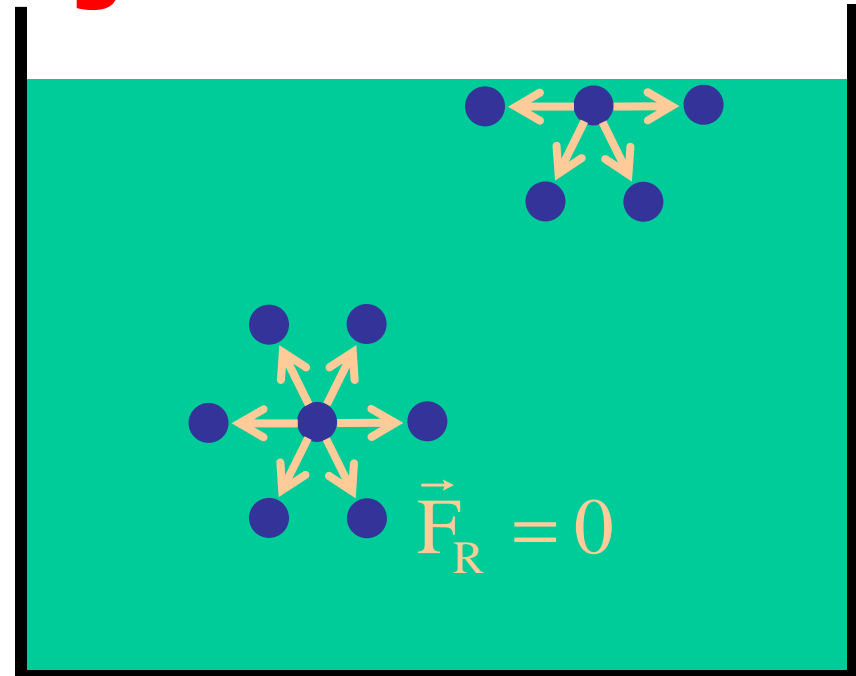


## 5.4. Grenzflächen von Flüssigkeiten



$$E_{\text{pot}} \Big|_{\text{Oberfläche}} > E_{\text{pot}} \Big|_{\text{Innen}}$$



Def.: Sei  $\Delta W$  die Arbeit, die für die Vergrößerung der Oberfläche um  $\Delta A$  aufgebracht werden muss. Dann heißt

$$\varepsilon = \frac{\Delta W}{\Delta A} \quad \left( [\varepsilon] = 1 \text{ J m}^{-2} \right)$$

**spezifische Oberflächenenergie** der Flüssigkeit.

## 5.4. Grenzflächen von Flüssigkeiten



Messung der spezifischen Oberflächenenergie:

$$dW = F \cdot ds = \varepsilon \cdot dA$$

$$dA = 2L \cdot ds$$

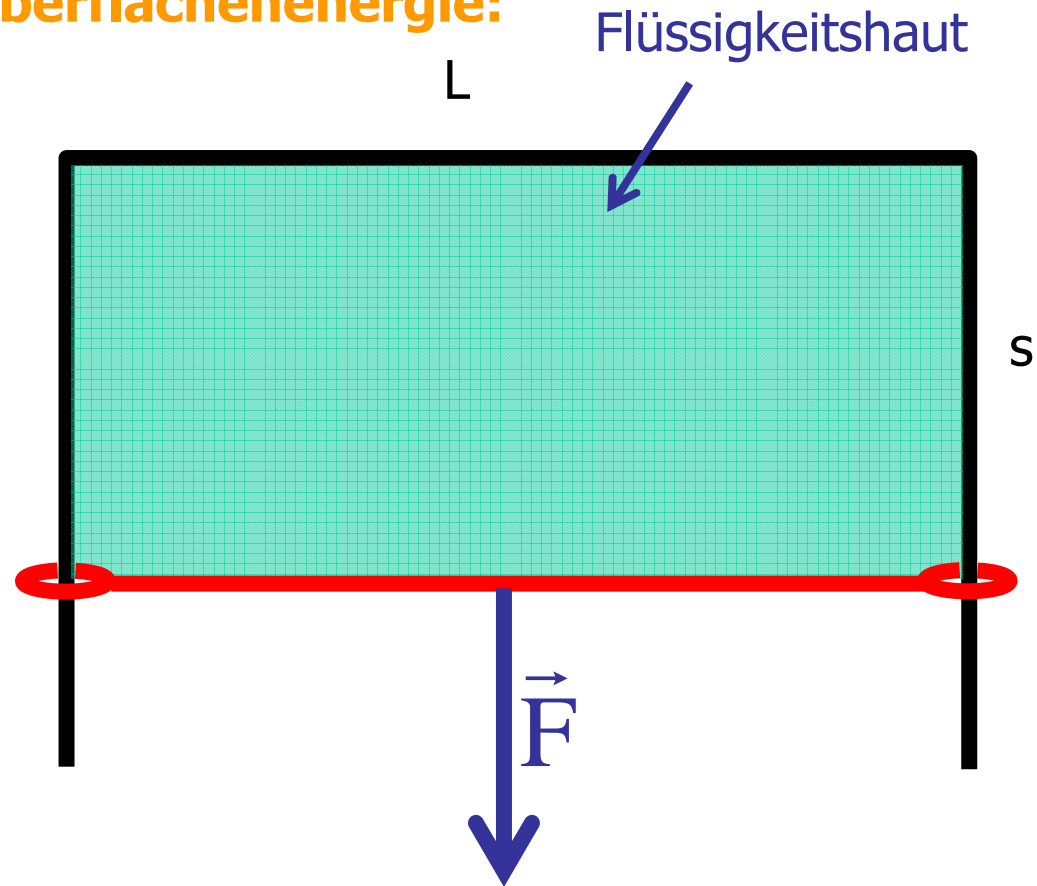
2 Oberflächen

⇒

$$F = 2L\varepsilon$$

⇒

$$\varepsilon = \frac{F}{2L} \equiv \sigma$$



Def.:  $\sigma = \text{Oberflächenspannung}$  = tangentielle Zugkraft pro Länge der Begrenzungslinie der Oberfläche

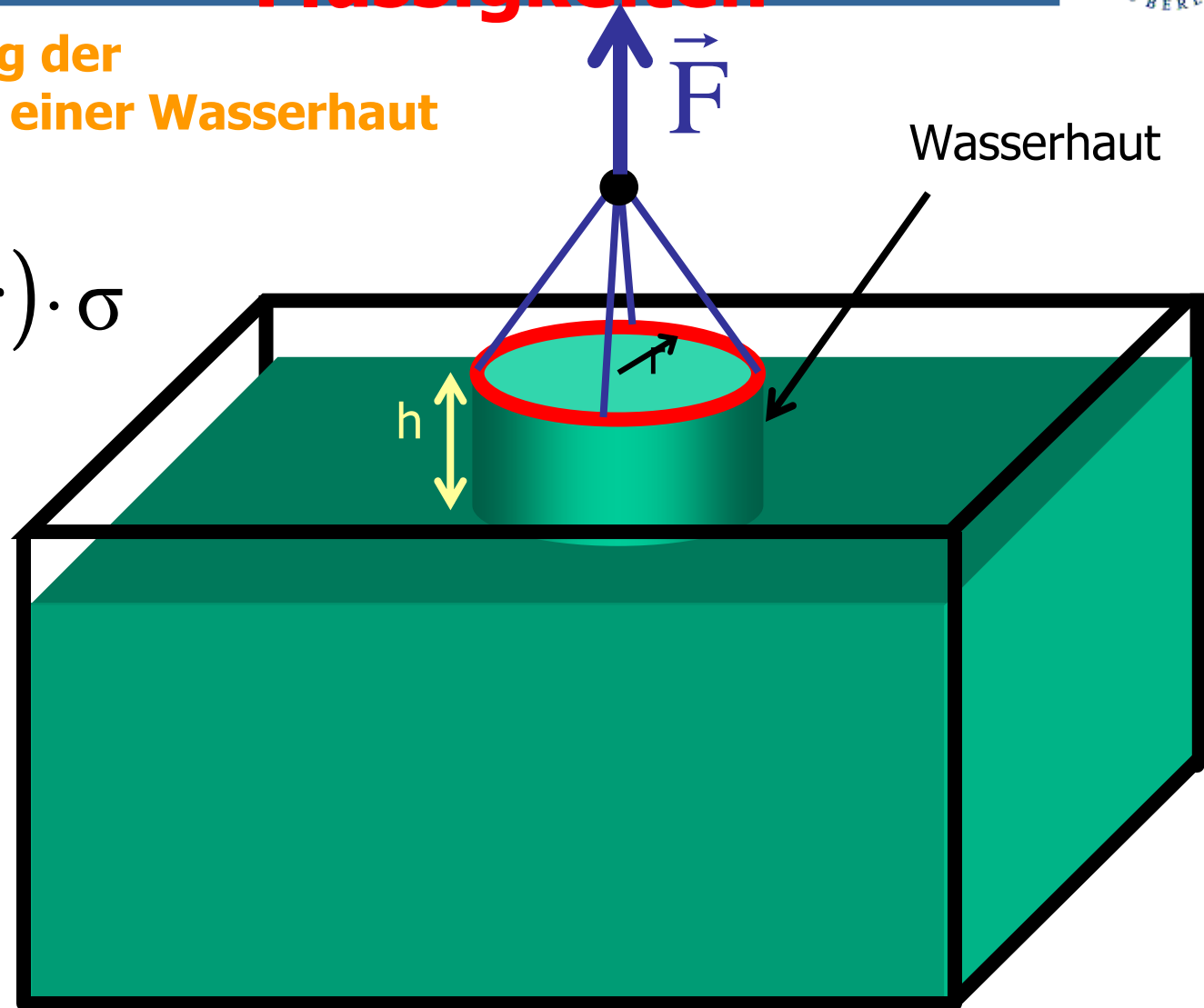
# 5.4. Grenzflächen von Flüssigkeiten



**Beispiel: Messung der Zerreißfestigkeit einer Wasserhaut**

$$F = 2 \cdot (2\pi r) \cdot \sigma$$

(Gewicht der Haut vernachlässigt)

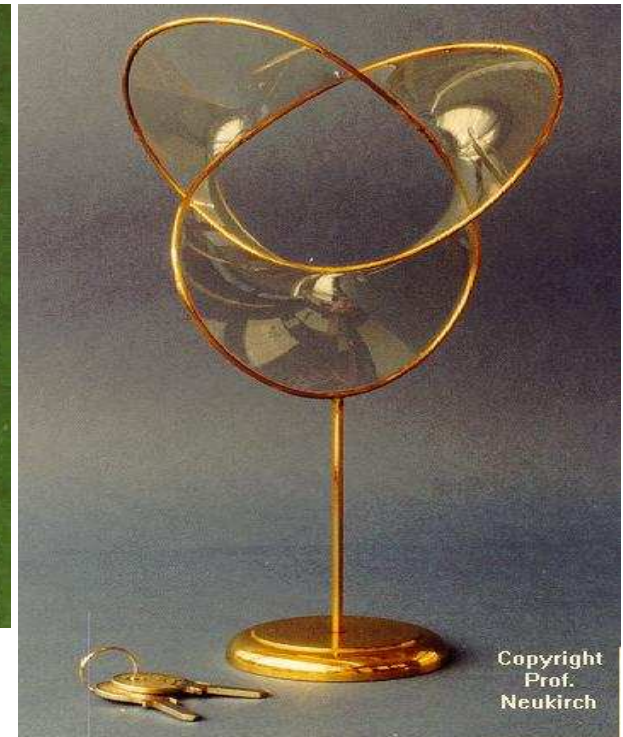
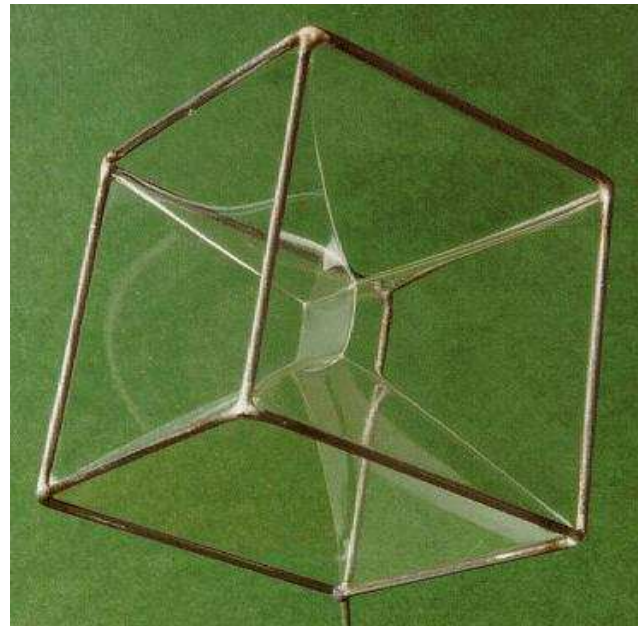
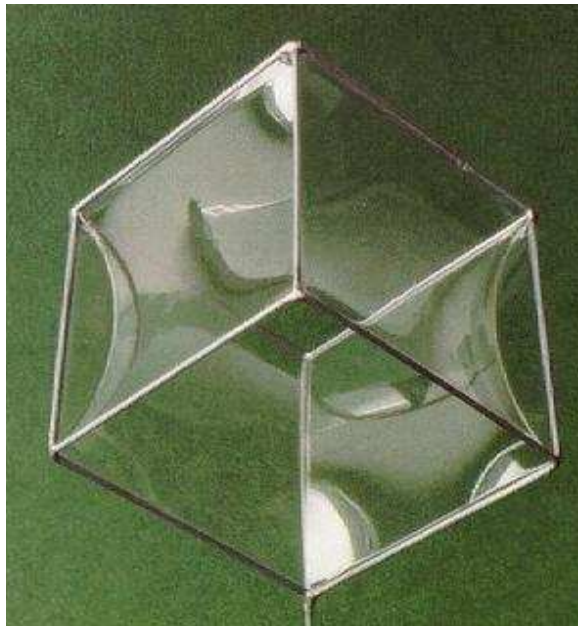


## 5.4. Grenzflächen von Flüssigkeiten



### Minimalflächen:

Bei vorgegebenen **Randlinien** nimmt die Flüssigkeitshaut die zweidimensionale Form mit minimaler Energie an. Bei vernachlässigtem Gewicht ist dies eine Fläche mit (relativ) minimalem Flächeninhalt, eine **Minimalfläche**. Unberandete Flüssigkeiten bilden also Kugeltropfen.



[http://www.uni-regensburg.de/Fakultaeten/nat\\_Fak\\_I/sammlung/mnf2.htm](http://www.uni-regensburg.de/Fakultaeten/nat_Fak_I/sammlung/mnf2.htm)  
[http://www.uni-regensburg.de/Fakultaeten/nat\\_Fak\\_I/sammlung/mnf1.htm](http://www.uni-regensburg.de/Fakultaeten/nat_Fak_I/sammlung/mnf1.htm)

## 5.4. Grenzflächen



### Seifenblasen:

Aufblähen:  $r \rightarrow r + dr$

$$dA = d(2 \cdot 4\pi r^2) = 16\pi r \cdot dr$$

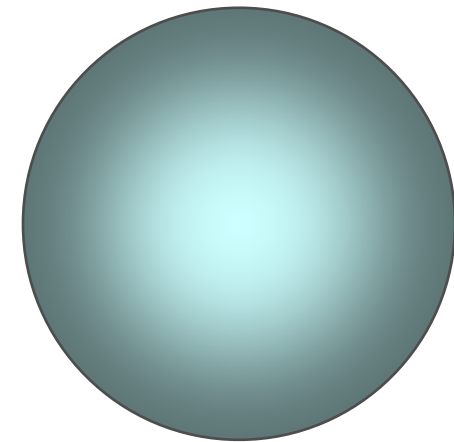
$$dW_{Ob} = \varepsilon \cdot dA = 16\pi r \varepsilon \cdot dr$$

$$dW_{\Delta p} = \Delta p \cdot (4\pi r^2) \cdot dr$$

$dW_{\Delta p} > dW_{Ob}$ : Blase expandiert

$dW_{\Delta p} < dW_{Ob}$ : Blase schrumpft

$dW_{\Delta p} = dW_{Ob}$ : Blase stationär  $\rightarrow$

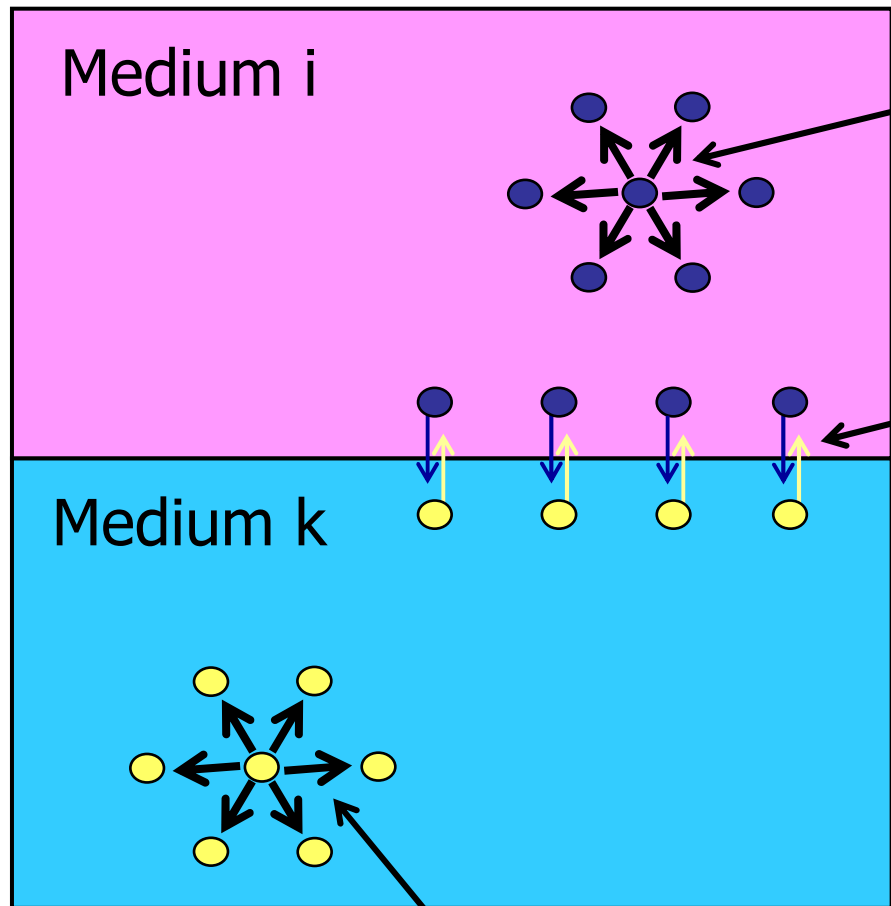


Seifenblase

$$\Delta p = \frac{4\varepsilon}{r} \propto \frac{1}{r}$$

Experiment: Kleine Blase bläst große Blase auf

## 5.4. Grenzflächen verschiedener Medien



Kohäsionskräfte

Adhäsionskräfte

Def.: Grenzflächenspannung

$$\sigma_{ik} = \varepsilon_{ik}$$

$\varepsilon_{ik}$  = Energieaufwand pro

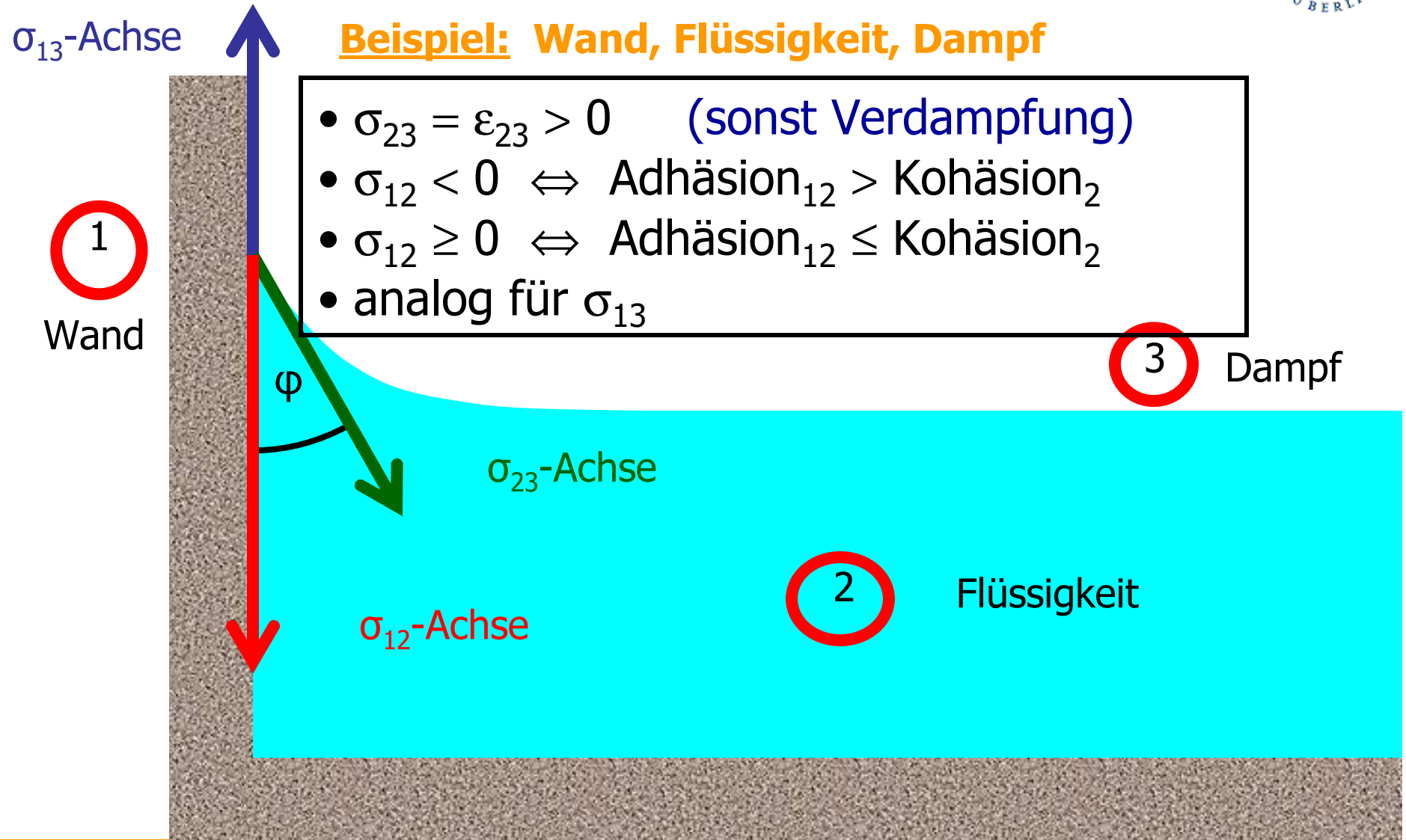
Grenzflächenvergrößerung

Kohäsionskräfte

## 5.4. Grenzflächen verschiedener Medien

### Beispiel: Wand, Flüssigkeit, Dampf

- $\sigma_{23} = \varepsilon_{23} > 0$  (sonst Verdampfung)
- $\sigma_{12} < 0 \Leftrightarrow \text{Adhäsion}_{12} > \text{Kohäsion}_2$
- $\sigma_{12} \geq 0 \Leftrightarrow \text{Adhäsion}_{12} \leq \text{Kohäsion}_2$
- analog für  $\sigma_{13}$



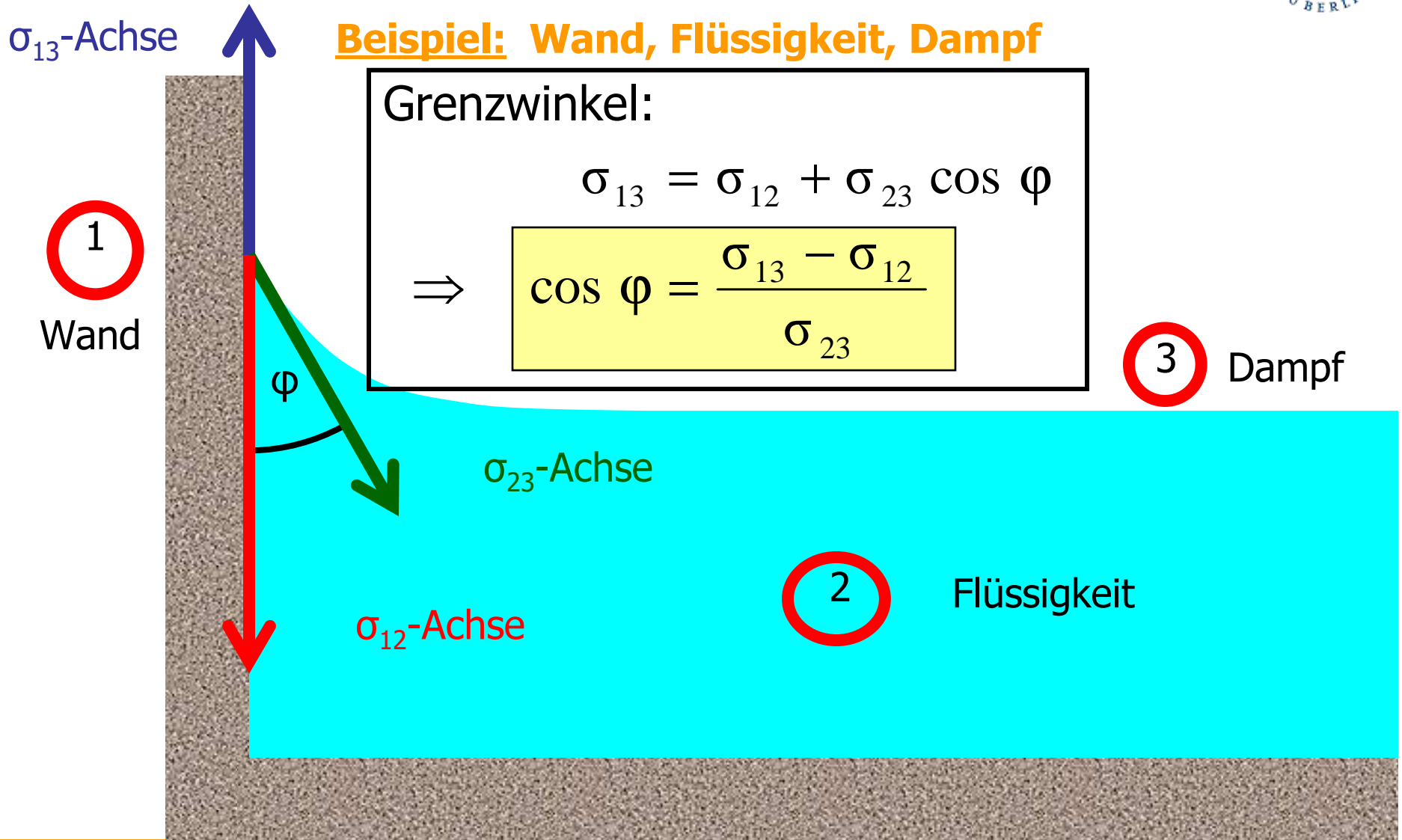
# 5.4. Grenzflächen verschiedener Medien

**Beispiel: Wand, Flüssigkeit, Dampf**

Grenzwinkel:

$$\sigma_{13} = \sigma_{12} + \sigma_{23} \cos \varphi$$

$$\Rightarrow \cos \varphi = \frac{\sigma_{13} - \sigma_{12}}{\sigma_{23}}$$



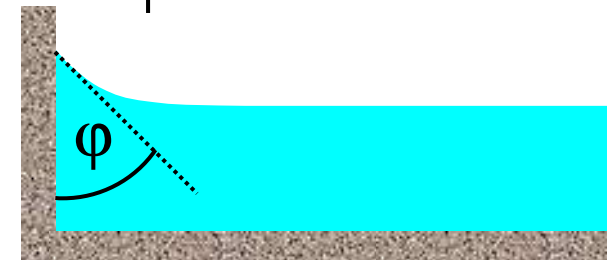


## 5.4. Grenzflächen

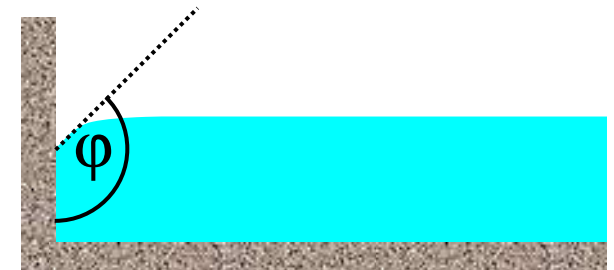
$$\cos \varphi = \frac{\sigma_{13} - \sigma_{12}}{\sigma_{23}}$$

Def.:  $\sigma_{13} - \sigma_{12} = \text{Adhäsionsspannung} = \sigma_{23} \cos \varphi$

$$\sigma_{13} - \sigma_{12} > 0 \quad \Rightarrow \quad \varphi < 90^\circ$$



$$\sigma_{13} - \sigma_{12} < 0 \quad \Rightarrow \quad \varphi > 90^\circ$$



$$\sigma_{13} - \sigma_{12} > \sigma_{23} \quad \Rightarrow \quad \text{vollständige Benetzung}$$

