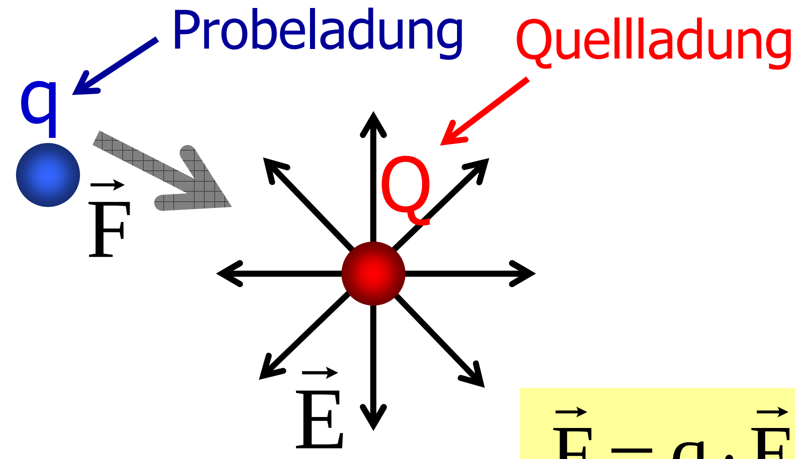
1.2. Das Elektrische Feld

Coulomb-Gesetz:

$$\vec{F} = \underbrace{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q}{r^2}\cdot\vec{e}_r}_{\text{Elektrisches Feld } \vec{E}} \cdot q$$

Elektrisches Feld $\vec{E}$

(Eigenschaft der Quellladung Q)



$$\vec{F} = q \cdot \vec{E}$$

Superpositionsprinzip:

$$\vec{E}(Q_1,\ldots,Q_n) = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}(Q_i)$$

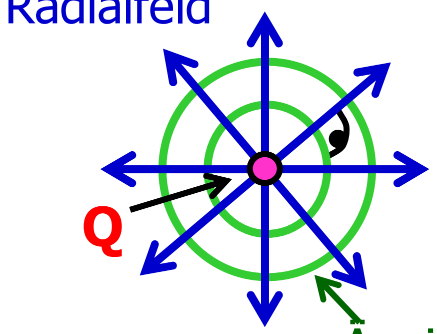
Kontinuumsübergang:

$\rho(\vec{r}) = \dfrac{dQ}{dV}$ heißt Ladungsdichte

$$\sum_i Q_i \quad \rightarrow \quad \int dQ = \int dV\,\rho(\vec{r})$$

Beispiele Elektrischer Felder (1)

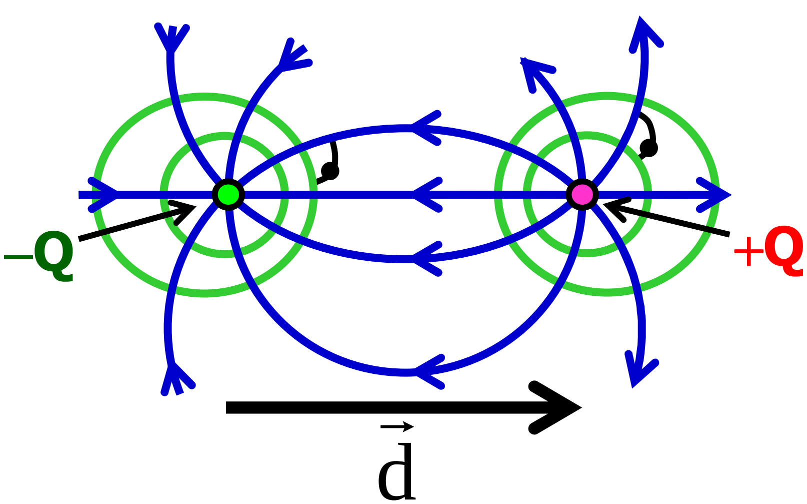
Beispiel 1: Feld des elektrischen Monopols



$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q\vec{r}}{r^3}$$

$$\phi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r}$$

Beispiel 2: Feld des elektrischen Dipols



Elektrisches Dipolmoment: $\vec{p}_e = Q \cdot \vec{d}$

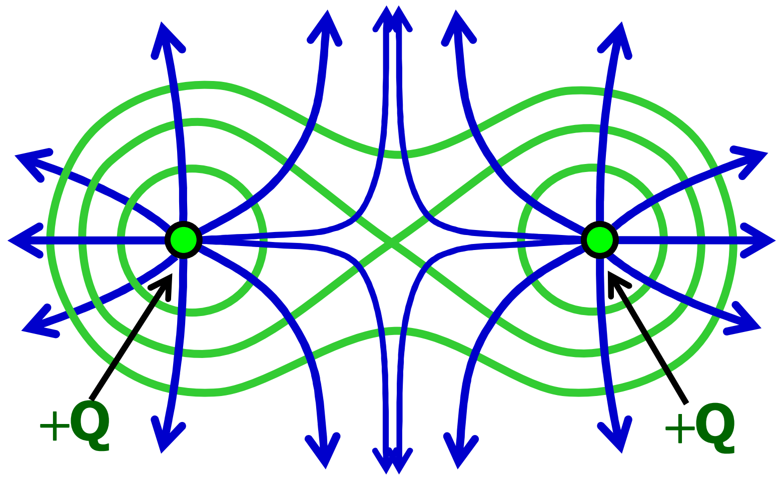
$r \to \infty$: Dipol $\to$ Monopol der Ladung $Q - Q = 0$

$$\vec{E}(r \to \infty) \propto \frac{1}{r^3}$$

$$\phi(r \to \infty) \propto \frac{1}{r^2}$$

Beispiele Elektrischer Felder (2)

Beispiel 3: **Feld zweier gleicher Ladungen**

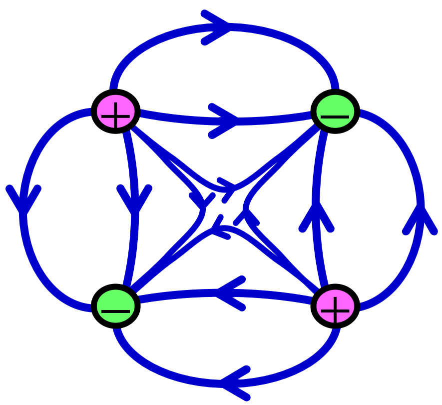


$r \to \infty$: $\to$ Monopol der Ladung 2Q

$$\vec{E}(r \to \infty) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2Q\vec{r}}{r^3}$$

$$\phi(r \to \infty) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2Q}{r}$$

Beispiel 4: **Feld eines elektrischen Quadrupols**

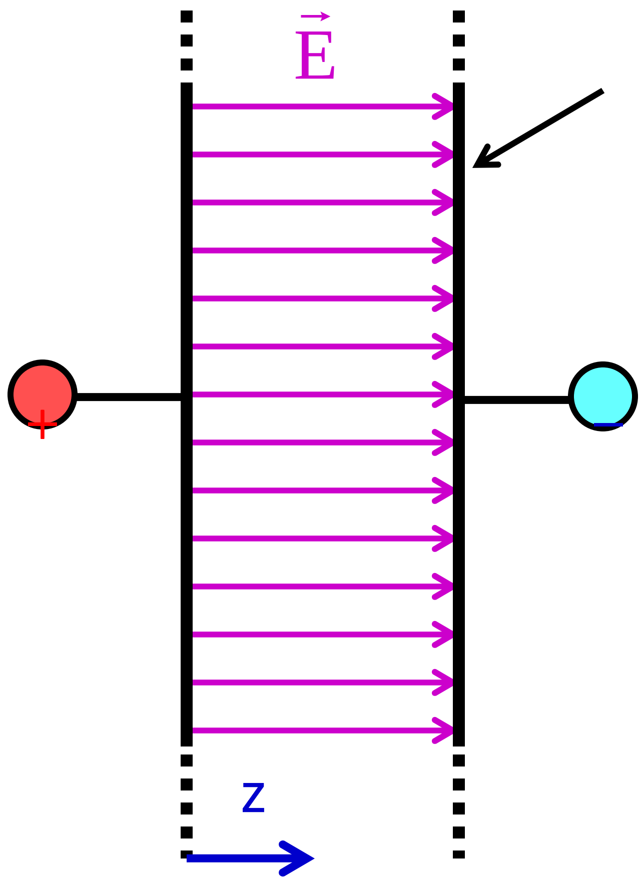


$$\vec{E}(r \to \infty) \propto \frac{1}{r^4}$$

$$\phi(r \to \infty) \propto \frac{1}{r^3}$$

Feld eines Plattenkondensators

Beispiel 5: Homogenes Feld



Plattenkondensator

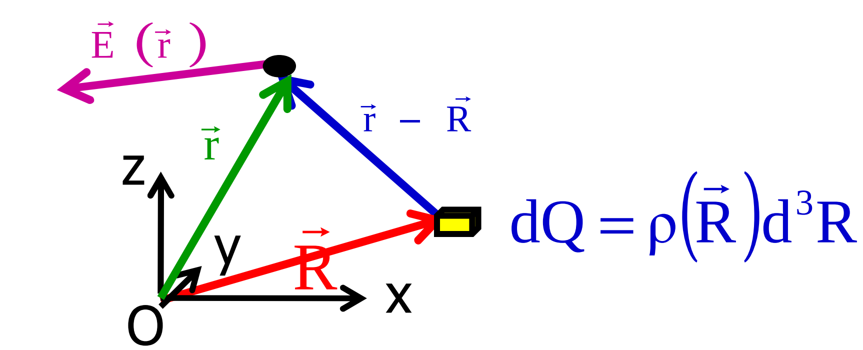
Flächenladung: $\sigma = \frac{dQ}{dA}$

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \cdot \vec{e}_z = \text{const.}$$

$$\phi = -\frac{\sigma}{\varepsilon_0} \cdot z$$

Elektrischer Fluss

$$\vec{E}(\vec{r}) = \int d^3R \, \frac{\rho(\vec{R})}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\vec{r}-\vec{R}}{\left|\vec{r}-\vec{R}\right|^3}$$



⇓ Gaußscher Satz

$$\operatorname{div}\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

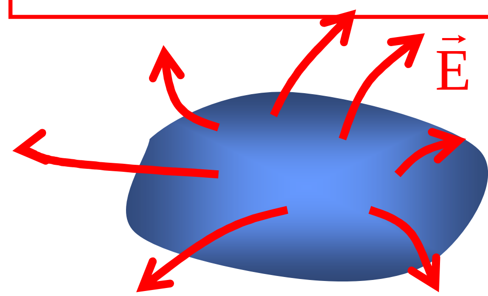
⇕ Gaußscher Satz

Ladungen sind die Quellen ($\rho > 0$) bzw. Senken ($\rho < 0$) des elektrischen Feldes

$$\Phi = \oint_A \vec{E}\, d\vec{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

Gaußsches Gesetz

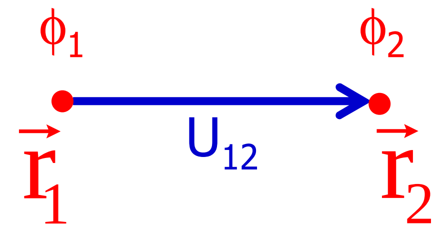
elektrischer Fluss durch A



Oberfläche A
Umschlossene Ladung Q

1.3. Elektrostatisches Potential

Definition: Die Potentialdifferenz zwischen zwei Punkten heißt elektrische Spannung U



$$U_{12} = \phi_1 - \phi_2 = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{E}\, d\vec{s}$$

Bewegung einer Testladung q durch U_{12}:

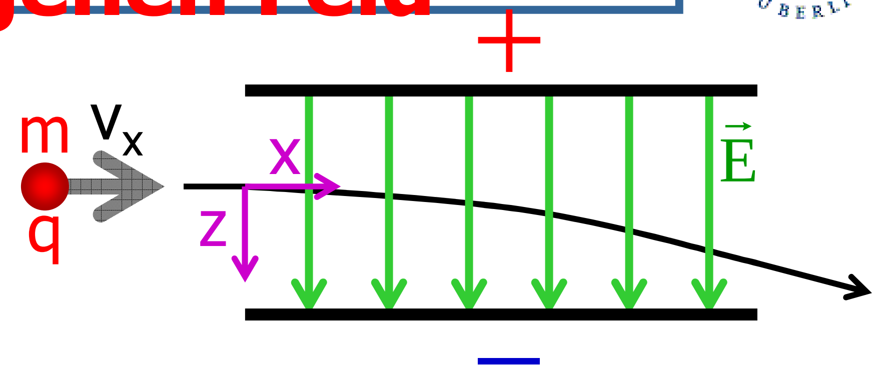
$$\Delta E_{pot} = -\int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \underbrace{q\vec{E}}_{\vec{F}}\, d\vec{s} = -qU_{12} \qquad \Delta E_{kin} = +qU_{12}$$

Einheiten:

$$[U] = V = \text{Volt}$$
$$[E] = V\,m^{-1}$$

$$1V = 1\,kg\,m^2 A^{-1} s^{-3}$$
$$1VAs = 1\,kg\,m^2 s^{-2} = 1J = 1Ws$$

Punktladung im homogenen Feld



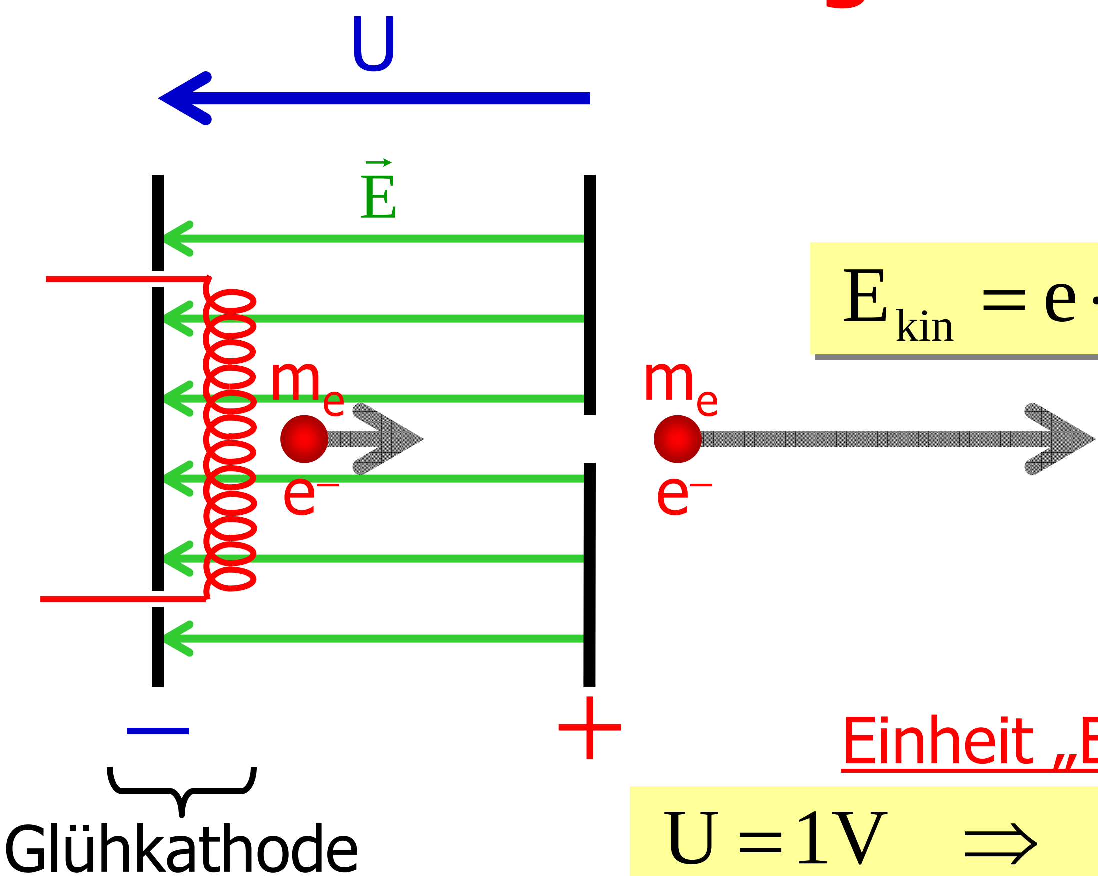
$$\vec{F} = q \cdot \vec{E} = q \cdot E \cdot \vec{e}_z$$
$$= m \cdot \ddot{z} \cdot \vec{e}_z$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dot{v}_z = \dfrac{qE}{m} & \Rightarrow \quad v_z = \dfrac{qE}{m} t \quad , \quad z = \dfrac{1}{2}\dfrac{qE}{m} t^2 \\ \dot{v}_x = 0 & \Rightarrow \quad v_x = \text{const.} \,, \quad x = v_x t \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{z(x) = \frac{qE}{2mv_x^2} \cdot x^2}$$

Parabel

Beschleunigung im homogenen Feld



$$E_{kin} = e \cdot U$$

Einheit „Elektronenvolt":

$$U = 1V \quad \Rightarrow \quad E_{kin} = e \cdot 1V \equiv 1eV$$

$$1eV = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,J$$