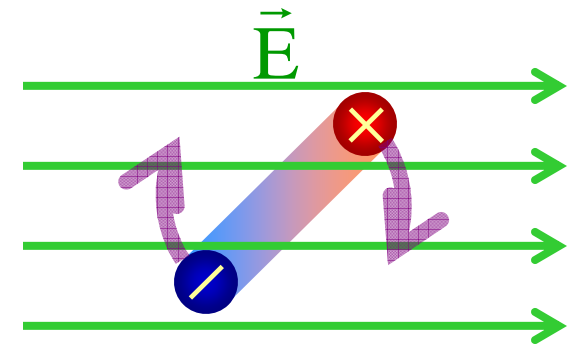


1.7. Dielektrika

Problem: Statische elektrische Felder in Materie

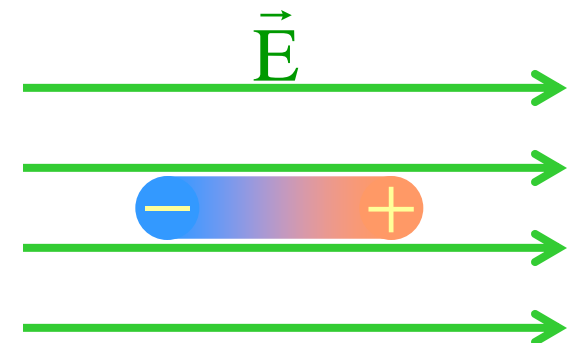
- a) polare Dielektrika: z.B. Wasser
permanente molekulare Dipole

Ausrichtung \Rightarrow starkes Gegenfeld

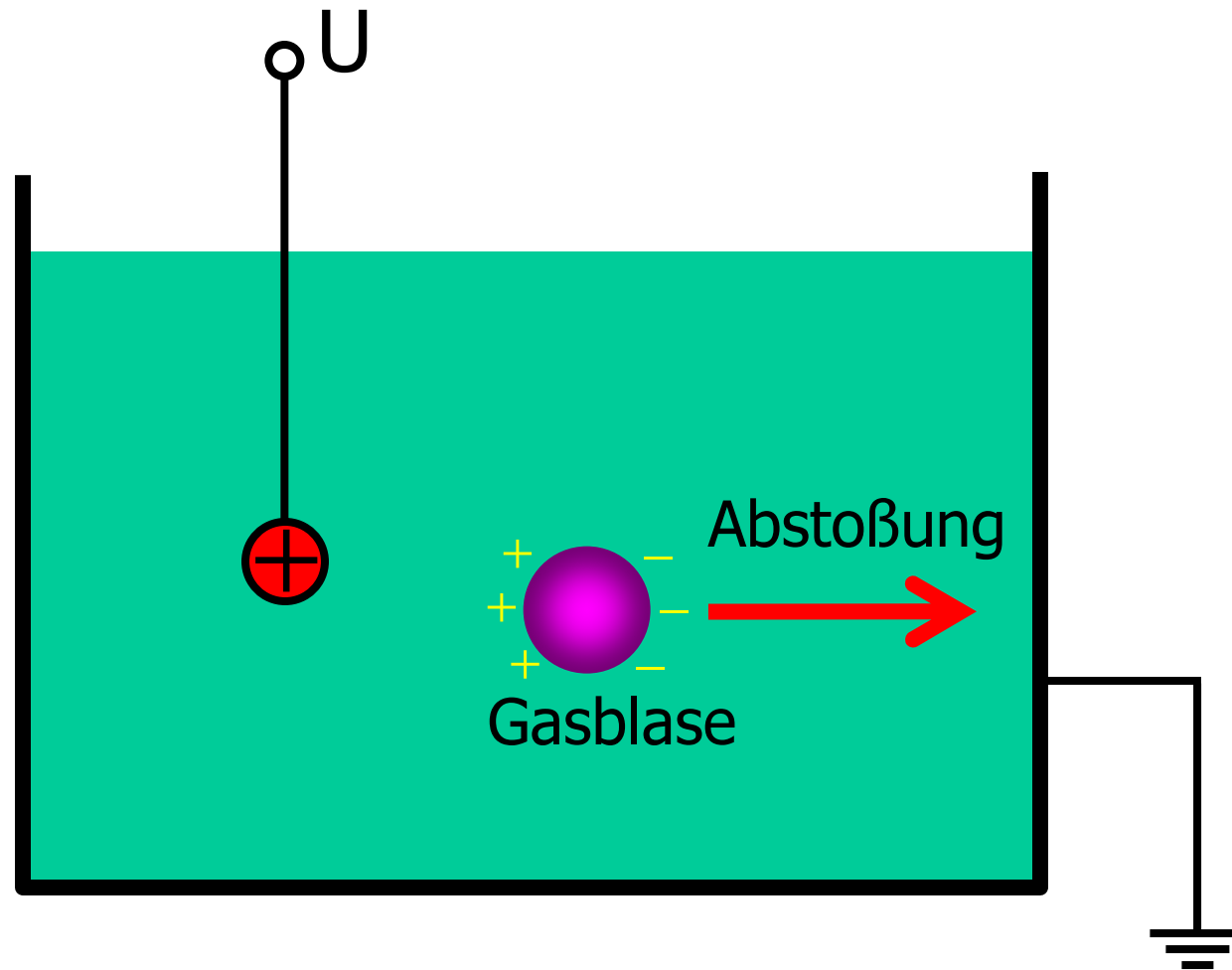


- b) nicht-polare Dielektrika:
induzierte molekulare Dipole: „Polarisation“
 \oplus Atomkerne
 \ominus Elektronenwolke der Atomhüllen

Polarisation \Rightarrow Gegenfeld, oft $\propto E$



Experiment: Abstossung im Dielektrikum



Dielektrisches Verschiebungsfeld

Molekulpolarisation: molekulares Dipolmoment \vec{p}

Polarisationsdichte: $\vec{P} = \frac{1}{\Delta V} \sum_{\Delta V} \vec{p}_i$

$$\text{div } \vec{P} = -\rho_{\text{pol}} = -\frac{\Delta Q_{\text{pol}}}{\Delta V}$$

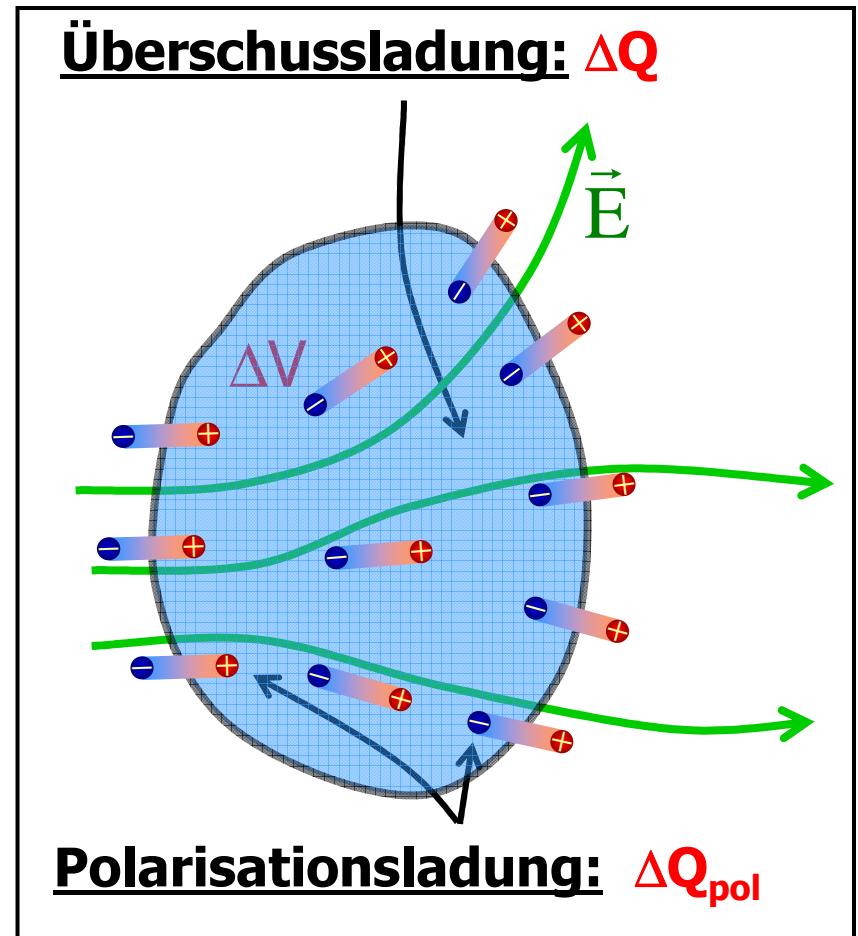
$$\text{div } \vec{E} = \frac{\rho_{\text{tot}}}{\epsilon_0} = \frac{\rho + \rho_{\text{pol}}}{\epsilon_0} = \frac{\rho}{\epsilon_0} - \frac{1}{\epsilon_0} \text{div } \vec{P}$$

Def.: Dielektrische Verschiebung

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad (\text{Materialgleichung})$$

Folgerung:

$$\text{div } \vec{D} = \rho \quad (\text{Feldgleichung})$$



Dielektrizitätskonstante

Lineare Näherung:

$$\vec{p} = \alpha \cdot \vec{E}$$

(molekulare) Polarisierbarkeit

$\alpha \approx \text{const. bis typisch } |\vec{E}| \leq 10^5 \text{ V/cm}$

$$\Rightarrow \vec{P} = \frac{dN}{dV} \cdot \alpha \cdot \vec{E} \equiv \chi_e \cdot (\epsilon_0 \vec{E})$$

dielektrische Suszeptibilität

$$\Rightarrow \vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = (1 + \chi_e) \epsilon_0 \vec{E} \equiv \epsilon \epsilon_0 \vec{E} \Rightarrow \text{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon \epsilon_0}$$

relative Dielektrizitätskonstante:

$$\epsilon \equiv \epsilon_r \equiv 1 + \chi_e$$

isotropes Medium

$\Rightarrow \epsilon = \text{Zahl (Skalar)}$

anisotropes Medium

$\Rightarrow \epsilon = \text{Tensor (2. Stufe)}$

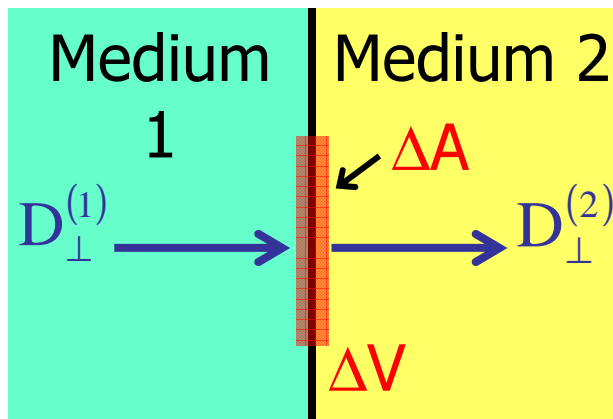
Faustregel: Für homogene isotrope Medien ersetze in allen Formeln für das Vakuum einfach ϵ_0 durch $\epsilon \cdot \epsilon_0$.

Stetigkeit an Grenzschichten



$$\text{div } \vec{D} = 0$$

(nur für ungeladene Schichten)

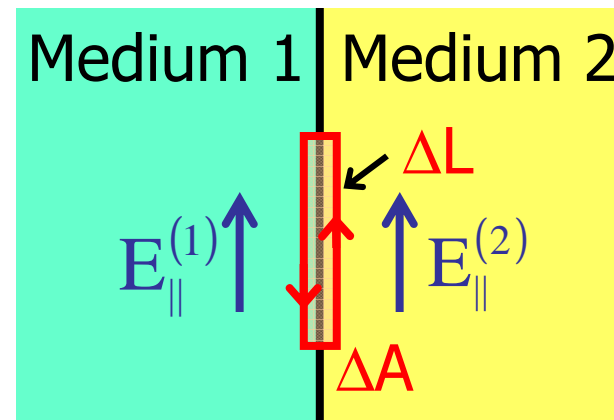


$$\begin{aligned} 0 &= \int \text{div } \vec{D} dV = \oint \vec{D} d\vec{A} \\ &= (\vec{D}_{\perp}^{(2)} - \vec{D}_{\perp}^{(1)}) \cdot \Delta \vec{A} \end{aligned}$$

\vec{D}_{\perp} ist stetig

$$\text{rot } \vec{E} = \vec{0}$$

(nur für Elektrostatik)



$$\begin{aligned} 0 &= \int \text{rot } \vec{E} d\vec{A} = \oint \vec{E} d\vec{s} \\ &= (\vec{E}_{\parallel}^{(2)} - \vec{E}_{\parallel}^{(1)}) \cdot \Delta \vec{L} \end{aligned}$$

\vec{E}_{\parallel} ist stetig

Kondensator mit Dielektrikum



$$Q = C \cdot U \quad \text{mit} \quad C = \epsilon \epsilon_0 \frac{A}{d} \propto \epsilon$$

$$Q \text{ fest} \Rightarrow U \propto \frac{1}{\epsilon}$$

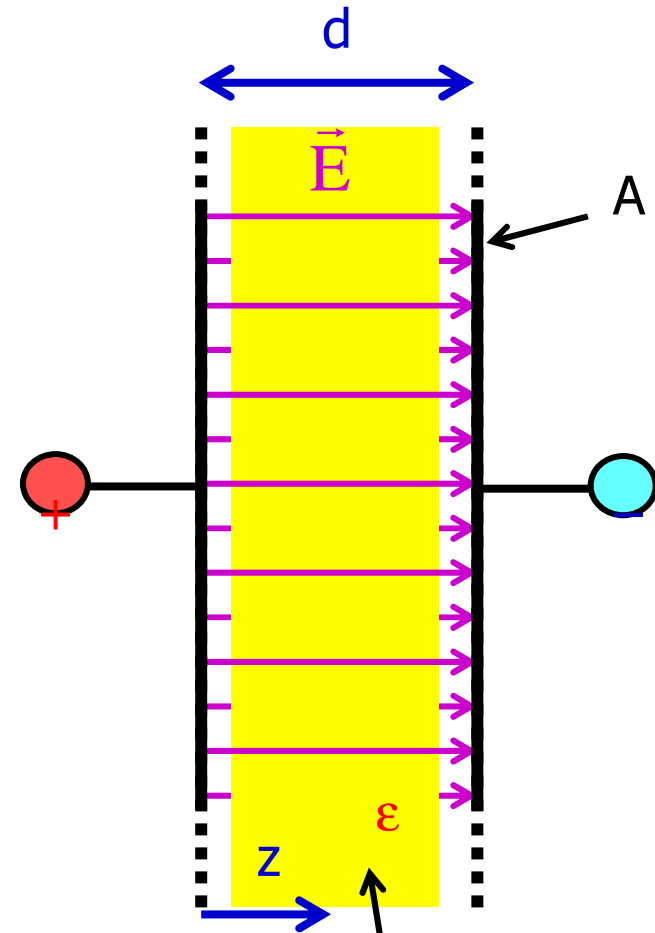
$$U \text{ fest} \Rightarrow Q \propto \epsilon$$

Feldenergie:

$$W = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} \epsilon \epsilon_0 \frac{A}{d} (E d)^2 = \frac{1}{2} V E D$$

$$w = \frac{1}{2} \vec{E} \cdot \vec{D}$$

(gilt auch allgemein)



Dielektrikum
(Isolator, große Polarisierbarkeit)

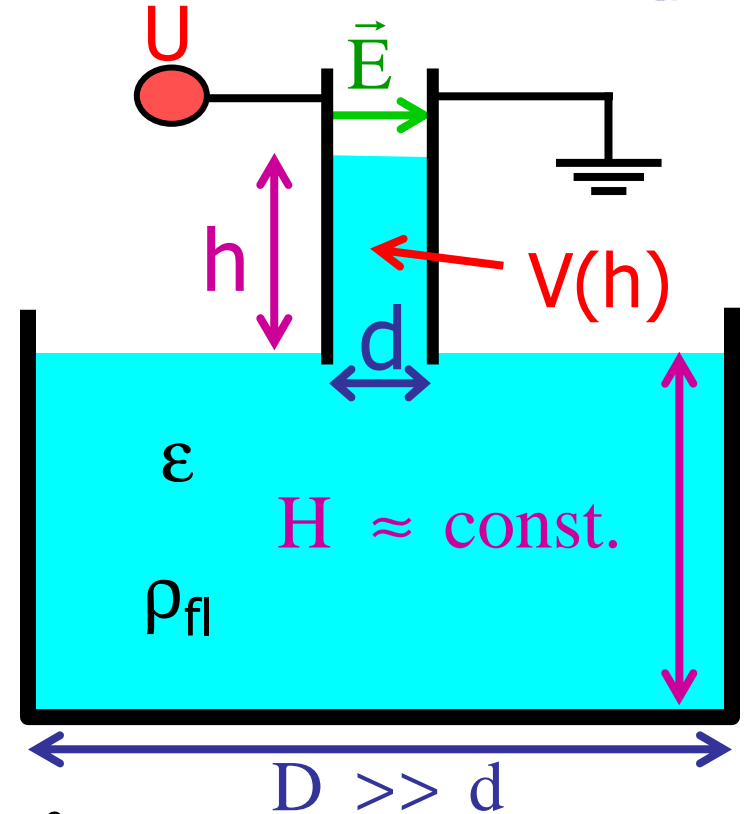
Experiment: Kraft auf Dielektrikum



Steigen der Flüssigkeitssäule



Feld:	$\Delta W_E = \frac{1}{2} \Delta C \cdot U^2$
Batterie:	$\Delta W_{el} = \Delta Q \cdot U = \Delta C \cdot U^2$
mech. Arbeit:	$\Delta W_{mech} = \rho_{fl} \cdot V(h) \cdot g \cdot \frac{1}{2} h$



$$\Delta W_{el} = \Delta W_E + \Delta W_{mech}$$

$$\frac{1}{2} \rho_{fl} g h V(h) = \frac{1}{2} \Delta C U^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 (\epsilon - 1) V(h) \frac{U^2}{d^2} = \frac{1}{2} \epsilon_0 (\epsilon - 1) V(h) E^2$$

$$h = \frac{\epsilon_0 (\epsilon - 1)}{\rho_{fl} g} \cdot E^2$$