

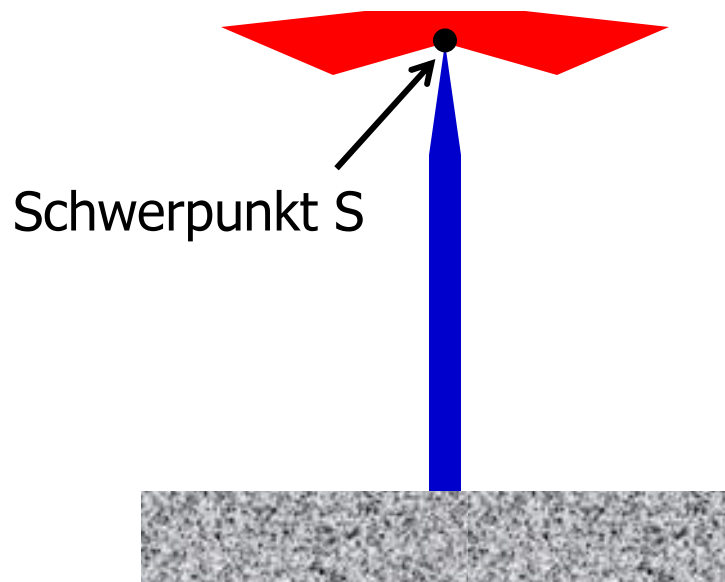
## 4.8. Der Kreisel

**Bisher:** feste bzw. freie Drehachse

**Kreisel:** fester **Punkt**, bewegliche Drehachse

**Beispiele:**

- (i) kräftefreie Körper → fester Massenmittelpunkt (MMP)
- (ii) gestützter Kreisel



Unterstützung in S



kräftefreier Kreisel

Unterstützung jenseits S

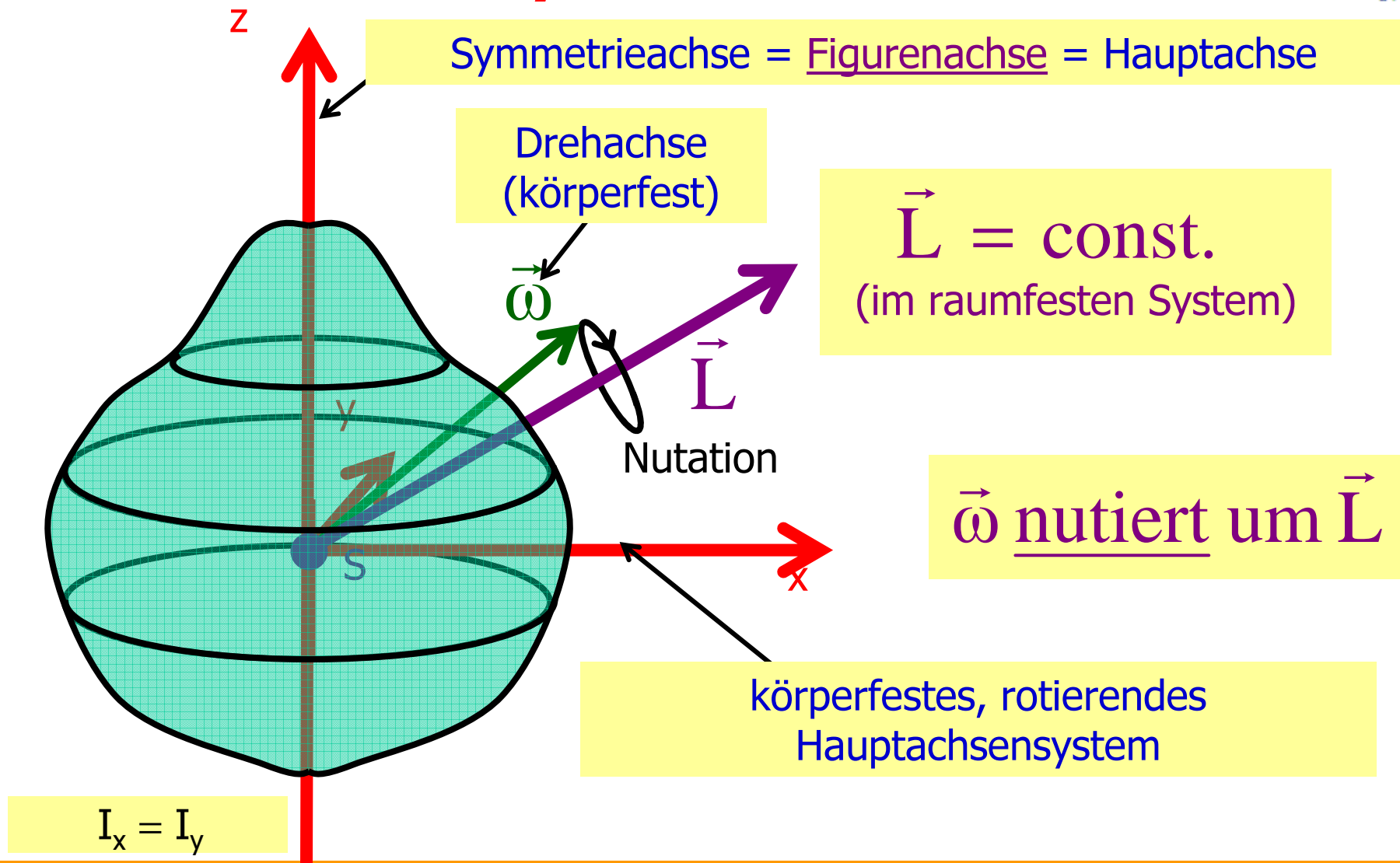


Drehmoment



Präzedierender Kreisel

# 4.8. Kräftefreier, symmetrischer Kreisel



# 4.8. Kreisel, Nutation

$L_x, L_y, L_z$ :  
körperfeste  
Komponenten

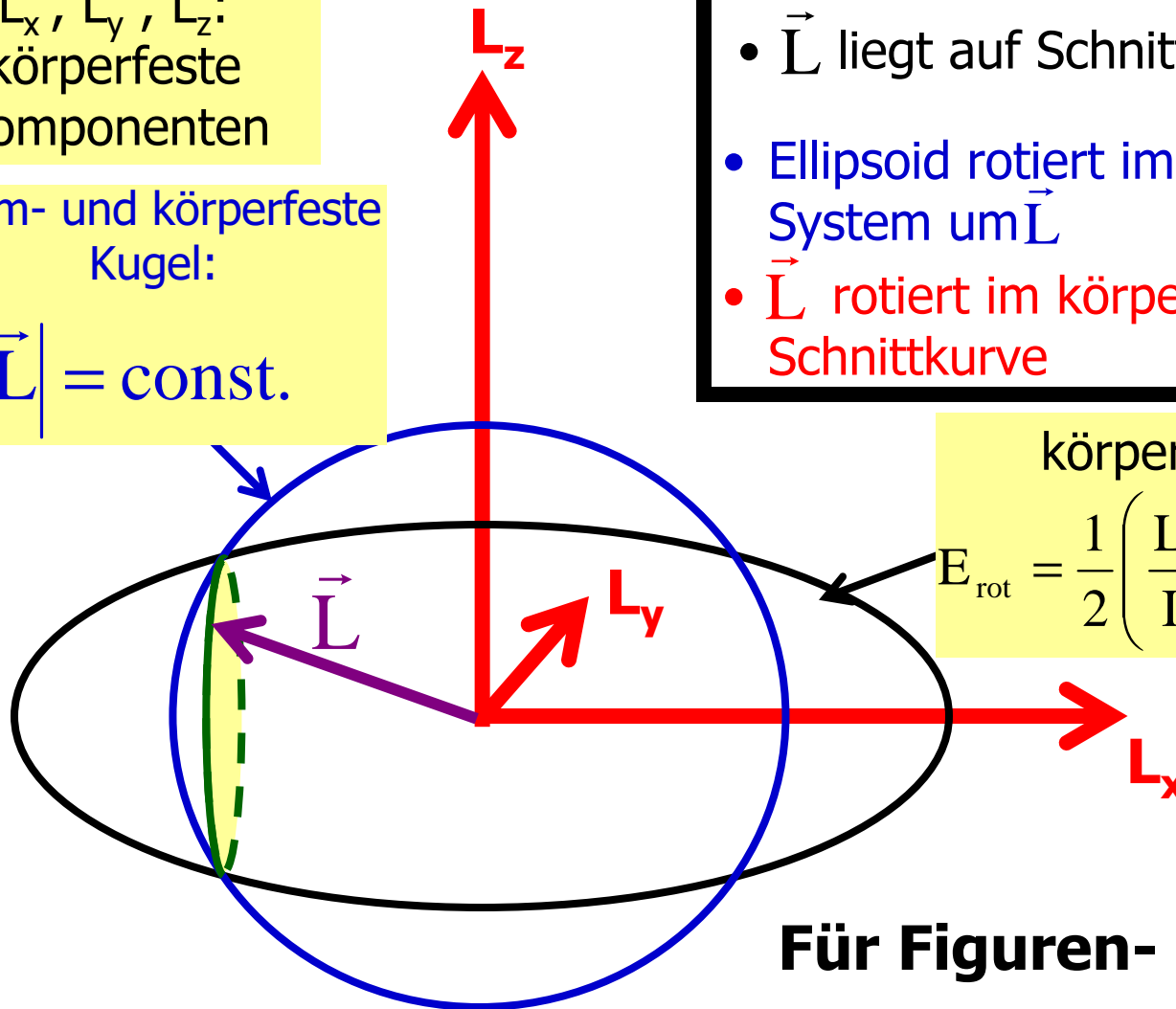
raum- und körperfeste  
Kugel:

$$|\vec{L}| = \text{const.}$$

- $\vec{L}$  liegt auf Schnittkurve
- Ellipsoid rotiert im raumfesten System um  $\vec{L}$
- $\vec{L}$  rotiert im körperfesten System um Schnittkurve

körperfester Ellipsoid:

$$E_{\text{rot}} = \frac{1}{2} \left( \frac{L_x^2}{I_x} + \frac{L_y^2}{I_y} + \frac{L_z^2}{I_z} \right) = \text{const.}$$



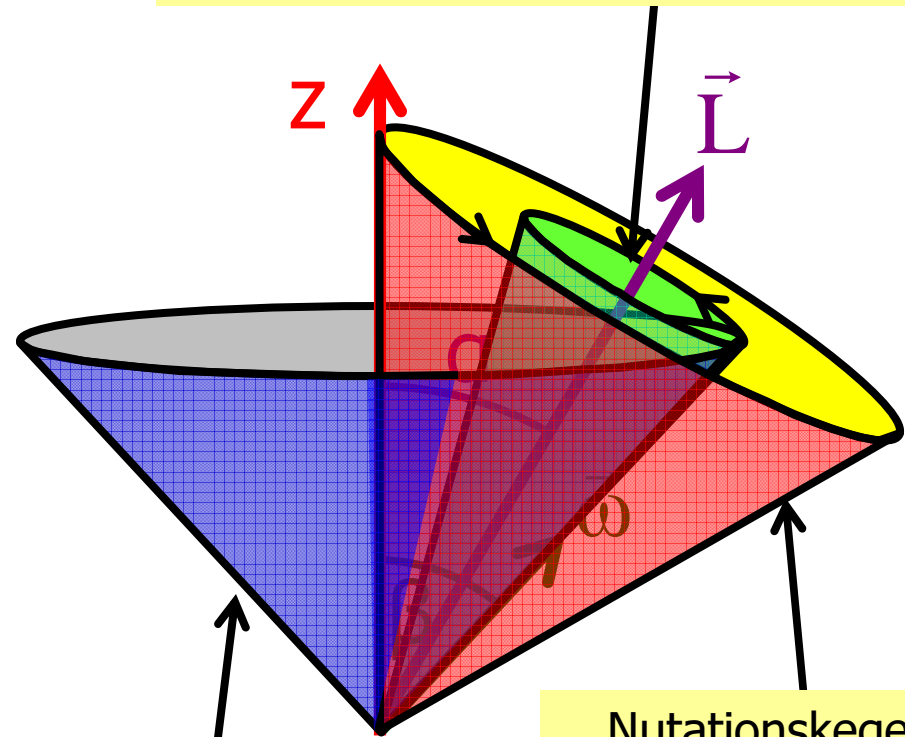
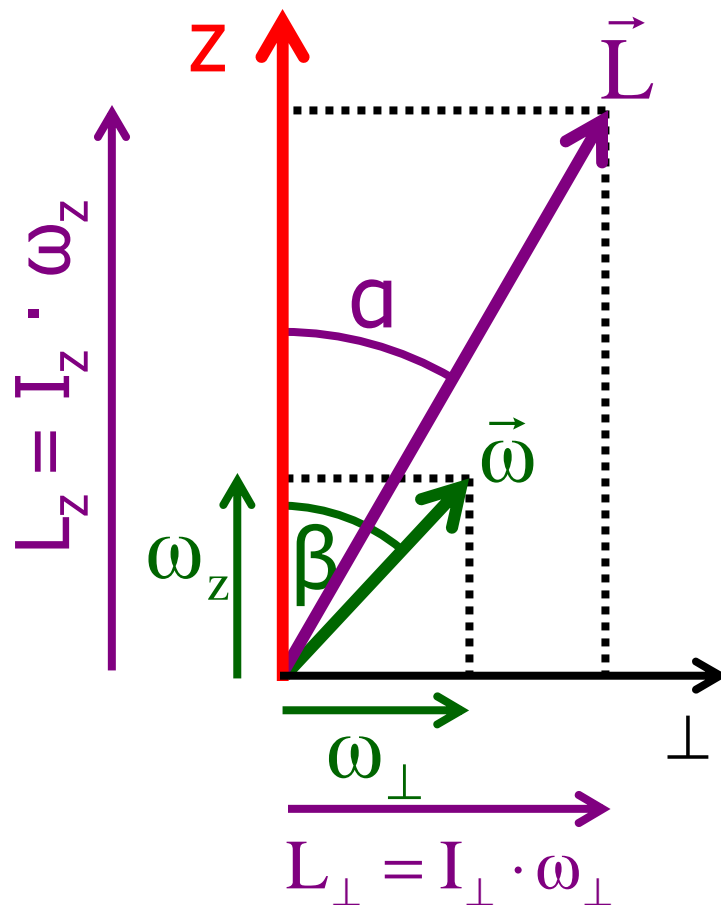
**Für Figuren- und Drehachse**

# 4.8. Kreisel: Nutation

im raumfesten (nicht rotierenden System):

Rastpolkegel, Öffnungswinkel  $|\beta - \alpha|$   
(Ort der momentanen Drehachse)

Figurenachse



Nutationskegel  
Öffnungswinkel  $\alpha$

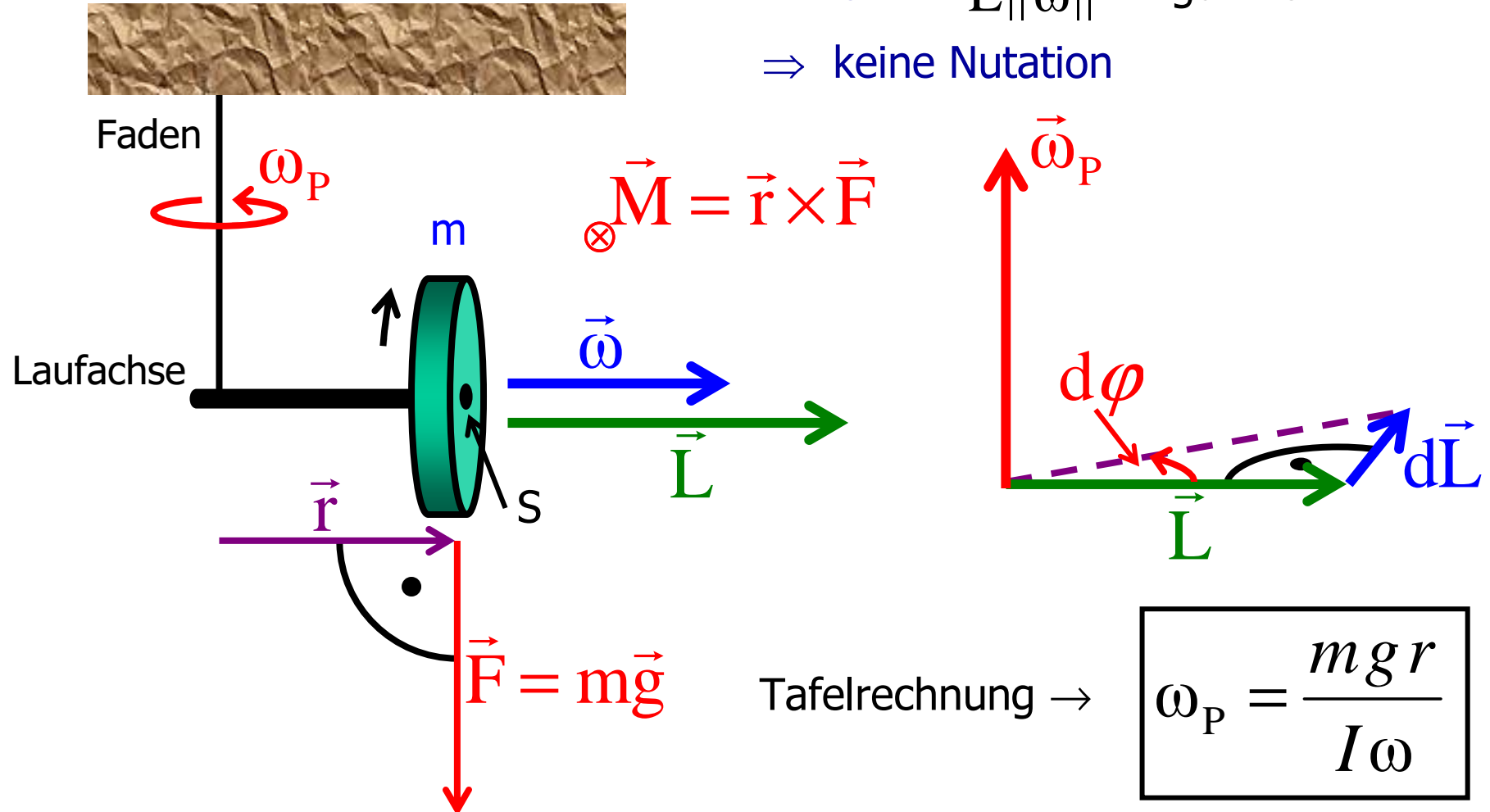
Gangpolkegel, Öffnungswinkel  $\beta$   
(rollt auf Rastpolkegel ab)

# 4.8. Kreisel: Präzession

## i) Präzession des Gyroskops:

Betrachte  $\vec{L} \parallel \vec{\omega}$  Figurenachse

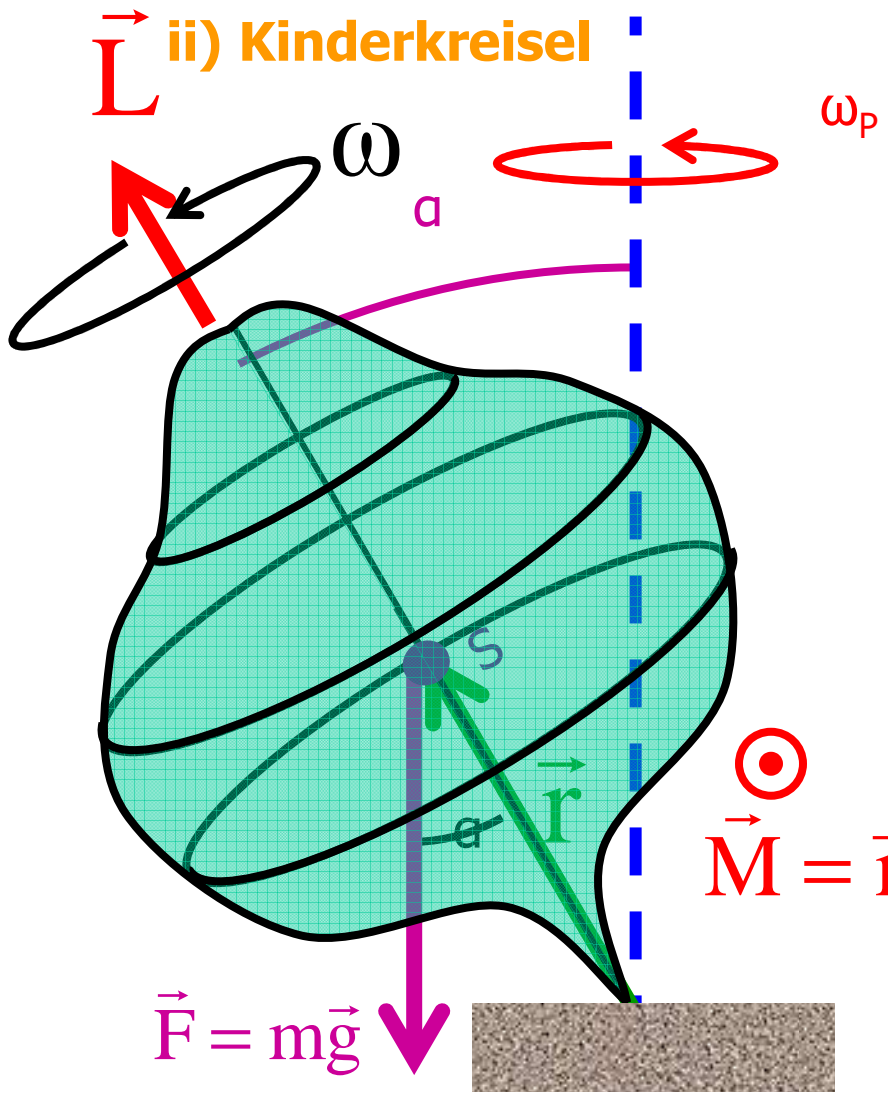
$\Rightarrow$  keine Nutation



Tafelrechnung  $\rightarrow$

$$\omega_P = \frac{m g r}{I \omega}$$

# 4.8. Kreisel: Präzession

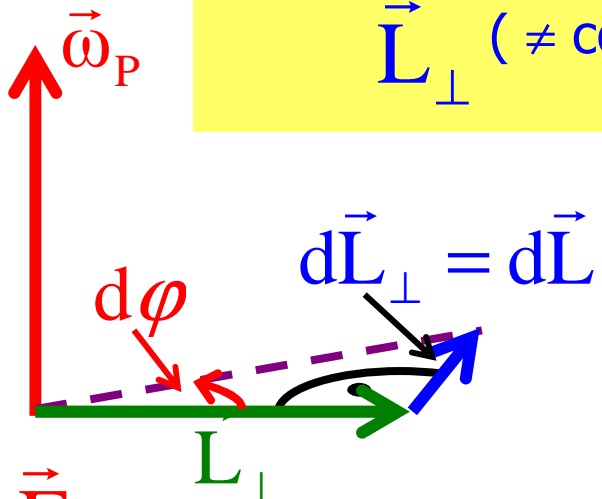


$\vec{L}$

$L_{\perp} = L \cdot \sin \alpha$

$\vec{L}_{\parallel} = \text{const.}$

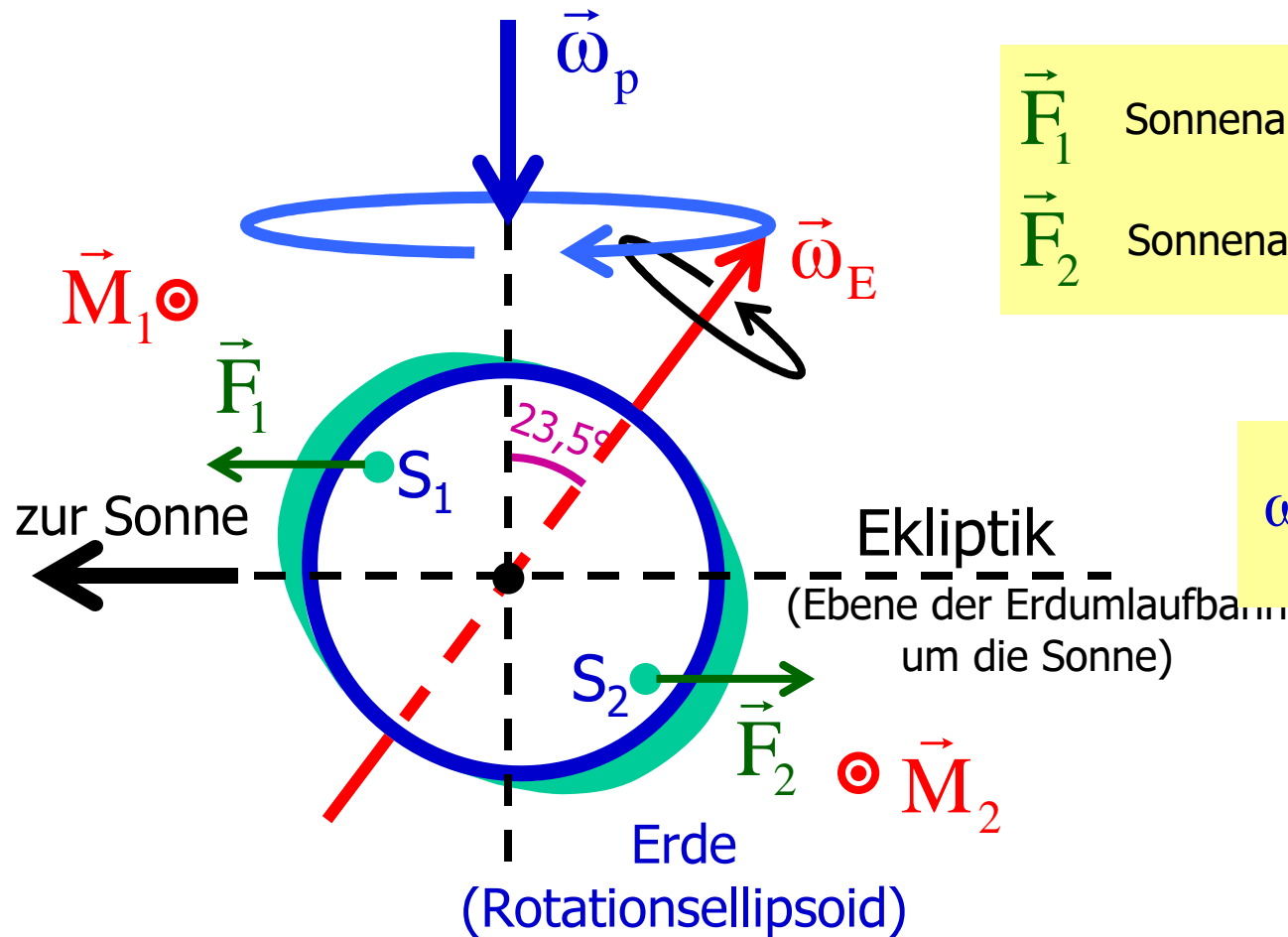
$\vec{L}_{\perp} (\neq \text{const.})$



Tafelrechnung  $\rightarrow$

$$\omega_p = \frac{m g r}{I \omega}$$

# 4.8. Kreisel: Erdpräzession



- $\vec{F}_1$  Sonnenanziehung > Zentrifugalkraft
- $\vec{F}_2$  Sonnenanziehung < Zentrifugalkraft

$$\omega_p = \frac{2\pi}{26000 \text{ Jahre}}$$

Zusätzlich: Rotationsachse  $\neq$  Figurenachse  $\Rightarrow$  Nutation

$$\omega_N = \frac{2\pi}{305 \text{ Tage}}$$