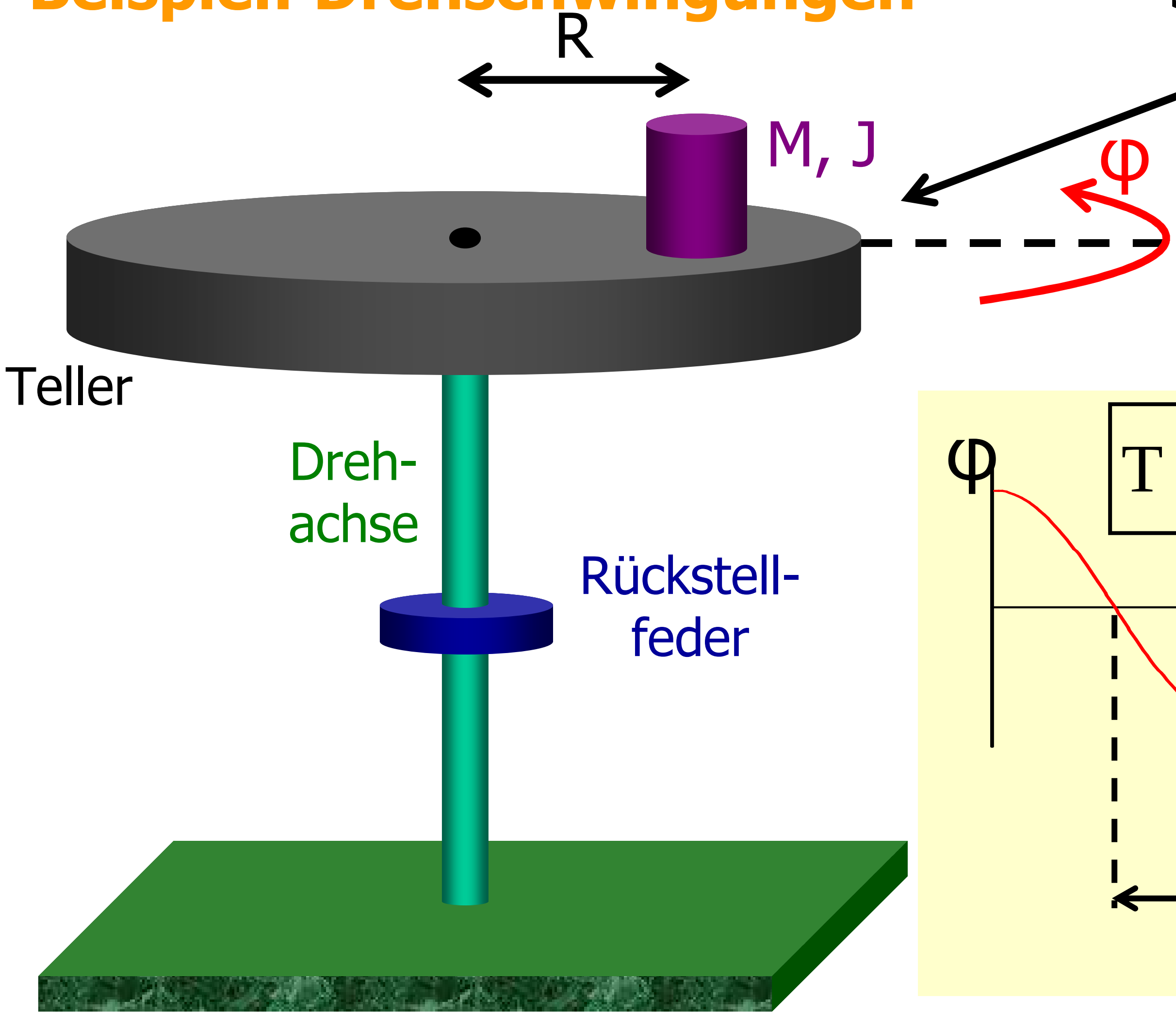
4.5. Bewegungsgleichung

Beispiel: Drehschwingungen



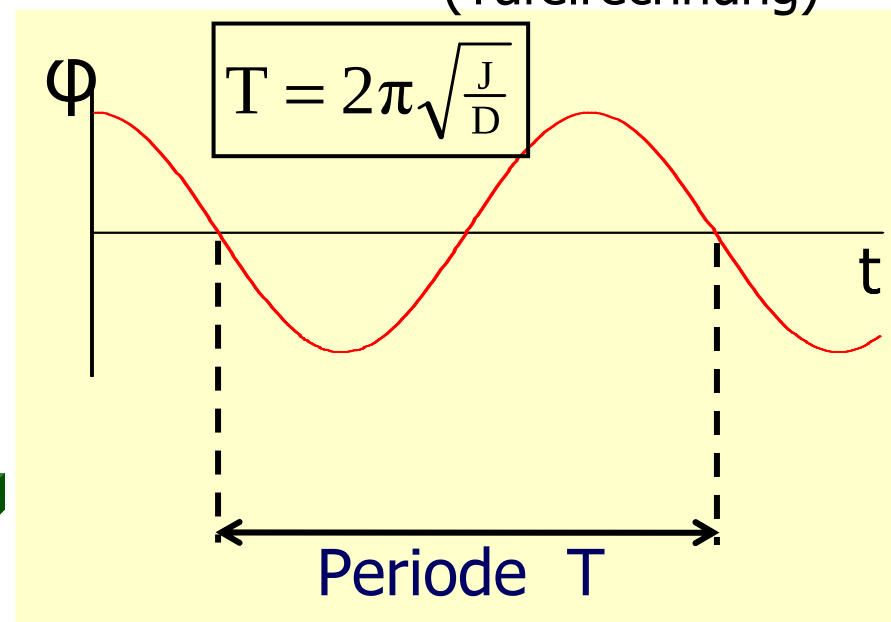
Steinerscher Satz

$$J = J_0 + MR^2$$

$\uparrow$ R $\uparrow$ R=0

$$\varphi = a\sin\left(\sqrt{\frac{D}{J}}\,t + \varphi_0\right)$$

(Tafelrechnung)

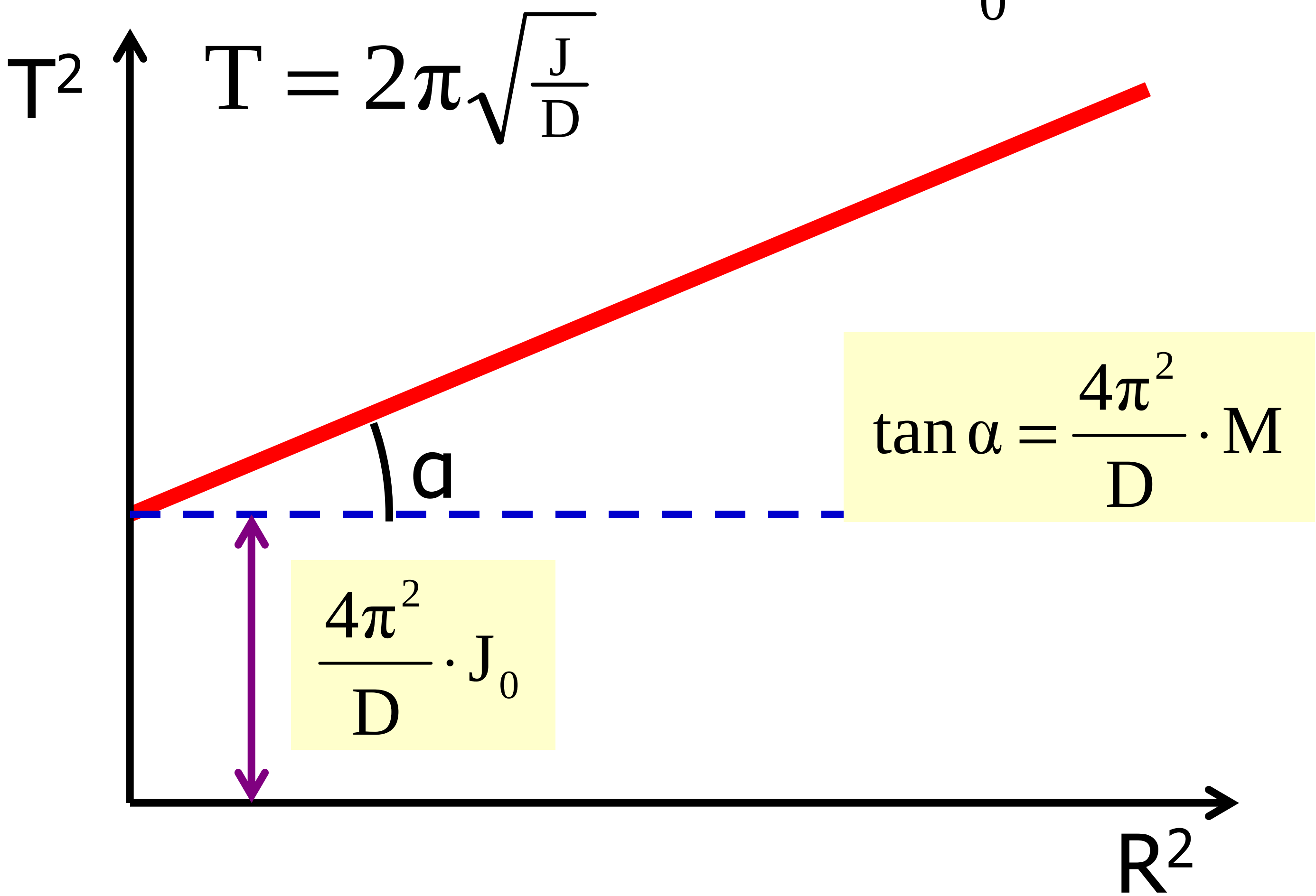


$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{D}}}$$

4.5. Bewegungsgleichung

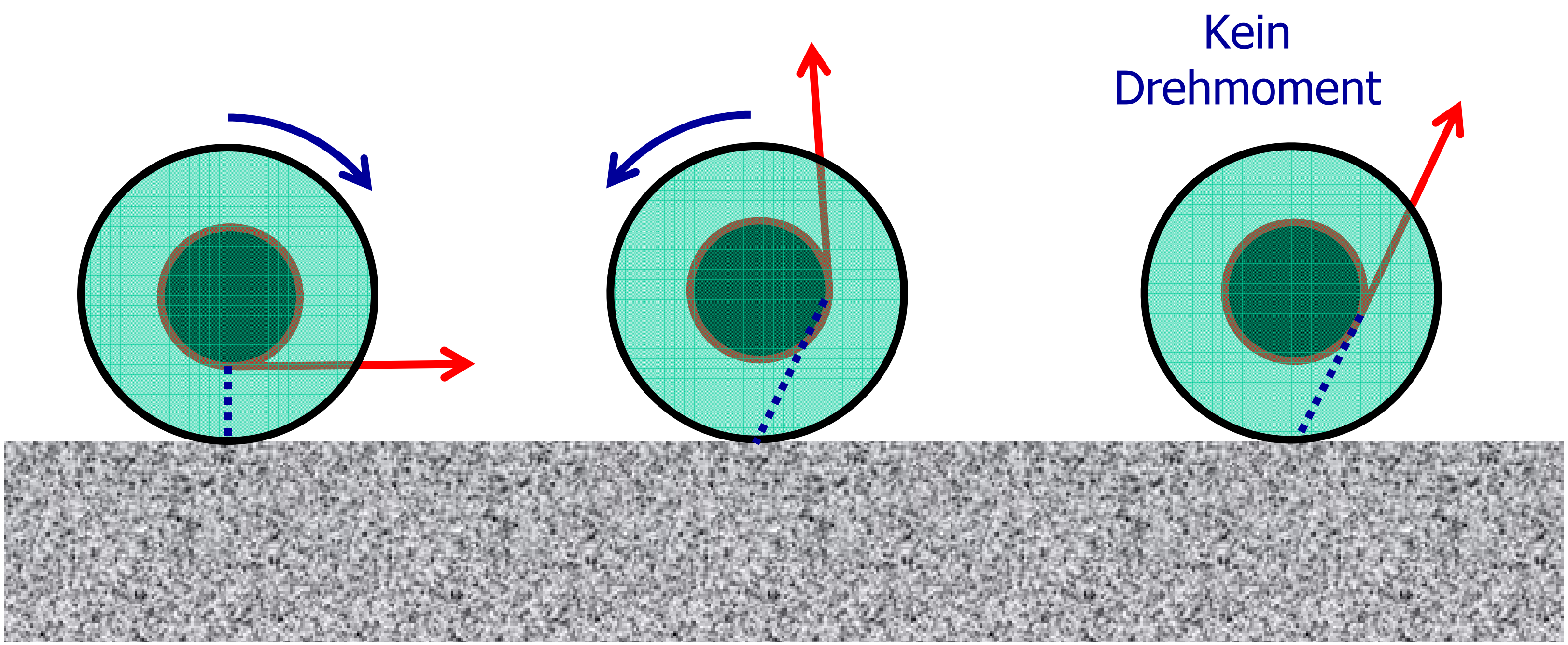
Beispiel: Drehschwingungen

$$J = J_0 + MR^2$$



4.5. Bewegungsgleichung

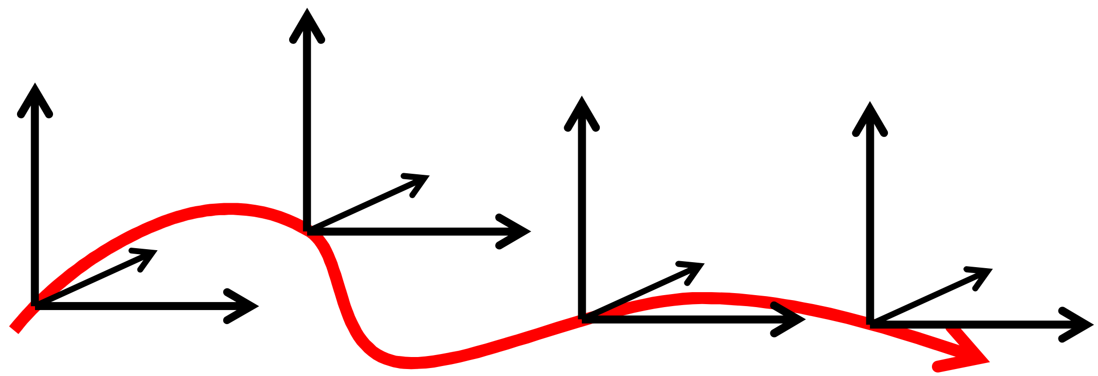
Experiment: Rolle mit Faden



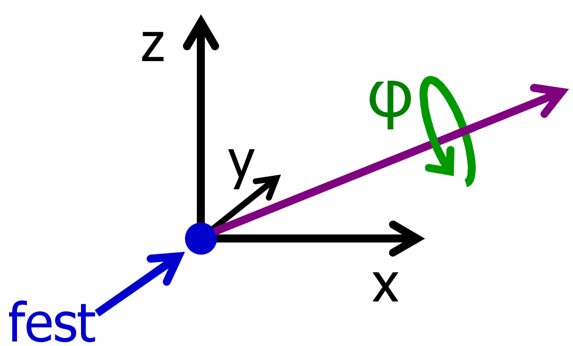
4.6. Beschleunigte Bezugssysteme

Translation und Rotation, Scheinkräfte

Translation:



Rotation:

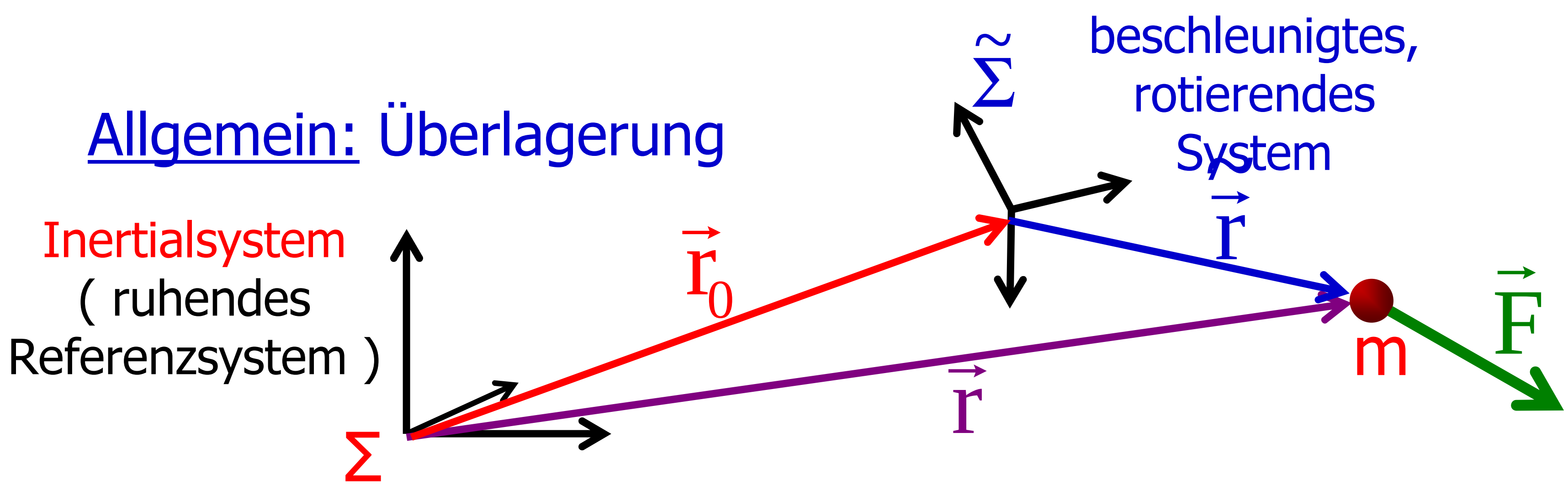


$$\vec{\omega} = \frac{d\varphi}{dt} \cdot \vec{e}_\omega$$

Momentane Winkelgeschwindigkeit

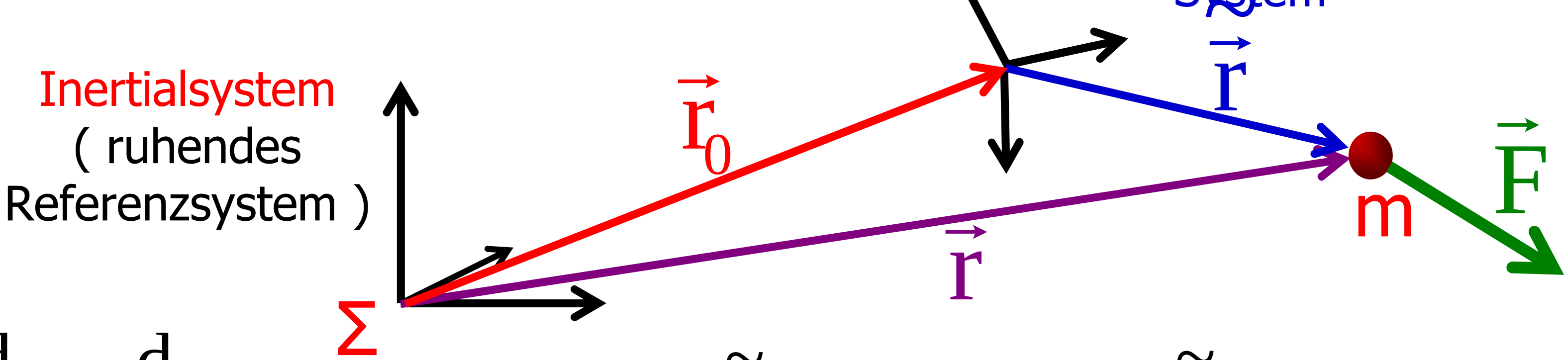
4.6. Beschleunigte Bezugssysteme

Translation und Rotation, Scheinkräfte



4.6. Beschleunigte Bezugssysteme

Kinematik: $\vec{\tilde{r}} = \vec{r} - \vec{r}_0$



$$\frac{d}{d\tilde{t}} = \frac{d}{dt} - \vec{\omega}\times \quad \Rightarrow \quad \vec{\tilde{v}} = \vec{v} - \dot{\vec{r}}_0 - \vec{\omega}\times\vec{\tilde{r}}$$

Translation Rotation

$$\Rightarrow \quad \vec{\tilde{a}} = \vec{a} - \ddot{\vec{r}}_0 - \dot{\vec{\omega}}\times\vec{\tilde{r}} - 2\vec{\omega}\times\vec{\tilde{v}} - \vec{\omega}\times\left(\vec{\omega}\times\vec{\tilde{r}}\right)$$

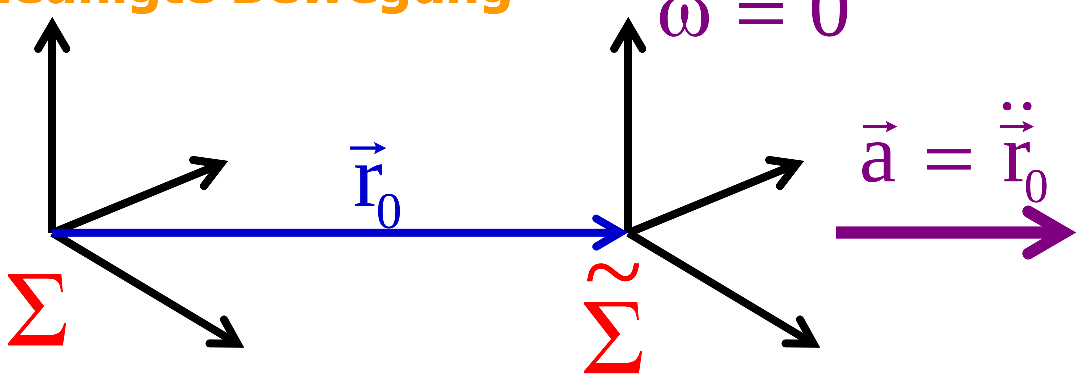
$\Rightarrow$ **Dynamik:**

$$m\vec{\tilde{a}} = \vec{F}\underbrace{- m\ddot{\vec{r}}_0 - m\dot{\vec{\omega}}\times\vec{\tilde{r}} - 2m\vec{\omega}\times\vec{\tilde{v}} - m\vec{\omega}\times\left(\vec{\omega}\times\vec{\tilde{r}}\right)}_{\text{Trägheitskräfte („Scheinkräfte")}}$$

4.6. Beschleunigte Bezugssysteme

Beispiel 1: Geradlinig beschleunigte Bewegung

$$m\tilde{\vec{a}} = \vec{F} - m\ddot{\vec{r}}_0 = \vec{F} - m\vec{a}$$



Anzeige der Waage:

$$\boxed{\tilde{m} = \frac{mg - ma}{g} = m\left(1 - \frac{a}{g}\right)}$$

Freier Fall: $a = g \quad \Rightarrow \quad \tilde{m} = 0$

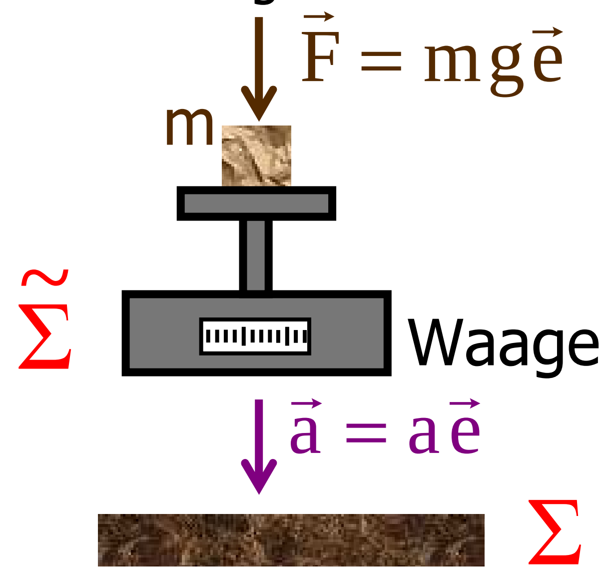
„Schwerelosigkeit"

Rakete: $a = -10g \quad \Rightarrow \quad \tilde{m} = 11m$

Sturzflug: $a > g \quad \Rightarrow \quad \tilde{m} < 0$

(falls Masse an Waage fixiert)

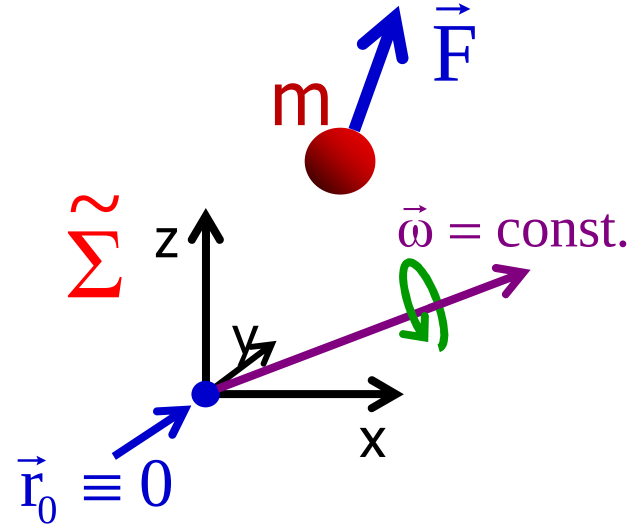
Realisierung:



Beispiel 2: Gleichförmige Rotation

$$m\ddot{\vec r}_0 \equiv 0\ , \quad \dot{\vec\omega} = 0 \quad \Rightarrow$$

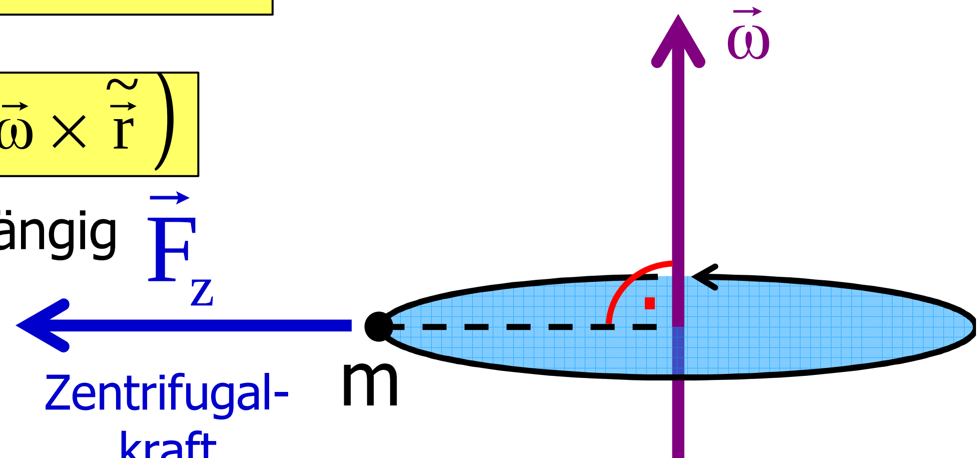
$$m\tilde{\vec a} = \vec F \underbrace{- 2m\vec\omega \times \tilde{\vec v}}_{\text{Coriolis-Kraft}} \underbrace{- m\vec\omega \times \left(\vec\omega \times \tilde{\vec r}\right)}_{\text{Zentrifugalkraft}}$$



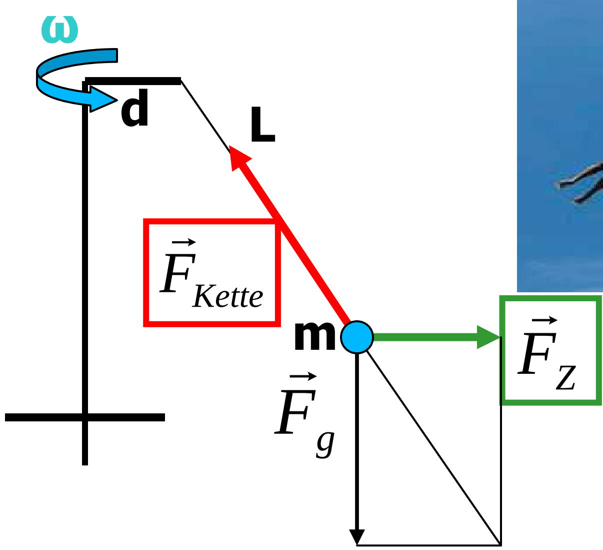
Coriolis-Kraft: $\boxed{\vec F_C = -2m\vec\omega \times \tilde{\vec v} \quad \perp \vec\omega, \vec v}$ v-abhängig

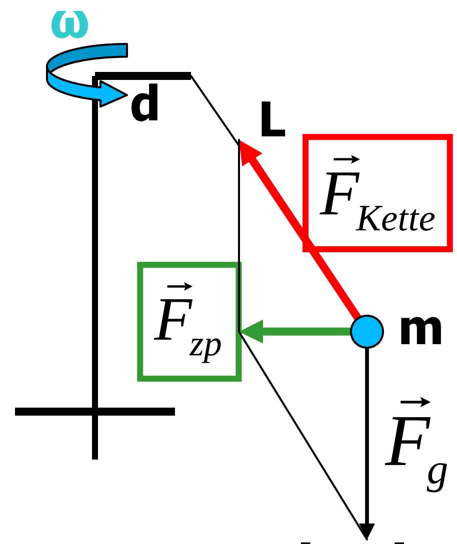
Zentrifugalkraft: $\boxed{\vec F_Z = -m\,\vec\omega \times \left(\vec\omega \times \tilde{\vec r}\right)}$

radial, $\tilde{\vec r}$ -abhängig



4.6: Rotierende Masse





System Σ´(Beobacher rotiert):

m in Ruhe: **$\Sigma F_i = 0$**
mg + F_{Kette} wird kompensiert
durch die **Zentrifugalkraft F_Z**

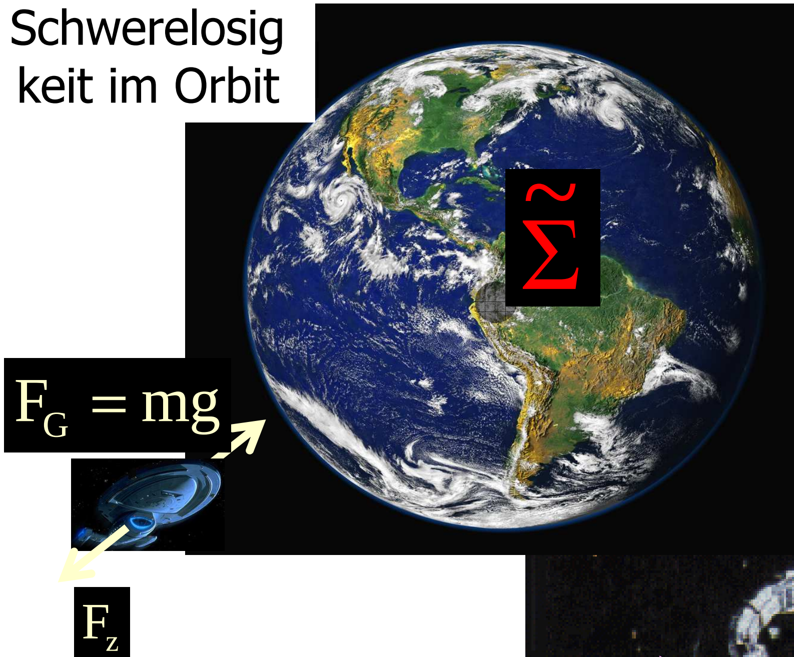
System Σ (externer Beobachter):

m rotiert mit konstanter
Winkelgeschwindigkeit ω:
Zentripetalbeschleunigung (Kraft)
$F_{zp} = m\, a_{ZP} = -m\omega^2 r$
vektorielle Summe von **mg + F_{Kette}**

4.6. Beschleunigte Bezugssysteme

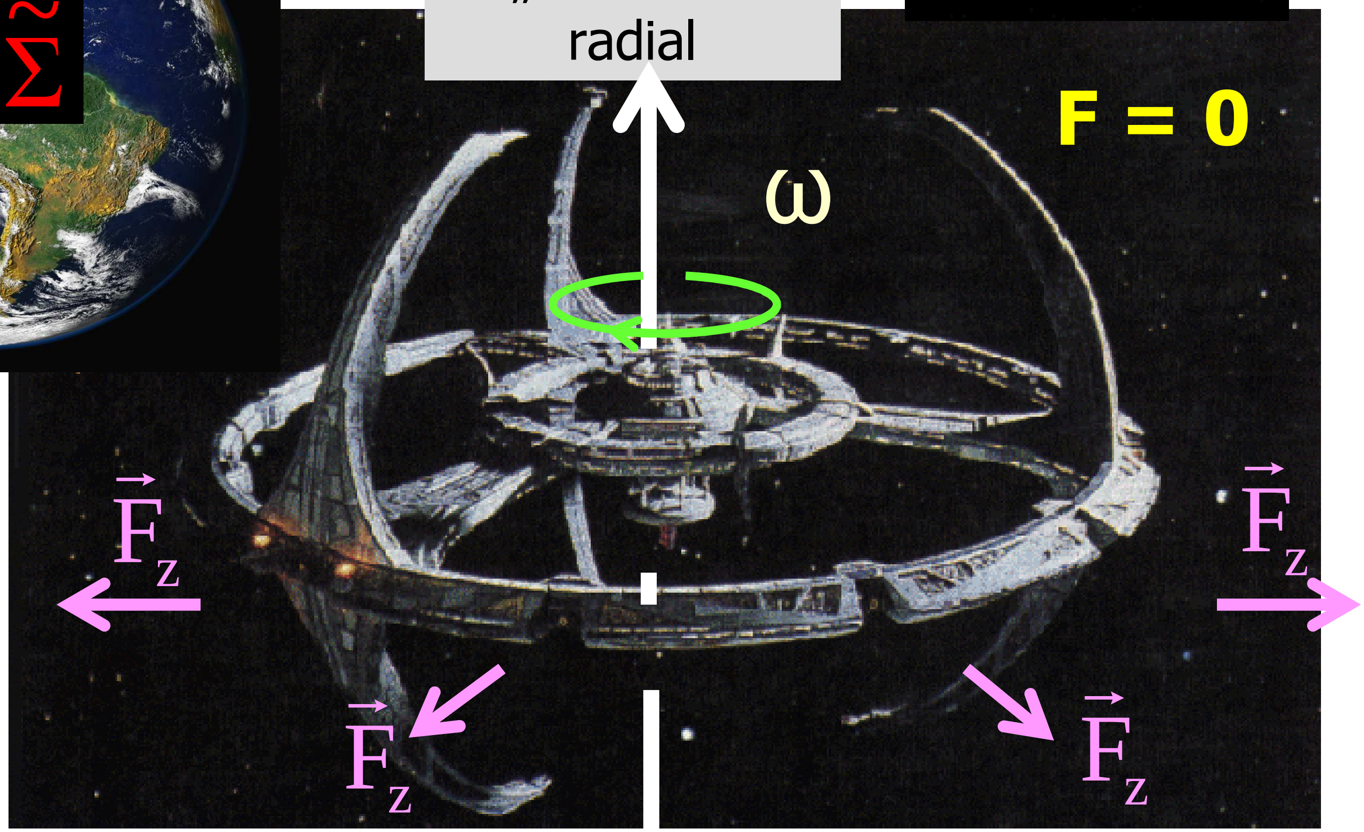
Beispiel: Raumfahrt

Schwerelosigkeit im Orbit



Künstliche Schwerkraft

„Unten“ = radial



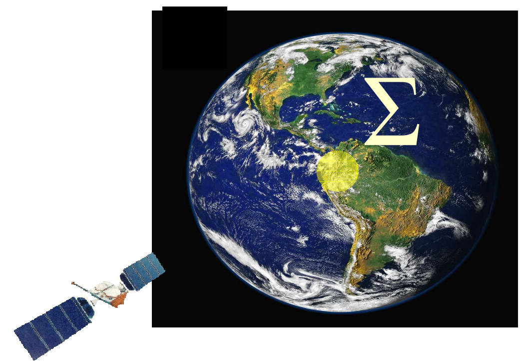
4.6. Beschleunigte Bezugssysteme

<u>Geostationäre Bahn:</u> $\omega_{Satellit} = \omega_{Erde}$

1. Sichtweise: Σ in Erde, nicht rotierend

$$\vec{F}_G = \vec{F}_{Zentripetal}$$

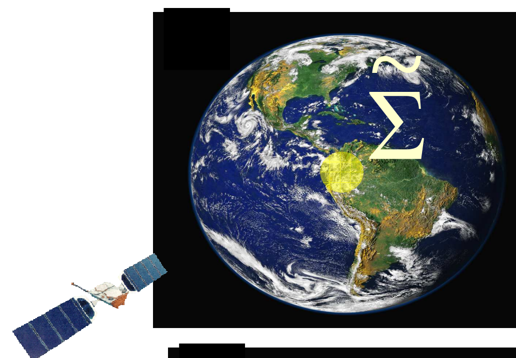
$\Rightarrow$ Kreisbewegung



2. Sichtweise: $\tilde{\Sigma}$ erdfest, rotierend

$$\vec{F}_G = -\vec{F}_{Zentrifugal}$$

$\Rightarrow$ feste Position
(Kräftefreiheit)



3. Sichtweise: $\tilde{\Sigma}$ im Satellit, nicht rotierend

$$\vec{F}_G = -m\ddot{\vec{r}}_0 = -\vec{F}_{Translation}$$

$\Rightarrow$ feste Position (Kräftefreiheit)

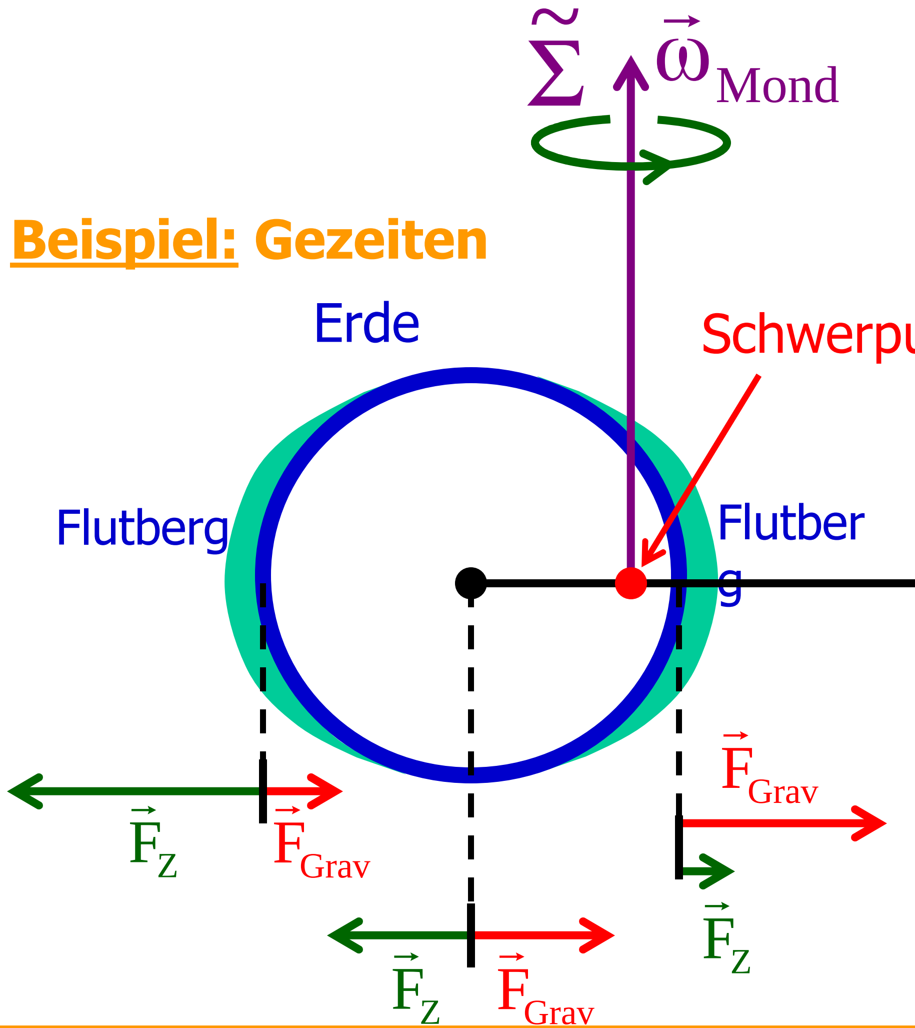
4.6. Beschleunigte Bezugssysteme

Beispiel: Geodit (Erdform) $\approx$ Rotationsellipsoid

↳ definiert NN (Normal-Null),

$R_{Äquator} \approx R_{Pol}$ + 20 km

Beispiel: Gezeiten

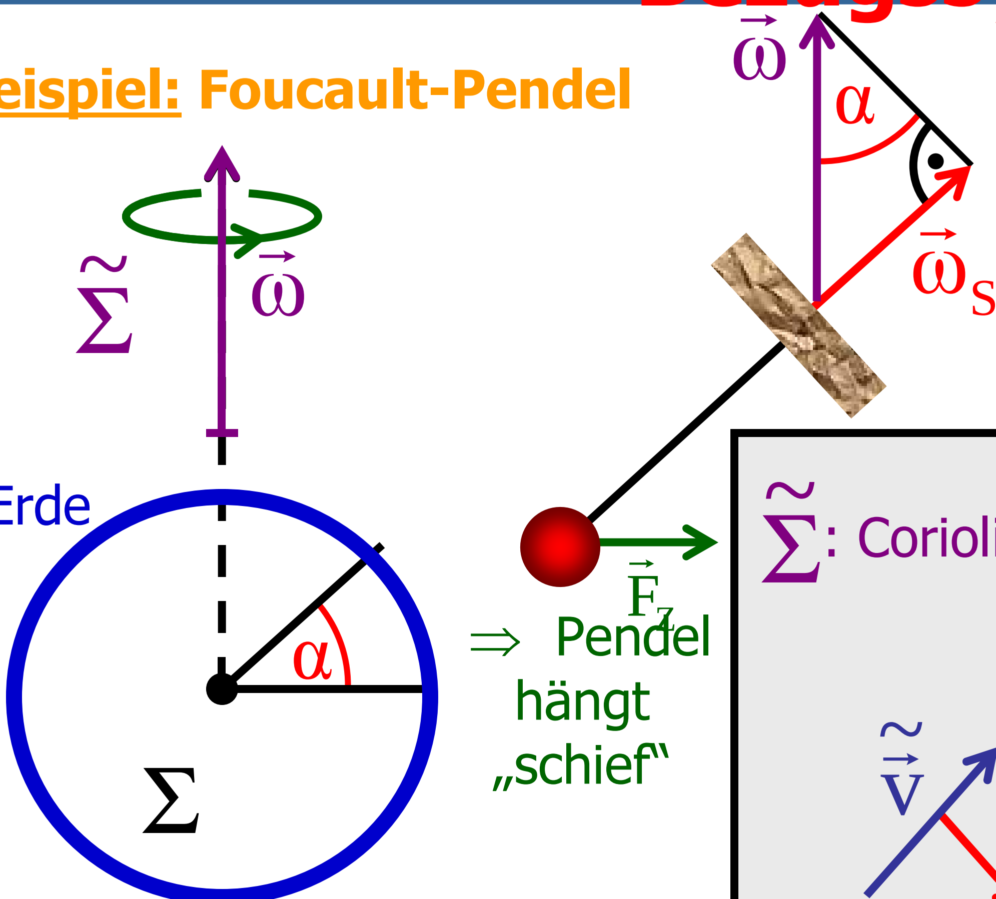


$\vec{F}_{Grav}$ Gravitationskraft des Mondes

$\vec{F}_Z$ Zentrifugalkraft durch Rotation um Schwerpunkt

4.6. Beschleunigte Bezugssysteme

Beispiel: Foucault-Pendel



$\Rightarrow$ Pendel hängt „schief"

$$\omega_S = \omega \cdot \sin\alpha$$

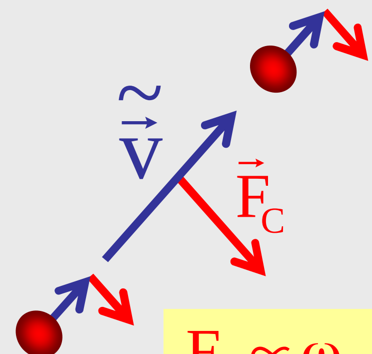
Berlin: $\alpha = 52{,}5°$

$T_S = 30{,}25$ h

$\omega_S = 11{,}9° / h$

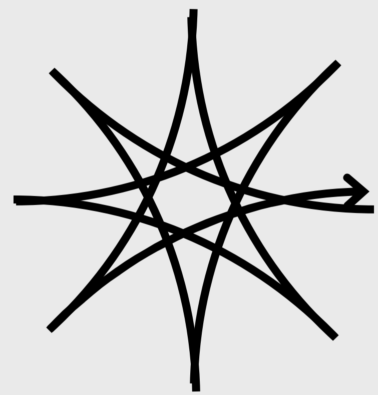
Σ: Erde dreht sich unter Pendel durch

$\tilde{\Sigma}$: Corioliskraft



$F_C \propto \omega_S \cdot \tilde{v}$

Pendelebene (Aufsicht, Nordhalbkugel)



Beispiel: Hurricane