Kap. 3 Systeme von Massenpunkten, Stöße

1. Grundbegriffe
2. Erhaltungssätze
3. Stöße

3.1. Schwerpunktsatz

Definition:

Schwerpunkt =

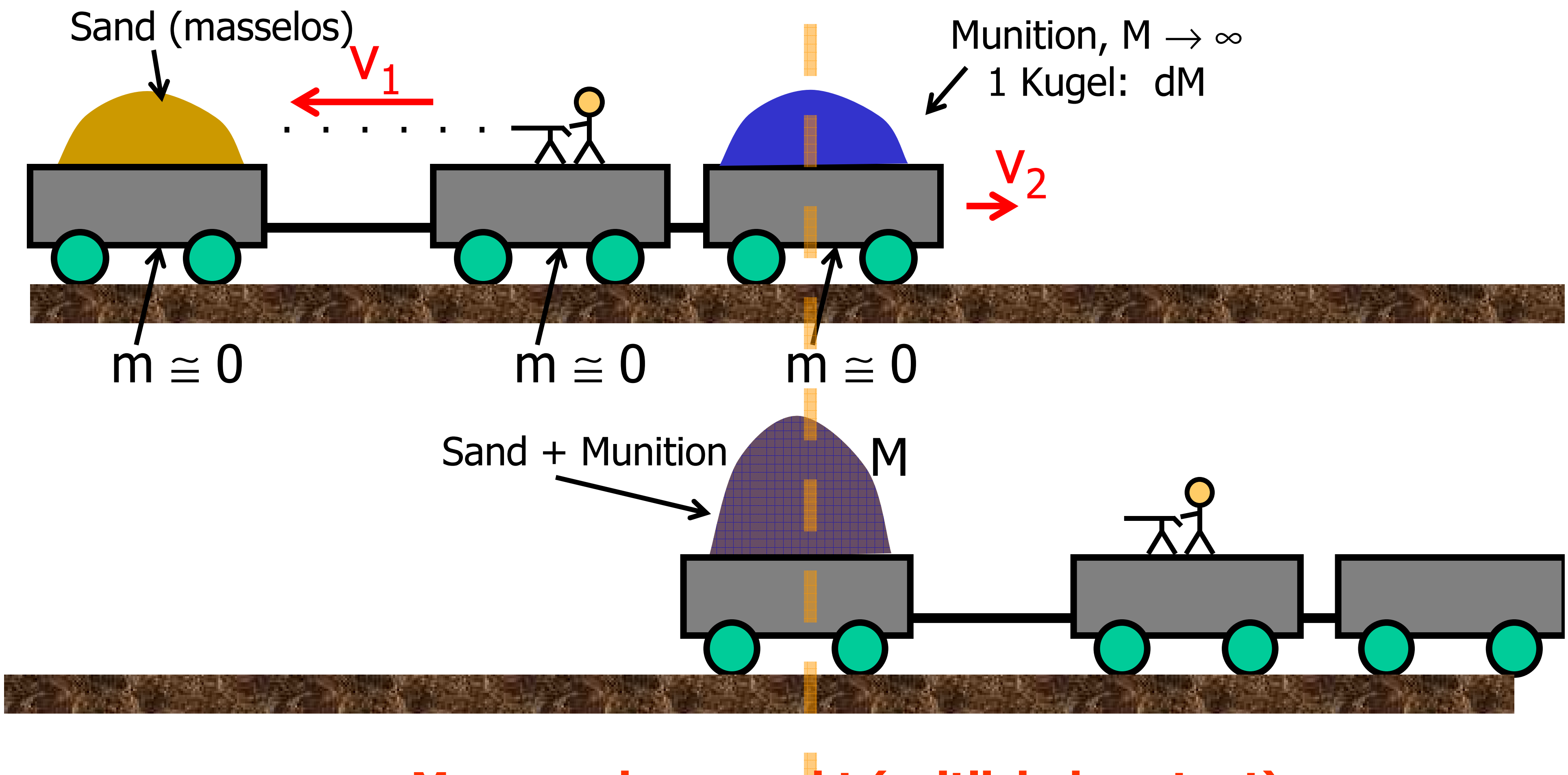
$$\boxed{\vec{r}_S = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i} = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\underbrace{M}_{\text{Gesamtmasse}}}}$$

Folgerung: $M\dot{\vec{r}}_S = \underbrace{\vec{p}_S}_{\text{Schwerpunktimpuls}} = \sum_i m_i \dot{\vec{r}}_i = \sum_i \vec{p}_i = \text{const.}$

Schwerpunktsatz: Für ein abgeschlossenes System ist der Schwerpunktimpuls konstant.

3.1. Schwerpunktsatz

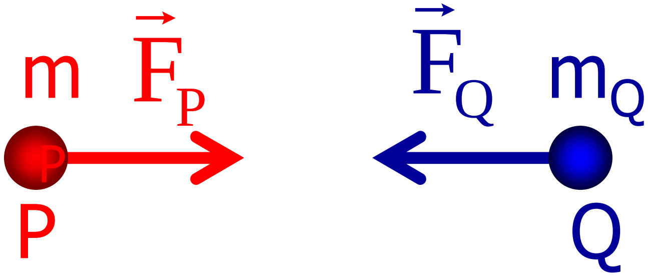
Wie weit kann man mit diesem Rückstoßantrieb fahren?



Massenschwerpunkt (zeitlich konstant)

3.2. Erhaltungsgrößen

a) Impulserhaltungssatz



3. Axiom $\Rightarrow \vec{F}_P + \vec{F}_Q = \vec{0}$

2. Axiom $\Rightarrow \dot{\vec{p}}_P + \dot{\vec{p}}_Q = \vec{0}$

$\Rightarrow \vec{p}_P + \vec{p}_Q = \text{const.}$

Verallgemeinerung: Wirken in einem System von Massenpunkten keine äußeren Kräfte (abgeschlossenes System), gilt

$$\boxed{\text{Impulserhaltung:}\ \vec{p} = \sum_i \vec{p}_i = \text{const.}}$$

Bemerkung:

Es ist irrelevant, ob die inneren Kräfte konservativ sind oder nicht!

3.2. Erhaltungsgrößen

b) Energieerhaltungssatz

Voraussetzung: konservatives Kraftfeld $\vec{F}(\vec{r}) = -\vec{\nabla} V(\vec{r})$

Tafelrechnung → $$E \equiv T + V = \text{const.}$$ für Massenpunkt

Energiesatz der Mechanik: Bewegt sich ein Massenpunkt in einem konservativen Kraftfeld, ist die Energie (d.h. die Summe aus kinetischer und potentieller Energie) zeitlich konstant.

Verallgemeinerung: System von Massenpunkten →

$$E \equiv \sum_i E_i = \sum_i (T_i + V_i) = \text{const} \quad .$$

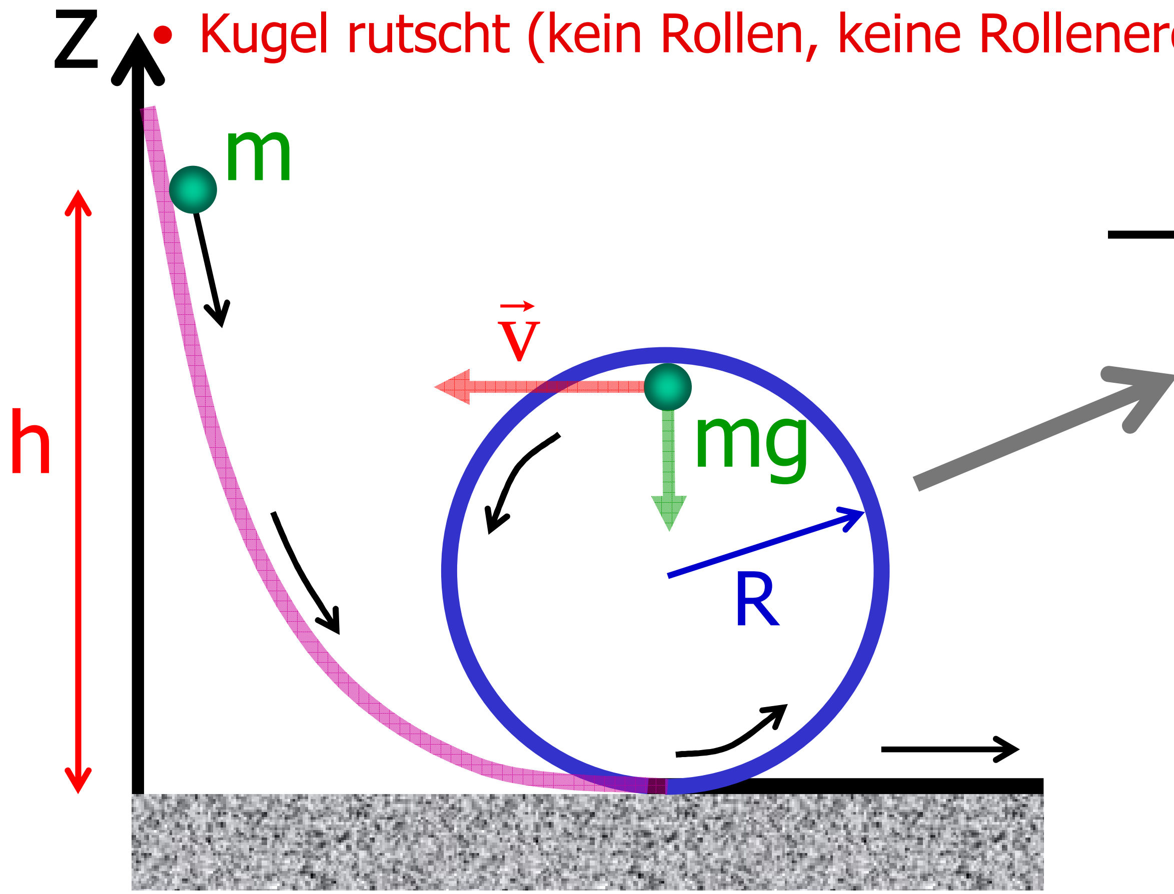
Verallgemeinerung: Nicht-konservative (dissipative) Kräfte (z.B. Reibung) führen zur Wärmebewegung (Energie Q) der Umgebung

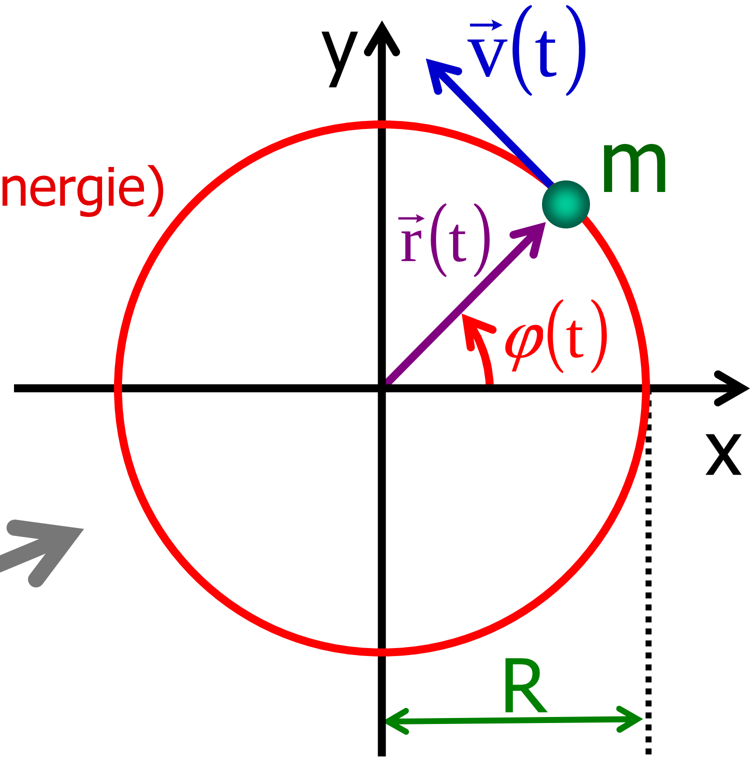
$$T + V + Q = \text{const.}$$

3.2. Energieerhaltung: Looping

<u>Idealisierende Anahmen:</u>

- Keine Reibung (dissipative Kraft)
- Kugel rutscht (kein Rollen, keine Rollenergie)





$$\vec{r}(t) = R\begin{pmatrix} \cos\varphi(t) \\ \sin\varphi(t) \end{pmatrix}$$

3.2. Loopingbahn

Winkelgeschwindigkeit: $\omega(t) = \dot{\varphi}(t)$

$$\vec{r}(t) = R\begin{pmatrix} \cos\varphi(t) \\ \sin\varphi(t) \end{pmatrix}$$

$$\vec{v}(t) = v(t)\begin{pmatrix} -\sin\varphi \\ \cos\varphi \end{pmatrix} \quad \perp \vec{r}(t)$$

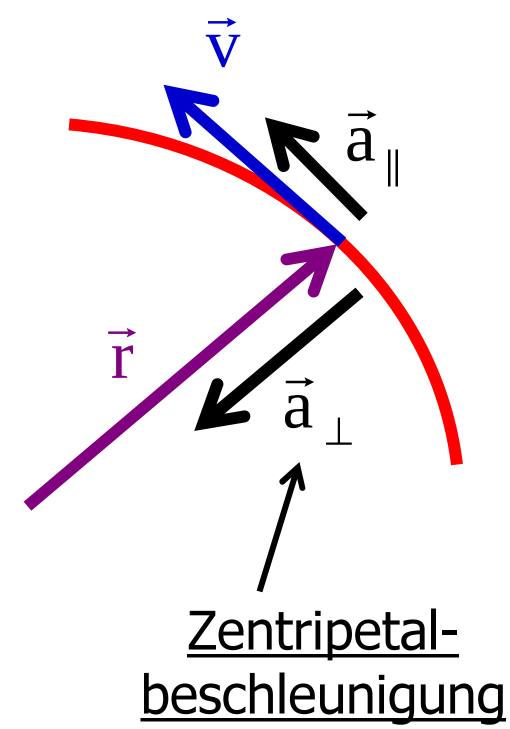
$$\vec{a}(t) = \vec{a}_{\parallel}(t) + \vec{a}_{\perp}(t)$$

$$= a_{\parallel}(t)\begin{pmatrix} -\sin\varphi \\ \cos\varphi \end{pmatrix} + a_{\perp}(t)\begin{pmatrix} -\cos\varphi \\ -\sin\varphi \end{pmatrix}$$

mit

$$v(t) = R\omega(t)$$

$$a_{\parallel}(t) = R\dot{\omega}(t) \qquad a_{\perp}(t) = R\omega^2 = \frac{v^2}{R}$$



3.2. Loopingbahn

Bedingung für Looping-Bewegung

(oberster Punkt der Bahn):

$$mg \leq m\frac{v^2}{R}$$

Schwerkraft $\leq$ Zentripetal-kraft

$\big\downarrow$ Tafelrechnung

$$h \geq \frac{5}{2}R$$