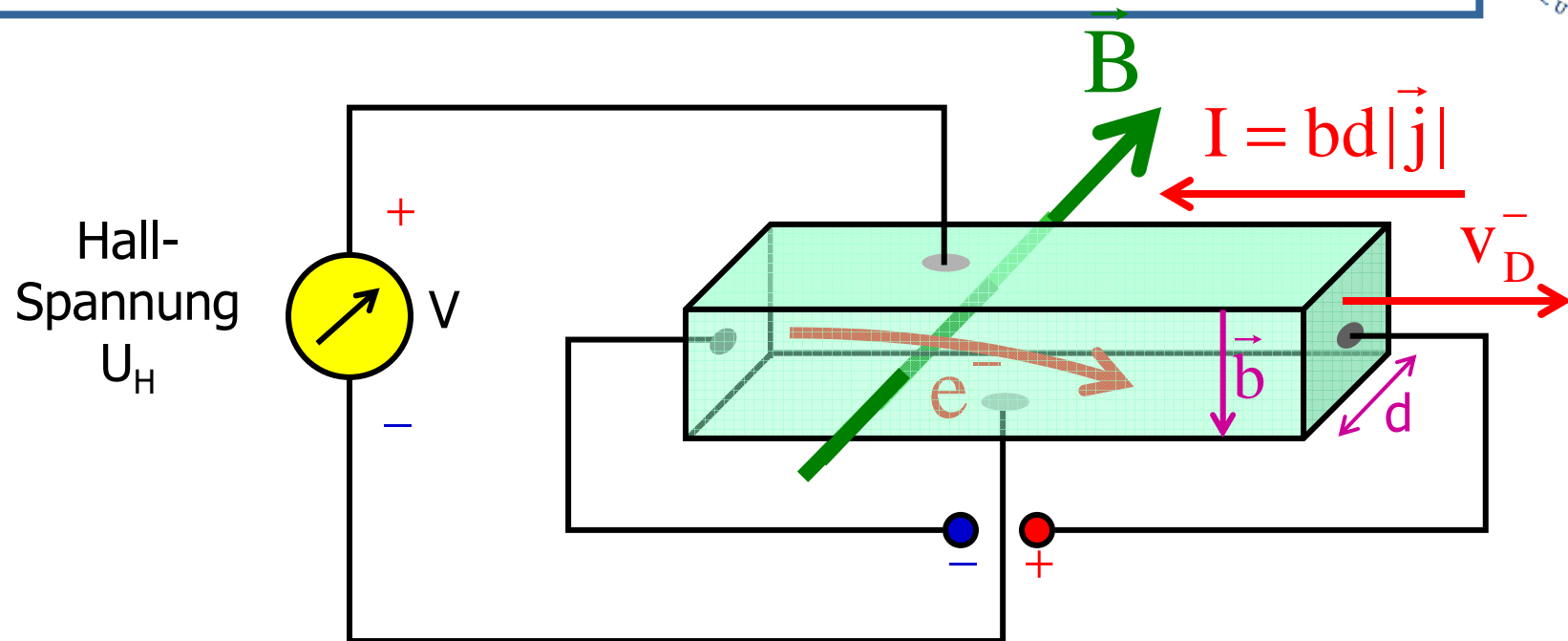


Der Hall-Effekt

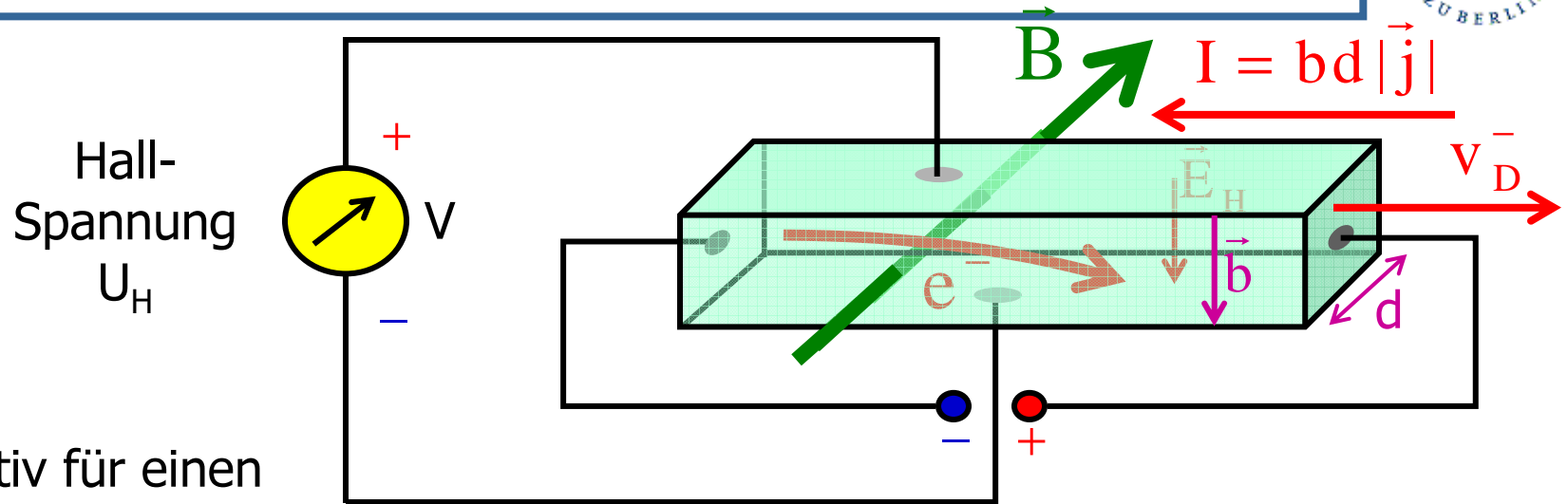


$$\vec{j} = n^+ e \vec{v}_D^+ - n^- e \vec{v}_D^-$$

Fehlstellenleitung
Löcher in p-dotierten Halbleitern

Elektronenleitung
Metalle oder Halbleiter

Hall-Konstante



Quantitativ für einen
Ladungsträgertyp:

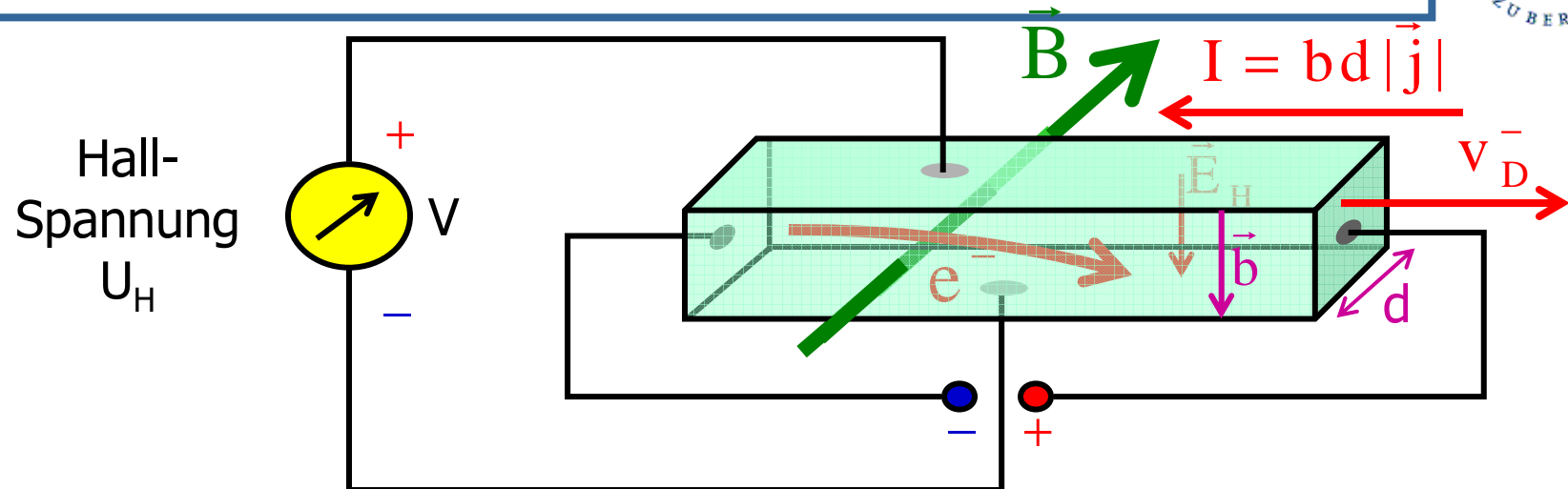
Magnetische Kraft pro Volumen:
Elektrische Kraft pro Volumen:
(durch Ladungsträgertrennung)

$$\Rightarrow \vec{E}_H = -\vec{v}_D \times \vec{B} = -\frac{\vec{j}}{nq} \times \vec{B} \quad \Rightarrow \quad U_H = \int \vec{E}_H d\vec{s} = \vec{b} \vec{E}_H = -\frac{(\vec{j} \times \vec{B}) \cdot \vec{b}}{nq} = -\frac{jBb}{nq}$$

$$j = \frac{I}{bd} \quad \Rightarrow \quad U_H = R_H \frac{IB}{d}$$

mit Hall-Konstante $R_H = -\frac{1}{nq}$

Hall-Effekt: Halbleiter



$$U_H = R_H \frac{IB}{d}$$

mit

$$\text{Hall-Konstante } R_H = -\frac{1}{nq}$$

Metalle, n-Halbleiter: $q \approx -e \Rightarrow U_H > 0$

p-Halbleiter: $q \approx +e \Rightarrow U_H < 0$

$n(\text{Halbleiter}) \ll n(\text{Metalle}) \Rightarrow$ Halbleiter-Hallsonden sehr sensitiv
(B-Feld-Messung bis 10^{-6} T)

B groß, T klein, b klein \Rightarrow quantisierte R_H (Quanten-Hall-Effekt)
(Nobelpreis v. Klitzing, 1985)

3.4. Materie im Magnetfeld



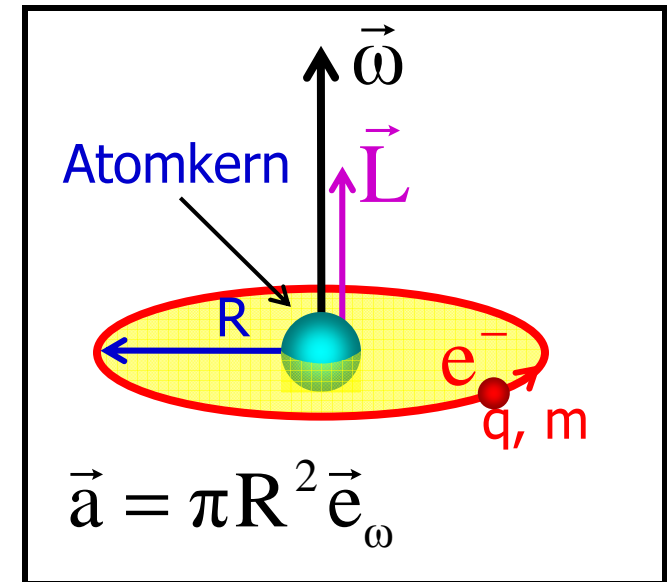
Problem: Statische magnetische Felder in Materie

atomarer magnetischer Dipol:

$$\vec{p}_m = I \cdot \vec{a} = q \vec{v} \cdot \pi R^2 \vec{e}_\omega = \frac{1}{2} q R^2 \vec{\omega}$$

$$\vec{L} = m(\vec{R} \times \vec{v}) = m R^2 \vec{\omega} \quad \left(\vec{\omega} / (2\pi) \right)$$

$$\Rightarrow \vec{p}_m = \frac{q}{2m} \cdot \vec{L}$$



Bohrsches Atommodell: $q = -e$; $m = m_e$; $L = l \hbar$, $l = 0, 1, 2, \dots$

$$\Rightarrow |\vec{p}_m| = l \cdot \frac{e\hbar}{2m_e} = l \cdot \mu_B$$

Bohrsches Magneton

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = 9,2742 \cdot 10^{-24} \text{ Am}$$

Magnetisierung



Magnetisierung: Ausrichtung atomarer Momente

$$\vec{M} = \frac{1}{\Delta V} \sum_{\Delta V} \vec{p}_{mi} \quad \vec{p}_m$$

i. von außen induzierte Ströme
ii. permanent vorhanden: $l > 0$, Spins ungepaarter Elektronen

Freie Stromdichte: $\vec{j} \Rightarrow \text{rot } \vec{B} = \mu_0 (\vec{j} + \vec{j}_m) = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \text{rot } \vec{M}$

Def.: **Magnetische Erregung** $\vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \vec{B} - \vec{M}$ (Materialgleichung)

Folgerung: $\text{rot } \vec{H} = \vec{j}$ (Feldgleichung 1)

Quellenfreiheit: $\text{div } \vec{B} = 0$ (Feldgleichung 2)

Magnetische Suszeptibilität

Lineare Näherung:

$$\vec{M} = \chi_m \cdot \vec{H}$$

$$\chi_m \approx \text{const.}$$

magnetische Suszeptibilität

$$\Rightarrow \vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) = \mu_0 (1 + \chi_m) \vec{H} \equiv \mu \mu_0 \vec{H} \Rightarrow \text{rot } \vec{B} = \mu \mu_0 \vec{j}$$

relative Permeabilität:

$$\mu \equiv \mu_r \equiv 1 + \chi_m$$

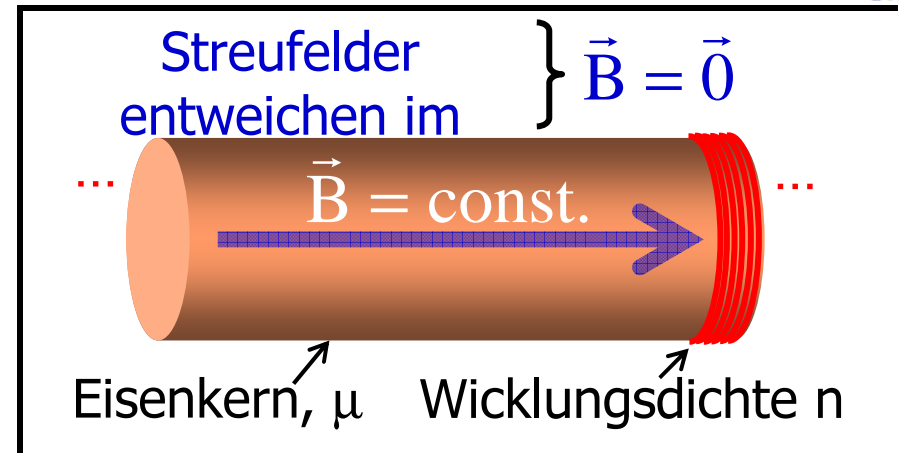
isotropes Medium $\Rightarrow \mu = \text{Zahl (Skalar)}$

anisotropes Medium $\Rightarrow \mu = \text{Tensor (2. Stufe)}$

Faustregel: Für homogene isotrope Medien ersetze in allen Formeln für das Vakuum einfach μ_0 durch $\mu \cdot \mu_0$.

Spule mit Eisenkern

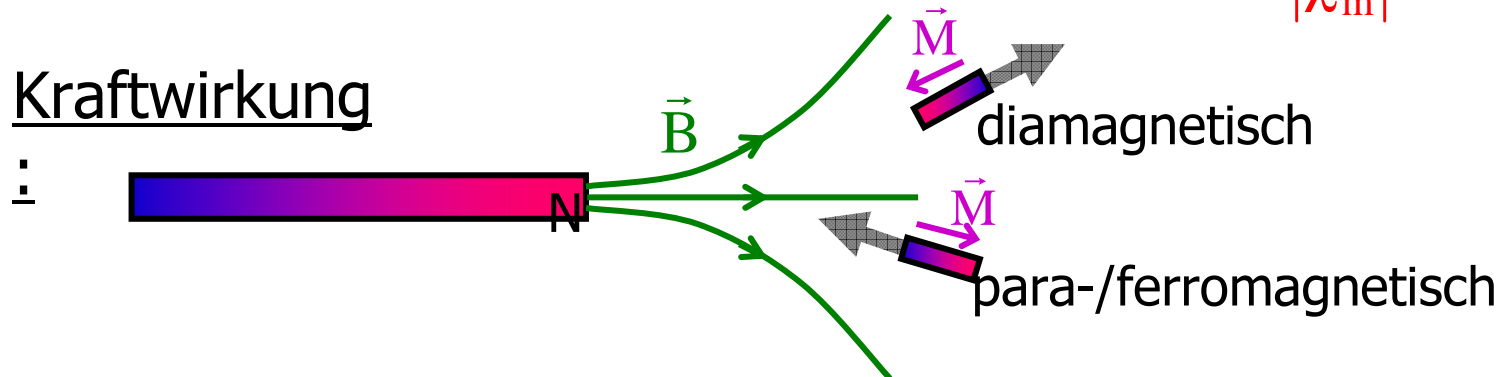
$$B_0 = \mu\mu_0 n I_0$$



Stoffklassen:

- | | |
|------------------|---------------------------------|
| 1. Diamagnete: | } $\chi_m < 0$ $ \chi_m \ll 1$ |
| 2. Paramagnete: | |
| 3. Ferromagnete: | |

Kraftwirkung

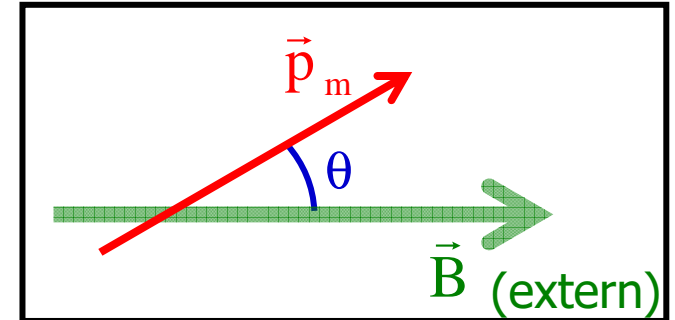


Paramagnetismus

Permanente atomare magn. Momente : \vec{p}_m statistisch orientiert

$B = 0$: $\vec{M} = \frac{1}{\Delta V} \sum \vec{p}_m = \vec{0}$

$B \neq 0$: $E_{\text{pot}} = -\vec{p}_m \cdot \vec{B} = -p_m B \cos\theta$



Boltzmann-Statistik \Rightarrow

$$\frac{1}{N} \frac{dN}{d\cos\theta} = \rho(\cos\theta) \propto \exp\left(-\frac{E_{\text{pot}}}{kT}\right) = \exp\left(\frac{p_m B}{kT} \cos\theta\right) \approx 1 + \frac{p_m B}{kT} \cos\theta$$

$$\Rightarrow \langle \cos\theta \rangle = \frac{\int_{-1}^1 \rho(\cos\theta) \cos\theta d\cos\theta}{\int_{-1}^1 \rho(\cos\theta) d\cos\theta} \approx \dots = \frac{p_m B}{3kT} \Rightarrow M = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{\# der } p_m \text{ pro } \Delta V}}{N} p_m \langle \cos\theta \rangle = \frac{N p_m^2}{3kT} \cdot B$$

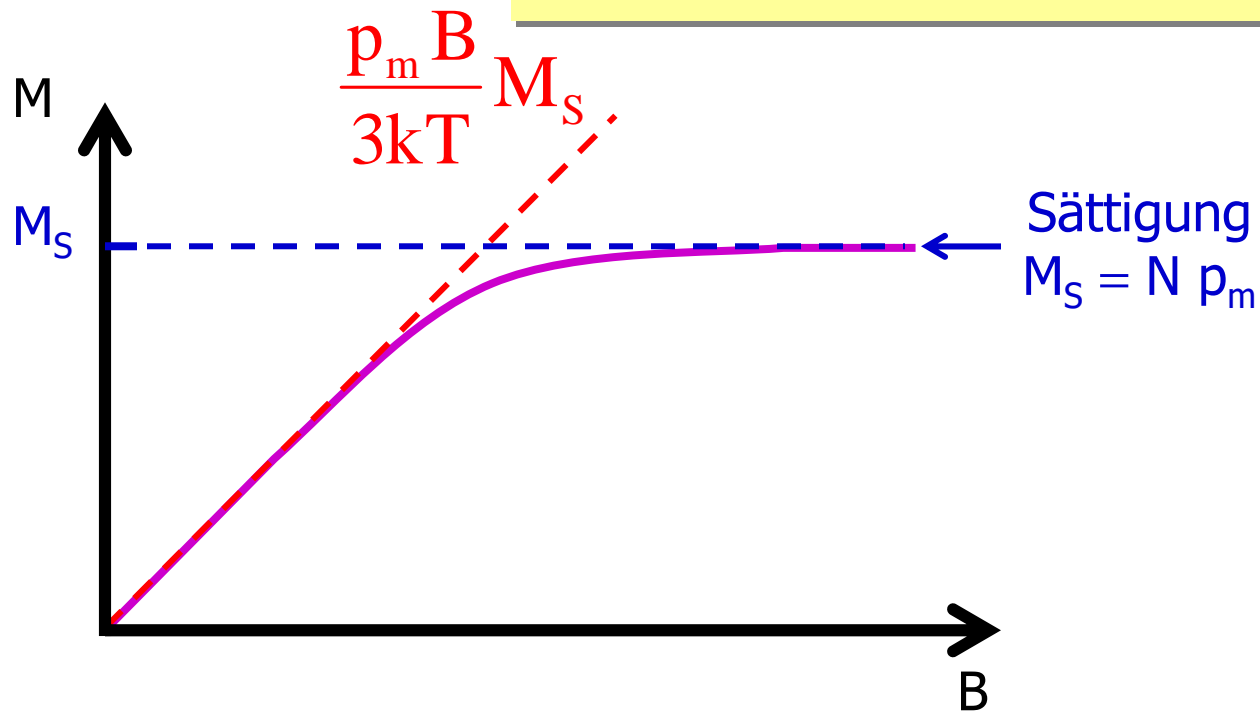
$p_m B \ll kT$

Curie - Gesetz : $\chi_m \stackrel{\mu \approx 1}{=} \mu_0 \frac{M}{B} = \mu_0 \frac{N p_m^2}{3kT} \propto \frac{1}{T}$

Curie-Gesetz



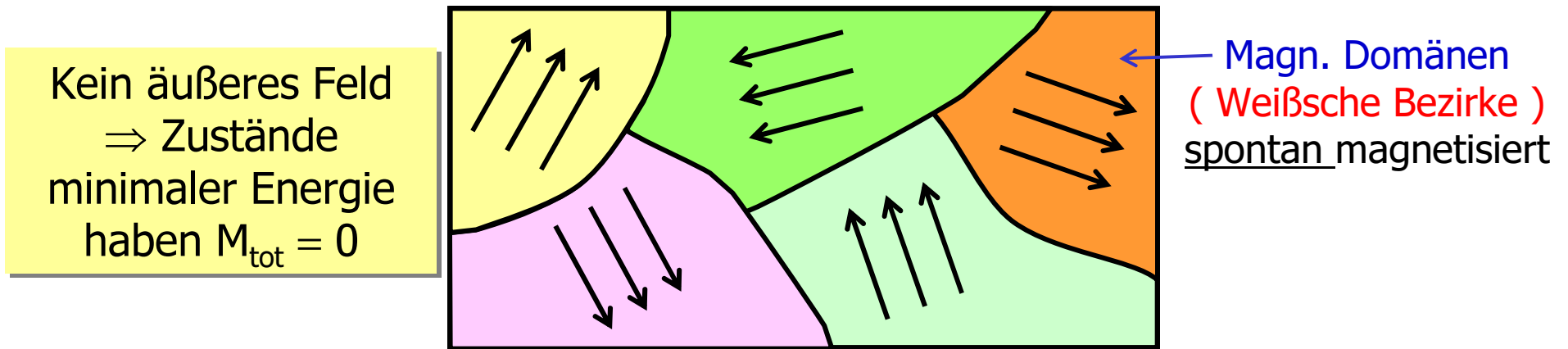
$$\text{Curie - Gesetz : } \chi_m = \mu_0 \frac{N p_m^2}{3kT} = \mu_0 \frac{p_m}{3kT} M_S$$



Beispiel: $p_m = 1 \mu_B$ $B = 1 \text{ T}$ $T = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ $\Rightarrow M = 8 \cdot 10^{-4} M_S$ winzig!

Ferromagnetismus

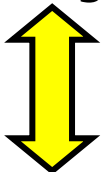
- Atome / Moleküle mit **ungepaarten** äußeren Elektronen \Rightarrow **Spin** \Rightarrow \vec{p}_m
- Quantenmechanische **Austauschwechselwirkung** der Elektronen \Rightarrow permanente atomare magn. Momente \vec{p}_m : **spontan kollektiv orientiert**
- Bsp.: **Eisen (Fe)**, **Cobalt (Co)**, **Nickel (Ni)**: 3 ungepaarte f-Elektronen



Kritische Temperatur
(**Curie-Temperatur T_C**)
 \Rightarrow

{

Ferromagnetismus falls $T < T_C$



Paramagnetismus falls $T > T_C$

}

Phasenübergang

Die Hysterese

- Äußeres B-Feld \Rightarrow Wandern der Domänenwände,
 Ausweitung der Domänen
 \Rightarrow hörbares Barkhausen Rauschen (Umklappen der p_m)

Energieverbrauch (gewonnen aus potentieller Energie der p_m im B-Feld)

Magnetisierungsweg: Folge benachbarter lokaler Energieminima

\Rightarrow abhängig von Vorgeschichte \Rightarrow Hysterese-Kurve

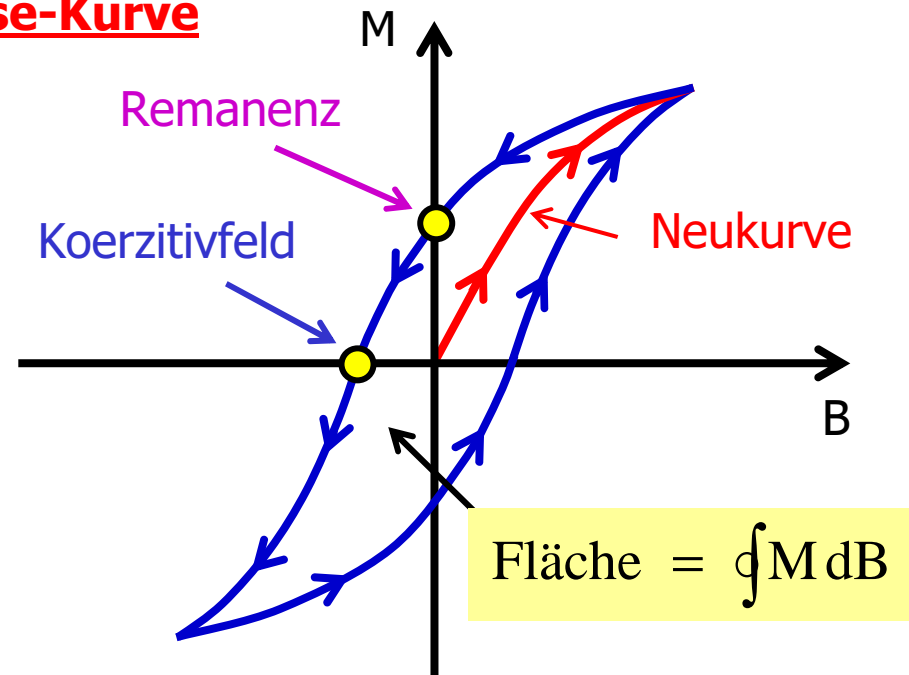
Elektrodynamik

$$dw_{\text{mag}} = \mu \mu_0 H dH = H dB$$

$$= \frac{1}{\chi_m} M dB$$

$$\oint dw_{\text{mag}} = \underbrace{\frac{1}{\chi_m} \oint M dB}_{\text{Hysterese-Fläche}} \Rightarrow \text{Wärme}$$

Beispiel: Erwärmung von Trafo-Bleichen



Messung der Suszeptibilität



• Faraday-Methode:

$$E_{\text{pot}} = -\sum p_m B = -VMB \stackrel{\mu \approx 1}{\approx} -V \frac{\chi_m}{\mu_0} B^2$$

$$F_r = -\frac{\partial E_{\text{pot}}}{\partial r} = 2V \frac{\chi_m}{\mu_0} B \frac{\partial B}{\partial r} < 0$$

$$\begin{cases} > 0 & \text{falls } \chi_m < 0 \\ < 0 & \text{falls } \chi_m > 0 \end{cases}$$

• Gouy-Methode:

$$E_{\text{pot}} = -\underbrace{a(z_0 - z)}_{\text{eingetauchtes Volumen}} MB$$

$$F_z = -\frac{\partial E_{\text{pot}}}{\partial z} = -aMB \stackrel{\mu \approx 1}{\approx} -\frac{\chi_m}{\mu_0} aB^2$$

