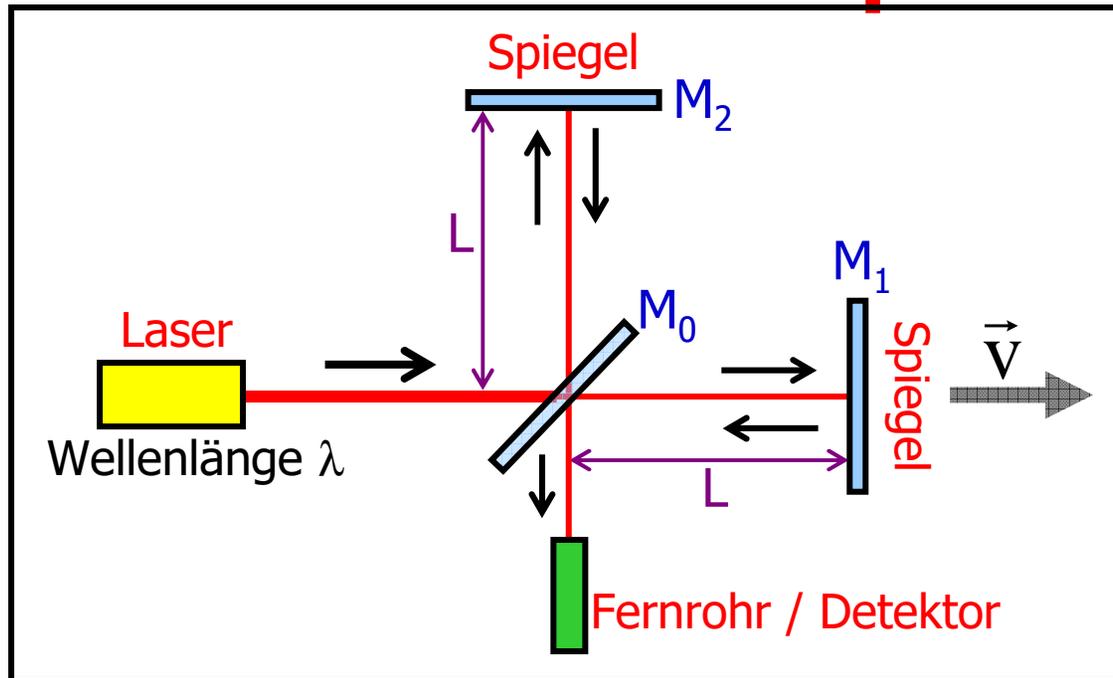
Laborsystem:



$$M_0 - M_1 - M_0 : \quad \Delta t_1 = \frac{L}{c-v} + \frac{L}{c+v} = \frac{L(c+v+c-v)}{c^2-v^2} = \frac{2Lc}{c^2-v^2}$$

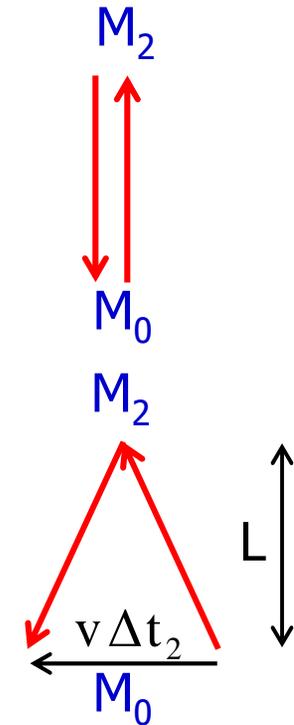
$$\Rightarrow \quad \Delta t_1 = \frac{2 \frac{L}{c}}{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 2\gamma^2 \frac{L}{c}$$

# Michelson-Morley Experiment, 3



Laborsystem:

Äthersystem:

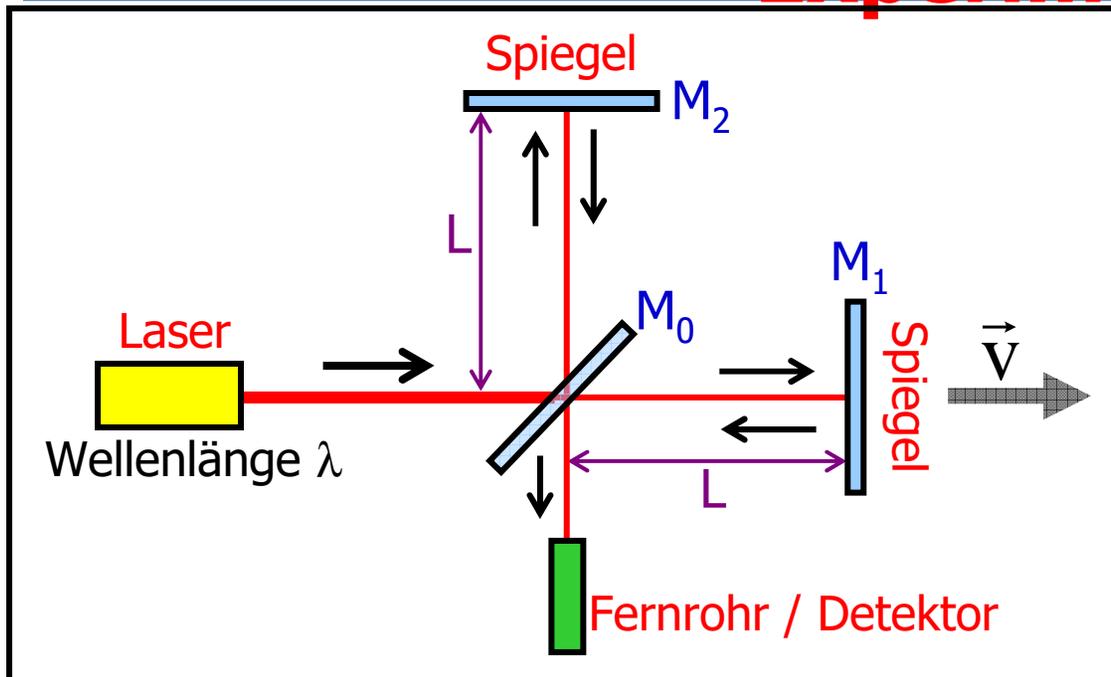


Laufstrecke  $M_0 - M_2 - M_0$  im Äthersystem:

$$c \Delta t_2 = 2 \cdot \sqrt{L^2 + \left(\frac{1}{2} v \Delta t_2\right)^2} \Rightarrow (c \Delta t_2)^2 = 4L^2 + (v \Delta t_2)^2$$

$$\Rightarrow \Delta t_2 = \frac{2L}{\sqrt{c^2 - v^2}} = \frac{2 \frac{L}{c}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 2 \gamma \frac{L}{c}$$

# Michelson-Morley Experiment, 4



$M_0 - M_1 - M_0$  :

$$\Delta t_1 = 2 \gamma^2 \frac{L}{c}$$

$M_0 - M_2 - M_0$  :

$$\Delta t_2 = 2 \gamma \frac{L}{c}$$

Laufzeitdifferenz der interferierenden Strahlen:

$$\begin{aligned} \delta t &= \Delta t_1 - \Delta t_2 = 2 \gamma \frac{L}{c} (\gamma - 1) \\ &= 2 \cdot 1 \cdot \frac{L}{c} \cdot \frac{\beta^2}{2} + o(\beta^4) = \frac{L}{c} \beta^2 + o(\beta^4) \end{aligned}$$

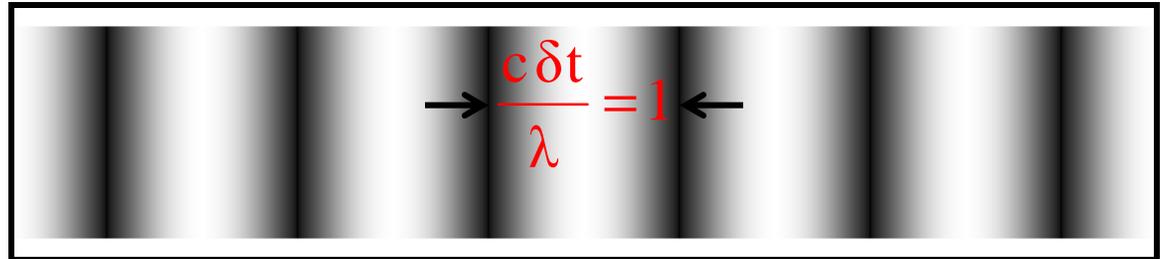
Taylorentwicklung:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = 1 + \frac{1}{2}\beta^2 + o(\beta^4)$$

# Michelson-Morley: Resultat



Interferenzstreifen



$$\delta t \approx \frac{L}{c} \beta^2$$

Optischer Gangunterschied:

$$\frac{c \delta t}{\lambda} \approx \frac{L}{\lambda} \beta^2 \quad (\text{in „Streifennummern“})$$

Verschiebung der Streifen bei Drehung um 90°:

$$2 \frac{c \delta t}{\lambda} \approx 2 \frac{L}{\lambda} \beta^2$$

Zahlen für Originalapparatur (Beobachtung über ein volles Jahr):

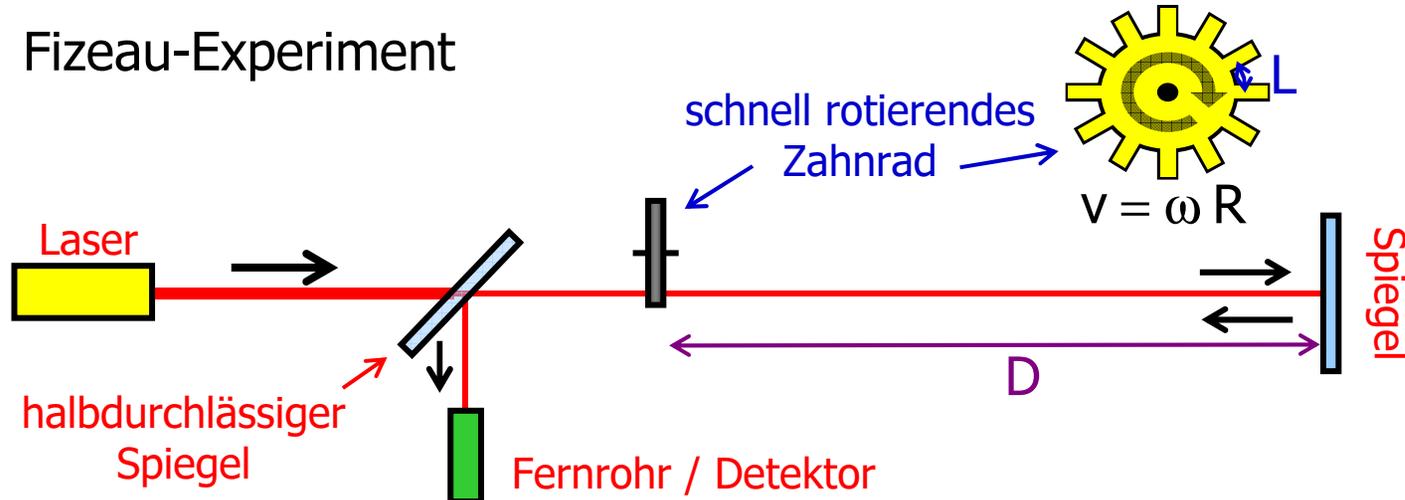
$$\left. \begin{array}{l} v \geq v_{\text{Erde-Sonne}} \approx 3 \cdot 10^4 \text{ m s}^{-1} \Rightarrow \beta \geq 1 \cdot 10^{-4} \\ \lambda \approx 500 \text{ nm}, \quad L \approx 10 \text{ m} \end{array} \right\} 2 \frac{L}{\lambda} \beta^2 \geq 0,4 \text{ Streifen}$$

Beobachtung negativ  $\Rightarrow$  Ende der Ätherhypothese ! ...?

# Rettungsversuch: Ätherwind

→ Äther wird von Erde und Atmosphäre mitgerissen ←

Test: Fizeau-Experiment



Drehzahländerung:

$$\frac{2D}{c} = \frac{1}{2} \cdot \frac{L}{v} \Rightarrow \text{dunkel}, \quad \frac{2D}{c} = 1 \cdot \frac{L}{v} \Rightarrow \text{hell},$$

$$\frac{2D}{c} = \frac{3}{2} \cdot \frac{L}{v} \Rightarrow \text{dunkel}, \quad \frac{2D}{c} = 2 \cdot \frac{L}{v} \Rightarrow \text{hell ...}$$

Laserstrahl in strömenden Gasen / Flüssigkeiten

⇒ Äther nicht mitgerissen ⇒ Ende der Ätherhypothese !...?

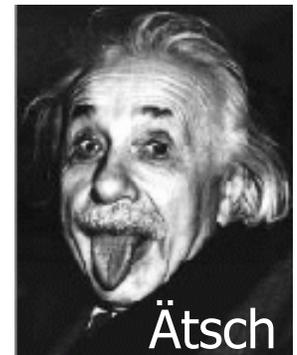
# Rettungshypothese: Kontraktion



Rettungsversuch 2: Kontraktionshypothese (Lorentz-Fitzgerald)  
(verzweifelt)

→ Alle Körper, die sich relativ zum Äther bewegen,  
werden in Bewegungsrichtung kontrahiert ←

→ möglich aber höchst unnatürlich und unelegant  
(verglichen mit Äquivalenzhypothese)



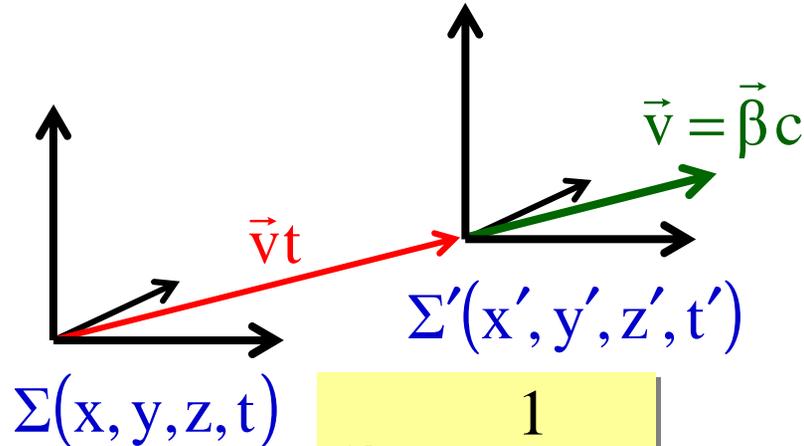
⇒ Paradigmenwechsel:

- akzeptiere die Äquivalenzhypothese und die daraus folgende spezielle Relativitätstheorie
- ersinne möglichst sensitive experimentelle Tests dieser Theorie

# 6.3. Lorentz-Transformation



Wechsel des Inertialsystems:



$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \vec{\beta}^2}}$$
$$\vec{\beta} = \frac{\vec{v}}{c}$$

Lorentz-Transformation

$$\vec{r}' = \vec{r} - \vec{\beta} \gamma \left( ct - \frac{\gamma}{1 + \gamma} \vec{\beta} \vec{r} \right)$$
$$ct' = \gamma (ct - \vec{\beta} \vec{r})$$

Spezialfall:  $\vec{\beta} = \beta \vec{e}_z$

$$z' = \gamma (z - \beta ct)$$
$$x' = x, \quad y' = y$$
$$ct' = \gamma (ct - \beta z)$$