

2.6. Grundgleichungen der Mechanik



Trägheit

Trägheitsprinzip (Galilei): Ohne äußere Einflussnahme bleibt die Geschwindigkeit eines Körpers konstant.

1. Newtonsches Axiom: Wirken keine äußeren **Kräfte**, bleibt die Geschwindigkeit eines Körpers konstant.

Voraussetzung: Koordinatensystem bewegt sich
unbeschleunigt \leftrightarrow **Inertialsystem**

... unbeschleunigt gegen was?

→ Ruhesystem des Weltalls ...

→ ... der kosmischen Mikrowellen-Hintergrundstrahlung

2.6. Grundgleichungen der Mechanik



2. Newtonsches Axiom (Aktionsprinzip): Wirkt auf einen Massenpunkt der (trägen) Masse m eine Kraft \vec{F} , so erfährt er eine Beschleunigung \vec{a} mit

$$\text{Bewegungsgleichung: } \vec{F} = m\vec{a}$$

Definition der Massen-Einheit: $[m] = 1 \text{ kg}$ (Kilogramm)

1 kg ist definiert durch **Normal**

(hier: Platin-Iridium-Zylinder, gelagert in Paris)

Definition der Kraft-Einheit: $[F] = 1 \text{ kg m s}^{-2} = 1 \text{ N}$ (Newton)

\Rightarrow 1 N ist die Kraft, die das Massen-Normal mit 1 m s^{-2} beschleunigt

2.6. Grundgleichungen der Mechanik



Messvorschrift für Kräfte und Massen:
Kleine Auslenkung \Rightarrow

Hookesches Gesetz

$$F = D \cdot (x - x_0)$$

$D =$ Federkonstante

Eichmessung mit Massen-Normal:

$$F = m_{1\text{kg}} g = D \cdot (x_{1\text{kg}} - x_0)$$

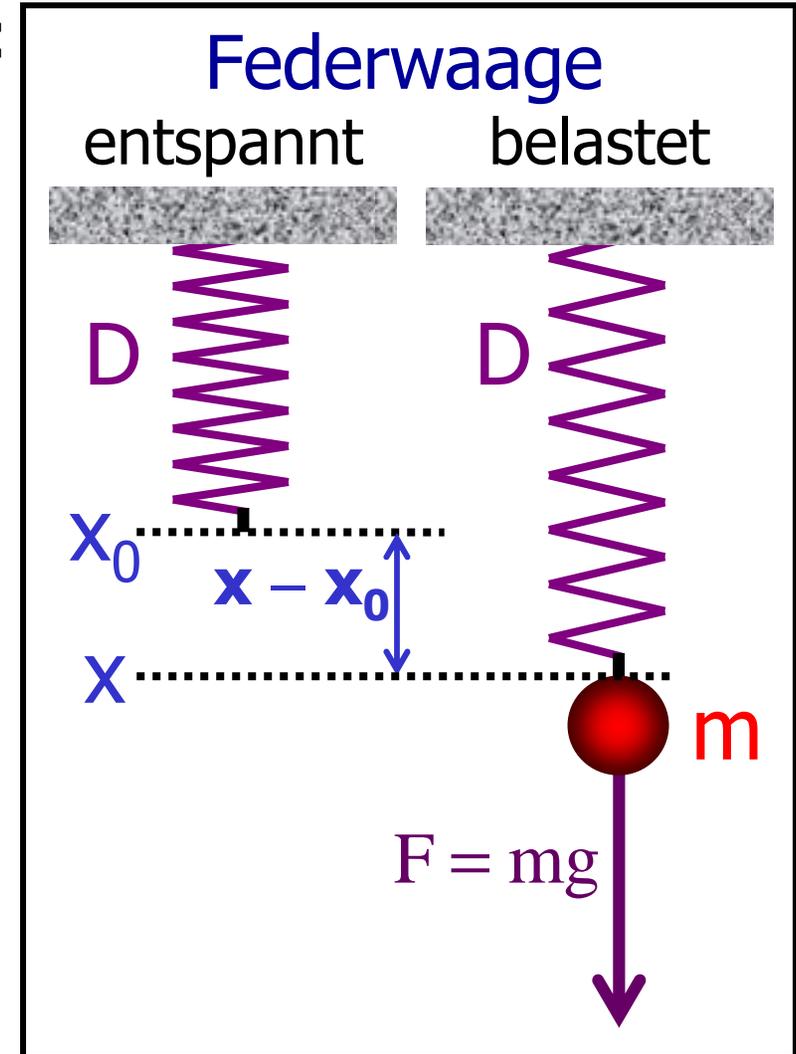
$$\Rightarrow D = \frac{m_{1\text{kg}} g}{x_{1\text{kg}} - x_0}$$

Kraftmessung

$$F = D \cdot (x - x_0)$$

Massenmessung

$$m = \frac{D}{g} \cdot (x - x_0)$$



2.6. Grundgleichungen der Mechanik



Bemerkungen:

a) Dichte:

Ausgedehnte homogene Körper: **Volumen $V \propto$ Masse m**

Definition: Dichte: $\rho = \frac{m}{V}$, $[\rho] = 1 \text{ kg m}^{-3}$

Beispiel: $\rho(\text{H}_2\text{O}, 4^\circ\text{C}, 1 \text{ bar}) = 1000 \text{ kg m}^{-3} = 1 \text{ kg} / \ell$
 $1 \ell = 1 \text{ Liter} = 1 \text{ dm}^3$

2.6. Grundgleichungen der Mechanik



b) Schwere Masse: Quelle des Gravitationsfeldes

z.B. freier Fall

$$F_T = m_T g$$

Trägheitskraft **träge Masse**

$$F_G = G_N \frac{M_E}{R_E^2} m_S$$

Gravitationskraft const. Erdradius **schwere Masse**

Schwere Masse der Erde

Experiment $\Rightarrow \frac{F_G}{F_T} = \frac{G_N M_E}{g R_E^2} \cdot \frac{m_S}{m_T}$ ist unabhängig von m_T (auf 10^{-10})

Folgerung: $m_S \propto m_T$

\rightarrow Festlegung:

$$m_S = m_T \equiv m$$

\Rightarrow Gravitationskonstante

$$G_N = \frac{F_G}{F_T} \cdot \frac{g R_E^2}{M_E} = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$$

\rightarrow **Äquivalenzprinzip** (allgemeine Relativitätstheorie):
 Trägheitskräfte und Gravitationskräfte sind in der Umgebung einer Testmasse **prinzipiell** ununterscheidbar

2.6. Grundgleichungen der Mechanik



c) Impuls:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

$$[p] = \text{kg m s}^{-1}$$

2. Newtonsches Axiom (allgemein für $m \neq \text{const.}$):

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \dot{\vec{p}}$$

$$\Rightarrow \vec{F} = m\vec{a} + \dot{m}\vec{v}$$

(relevant bei Systemen von Massenpunkten)

d) Addition von Kräften:

Kraft ist Vektor \Rightarrow übliche Vektoraddition

2.6. Grundgleichungen der Mechanik



3. Newtonsches Axiom (Reaktionsprinzip): Unterliegen zwei **Massenpunkte** keinen äußeren Kräften, so wird jede Kraftwirkung des einen Punktes auf den anderen durch eine gleichgroße Gegenkraft kompensiert.



$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{0}$$