

Kap. 0 Mathematische Grundlagen



1. Vektoren
 1. Vektoroperationen (Skalar- und Vektorprodukt)
 2. Differentialoperatoren (Nabla- und Laplace-Operator)
2. Trigonometrische Beziehungen
3. Komplexe Zahlen und komplexe Zahlenebene
4. Taylorsche Reihenentwicklung
5. Vektoranalysis
 1. Gradient eines Skalarfeldes
 2. Integralsatz von Gauss (Divergenz eines Vektorfeldes)
 3. Integralsatz von Stokes (Rotation eines Vektorfeldes)
6. Koordinatensysteme
 1. Karthesische Koordinaten
 2. Zylindrische Koordinaten
 3. Kugelkoordinaten

Kap. 1 Elektrostatik



- 1.1. Das Coulombsche Gesetz
- 1.2. Das elektrische Feld
- 1.3. Das elektrostatische Potential
- 1.4. Multipole
- 1.5. Leiter im elektrischen Feld
- 1.6. Energie im elektrischen Feld
- 1.7. Dielektrika

1.1. Empirische Tatsachen

Beobachtung (Griechenland, Altertum):

Bernstein (gr. „elektron“) zieht nach Reibung Stroh und Federn an

Moderne Erklärung: Elementarteilchen haben

- Masse m \Rightarrow Gravitations Feld
- (elektrische) Ladung Q \Rightarrow Elektrisches Feld
(und bei Bewegung magnetisches Feld)
- Farbladung (R,G,B) \Rightarrow Starkes Feld (Kernkräfte)

- schwache Hyperladung Y
schwache Isospinladung I_3 } \Rightarrow Schwaches Feld (Radioaktivität)

Elektrostatik: Empirische Tatsachen



a) Quantisierung:

Millikan-Versuch (1907): statisch geladene Öltröpfchen im E-Feld

⇒ „Elementarladung“

| | | |
|----------------|---------------|--|
| Elektron e^- | $Q(e^-) = -e$ | } Teilchen / Antiteilchen $m(e^-) = m(e^+)$ |
| Positron e^+ | $Q(e^+) = +e$ | |
| Proton p | $Q(p) = +e$ | |

$$e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C (Coulomb)}$$

Ungelöstes Rätsel: $\frac{Q(e^+)}{Q(p)} \equiv 1$ aber $\frac{m(e^+)}{m(p)} \approx 5 \cdot 10^{-4}$

Quarks: stets gebundene Bausteine der Hadronen (Proton, ...)

$$\left. \begin{array}{l} u, c, t : Q = +\frac{2}{3}e \\ d, s, b : Q = -\frac{1}{3}e \end{array} \right\} \text{Hadronen: } Q = n \cdot e \quad n = -1, 0, 1, 2$$



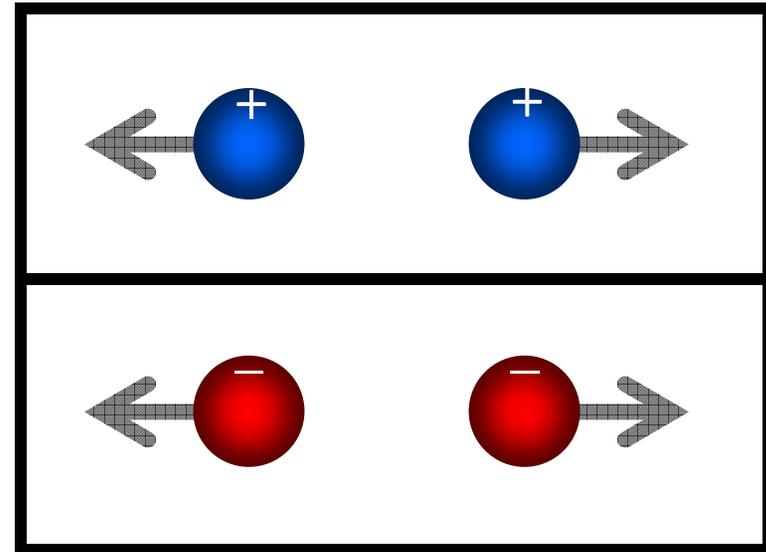
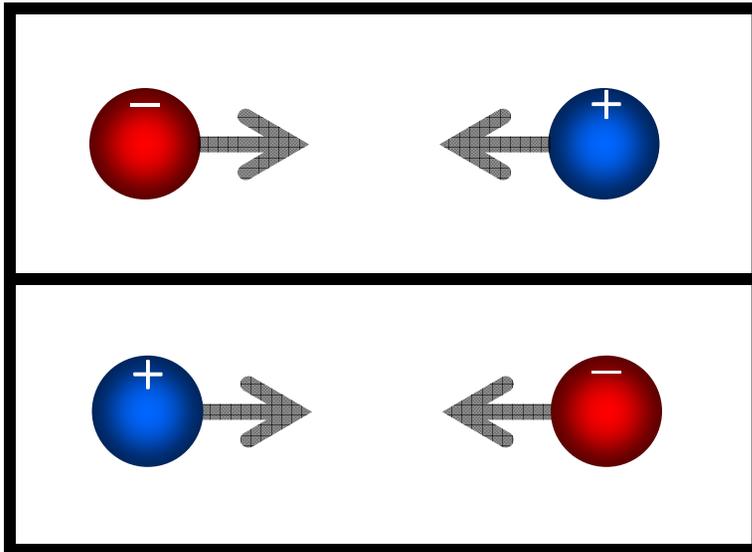
Atomkern
Ladung
 $Z \cdot e$

$$Q_{\text{tot}} = Q(\gamma) = 0$$

$$Q_{\text{tot}} = Q(e^+) + Q(e^-) = 0$$

Elektrisches
Feld

Elektrische Kräfte zwischen Ladungen



Ungelöstes Rätsel:

Für Elementarteilchen gilt

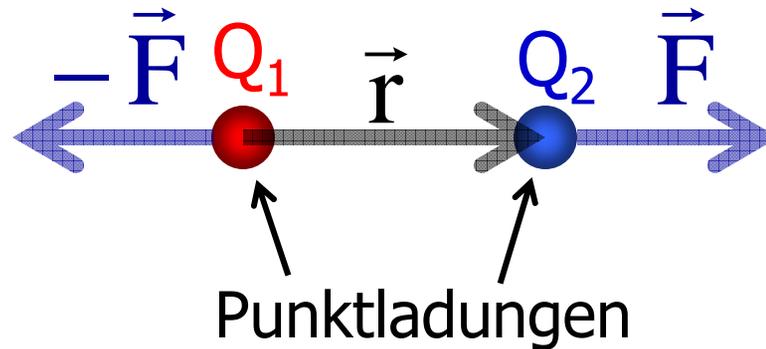
$$\frac{F_{\text{Gravitation}}}{F_{\text{elektrisch}}} \approx O(10^{-40})$$

Mögliche Erklärung (Elementarteilchenphysik, Superstrings):
Der Raum hat (bei kleinen Abständen) mehr als 3 Dimensionen

1.1. Das Coulombsche Gesetz



$$\vec{F} = k \cdot \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \cdot \vec{e}_r$$



Beliebige Systeme von Punktladungen:

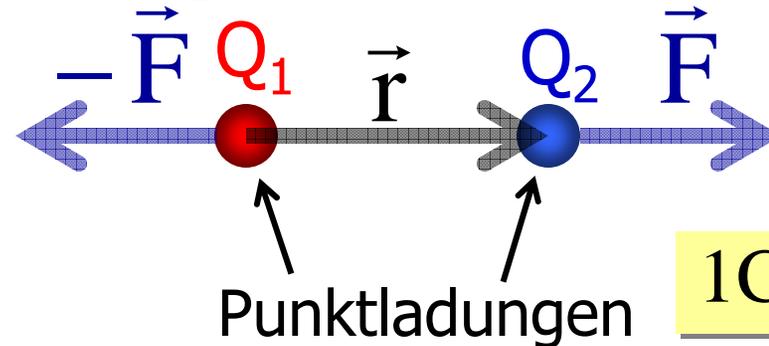
- Gesamtkraft durch Vektoraddition
- Für elektrische (Kraft-)Felder gilt das Superpositionsprinzip

Einheiten der Elektrostatik:

SI

$$\vec{F} = k \cdot \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \cdot \vec{e}_r$$

$$[Q] = C = \text{Coulomb}$$



$$1C = 1As$$

Mechanische Definition der Stromstärke: 1 A = 1 Ampere = diejenige Stromstärke in zwei unendlich langen parallelen geraden Leitern in 1 m Abstand, die pro m Leiterlänge eine Kraft von $2 \cdot 10^{-7}$ N verursacht.

⇒ durch einen Drahtquerschnitt fließt pro s die Ladung 1 C

Messung: $k = 8,9875 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$

Definition:

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

Dielektrizitätskonstante

$$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ A}^2 \text{ s}^4 \text{ kg}^{-1} \text{ m}^{-3}$$

Umrechnung: $1C \hat{=} 3 \cdot 10^9 \text{ esu}$

(riesige

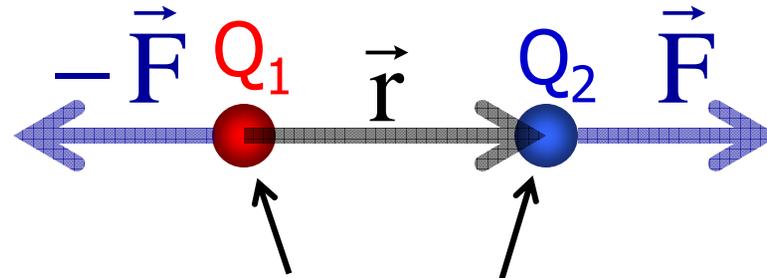
Ladung)

Einheiten der Elektrostatik:



cgS

$$\vec{F} = k \cdot \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \cdot \vec{e}_r$$



Punktladungen

$$[F] = \text{dyn} = \text{g cm s}^{-2}$$

$$\text{Def.: } k \equiv 1$$

$$\Rightarrow [Q] = [r \cdot \sqrt{F}] = \text{cm} \sqrt{\text{dyn}} \equiv \text{esu}$$

1 esu = 1 electrostatic unit

1 esu übt in 1 cm Abstand die Kraft 1 dyn auf 1 esu aus

Elegant: Elektrodynamik-Rechnungen mit $k = 1$

Kompliziert: Umrechnung in mechanische Größen

Das Elektrometer

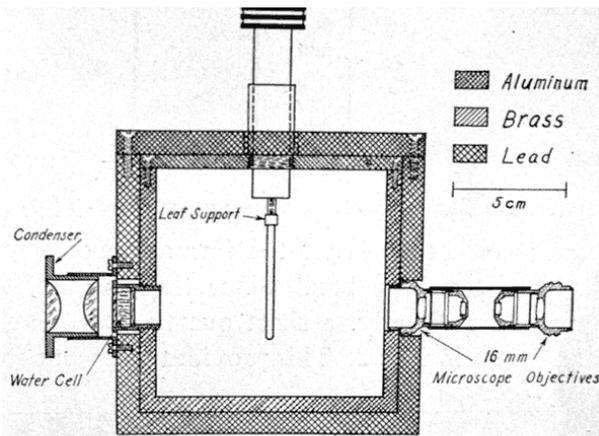


FIG. 1. Cross-section of electroscope proper.

