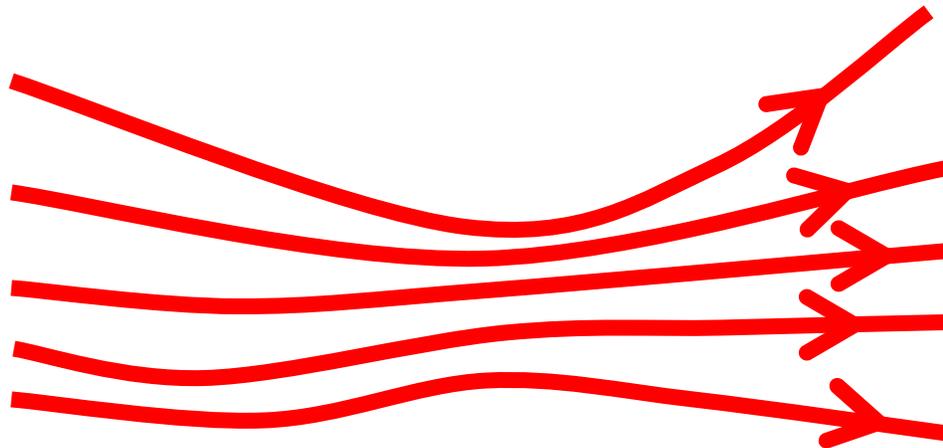


7.4. Laminare Strömungen



Innere Reibung in Flüssigkeiten und Gasen

Def.: Laminare (schlichte) Strömung →



Bewegungslinien der
Volumenelemente

Abgleiten dünner
Schichten ohne
Verwirbelung

Gegensatz: Turbulente Strömung

7.4. Innere Reibung von Flüssigkeiten

Def.: Innere Reibung im Strömungsfeld $\vec{v}(\vec{r})$:

$$d\vec{F}_{1,2} = \begin{cases} \text{Reibungskräfte} \\ \text{zwischen den} \\ \text{Randschichten} \end{cases}$$

$$d\vec{F}_{1,2} = \eta \cdot \left. \frac{\partial \vec{v}}{\partial x} \right|_{x_{1,2}} \cdot dA$$

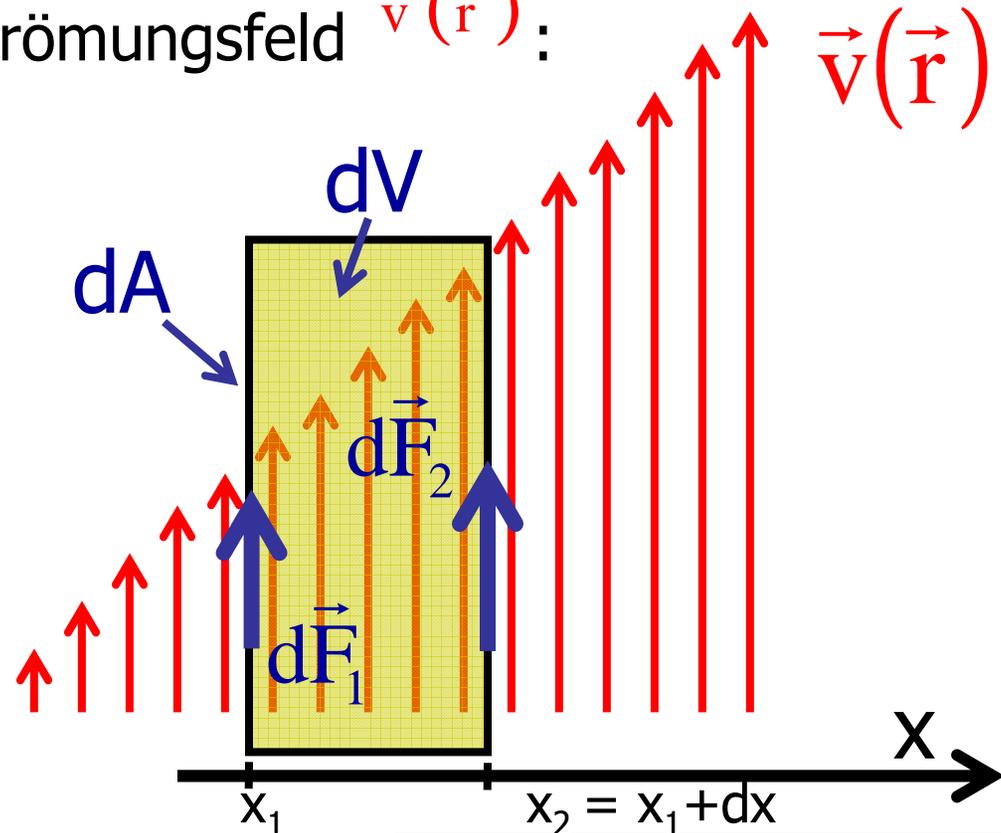
Viskosität (Zähigkeit)

$$[\eta] = 1 \text{ N s m}^{-2}$$

$$d\vec{F}_R = d\vec{F}_2 - d\vec{F}_1 = \eta \cdot \frac{\partial^2 \vec{v}}{\partial x^2} \cdot \underbrace{dx \cdot dA}_{dV}$$

allgemein \rightarrow

$$\begin{aligned} d\vec{F}_R &= \eta \cdot \Delta \vec{v}(\vec{r}) \cdot dV \\ \vec{f}_R &= \eta \cdot \Delta \vec{v}(\vec{r}) \end{aligned}$$



7.4. Gesetz von Hagen-Poiseuille

Anwendung: Kapillarviskosimeter

Gleichgewicht: Reibungskraft = Druckkraft

$$\Rightarrow v(r) = \frac{p_1 - p_2}{L} \cdot \frac{R^2 - r^2}{4\eta}$$

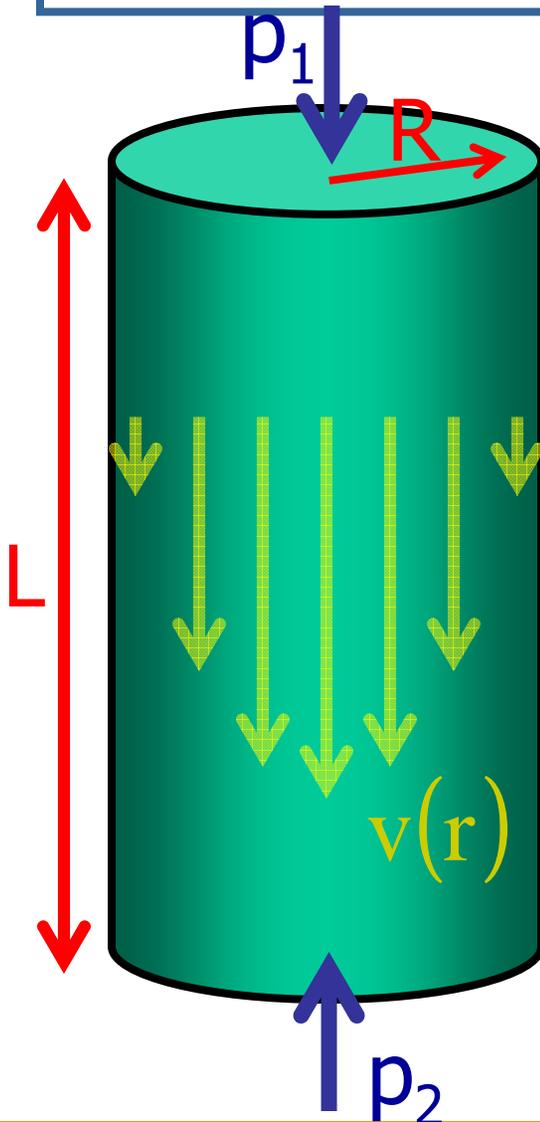
$\underbrace{\hspace{10em}}_{|\vec{\nabla} p|}$

Parabel

$$\text{Durchfluss: } I = \frac{dV}{dt} = \int_0^R v(r) \cdot 2\pi r \, dr$$

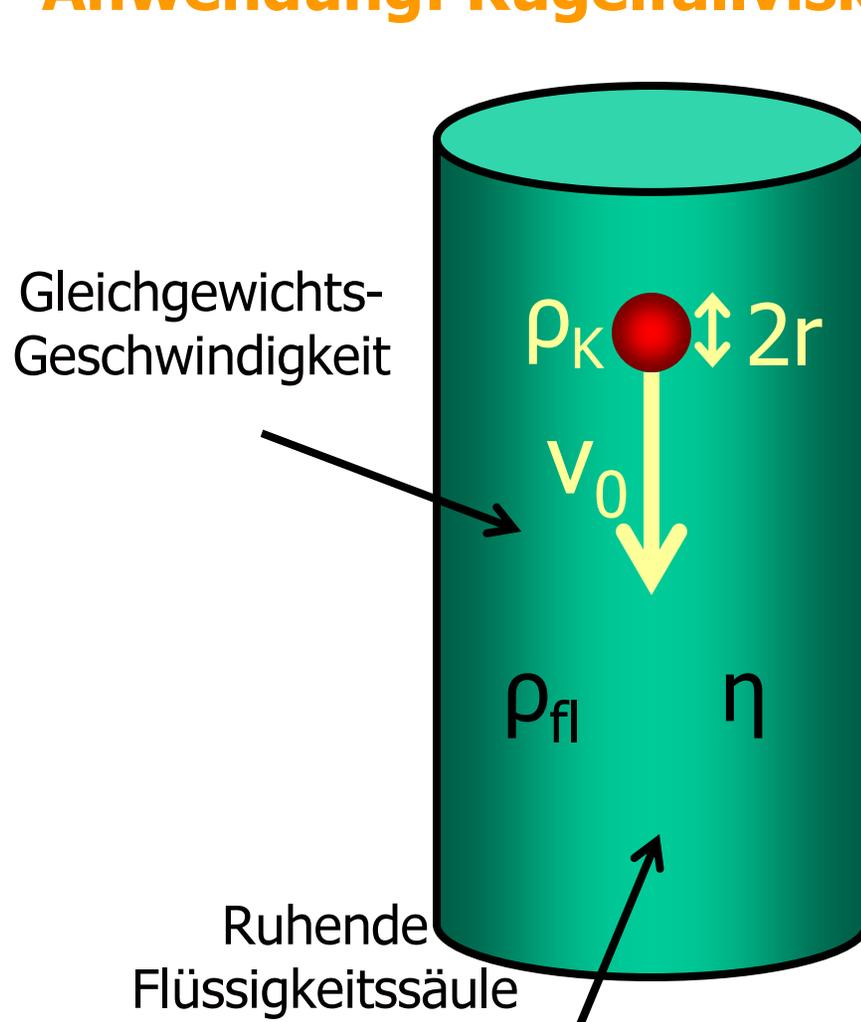
Hagen-Poiseulle-Gesetz

$$\Rightarrow I = \frac{\pi R^4}{8\eta} \cdot |\vec{\nabla} p| \propto \frac{R^4}{\eta}$$



7.4. Gesetz von Stokes

Anwendung: Kugelfallviskosimeter



Auftrieb

Schwerkraft: $F_g = \frac{4}{3} r^3 \pi (\rho_K - \rho_{fl}) g$

Reibungskraft (kleine Kugeln):

Stokessches Gesetz:

$$F_R \approx -6\pi\eta r v_0$$

Kräfte-Gleichgewicht \Rightarrow

$$v_0 = \frac{2}{9} g \frac{r^2}{\eta} (\rho_K - \rho_{fl}) \propto \frac{r^2}{\eta}$$

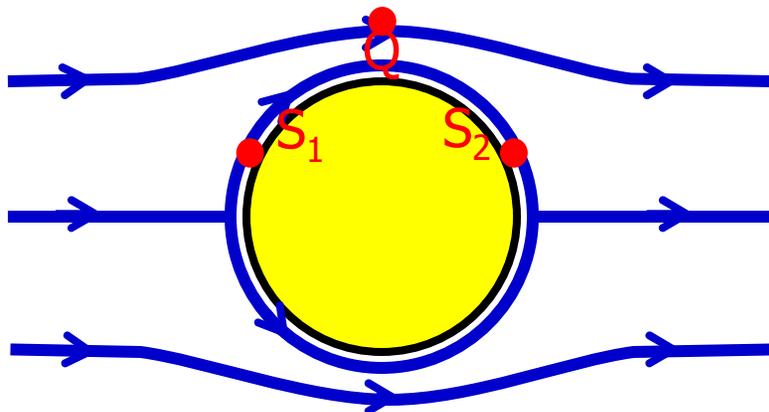
7.5. Wirbelbildung und Auftrieb



Wirbelbildung: Wände/Kanten mit großer Haftreibung $\rightarrow \Delta \vec{v}$ groß

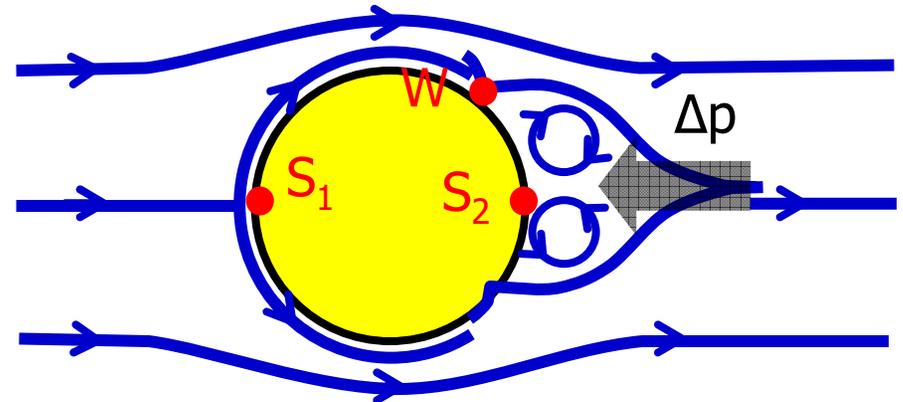
Beispiel: Umströmter Kreiszyylinder

v klein, keine Reibung
laminar



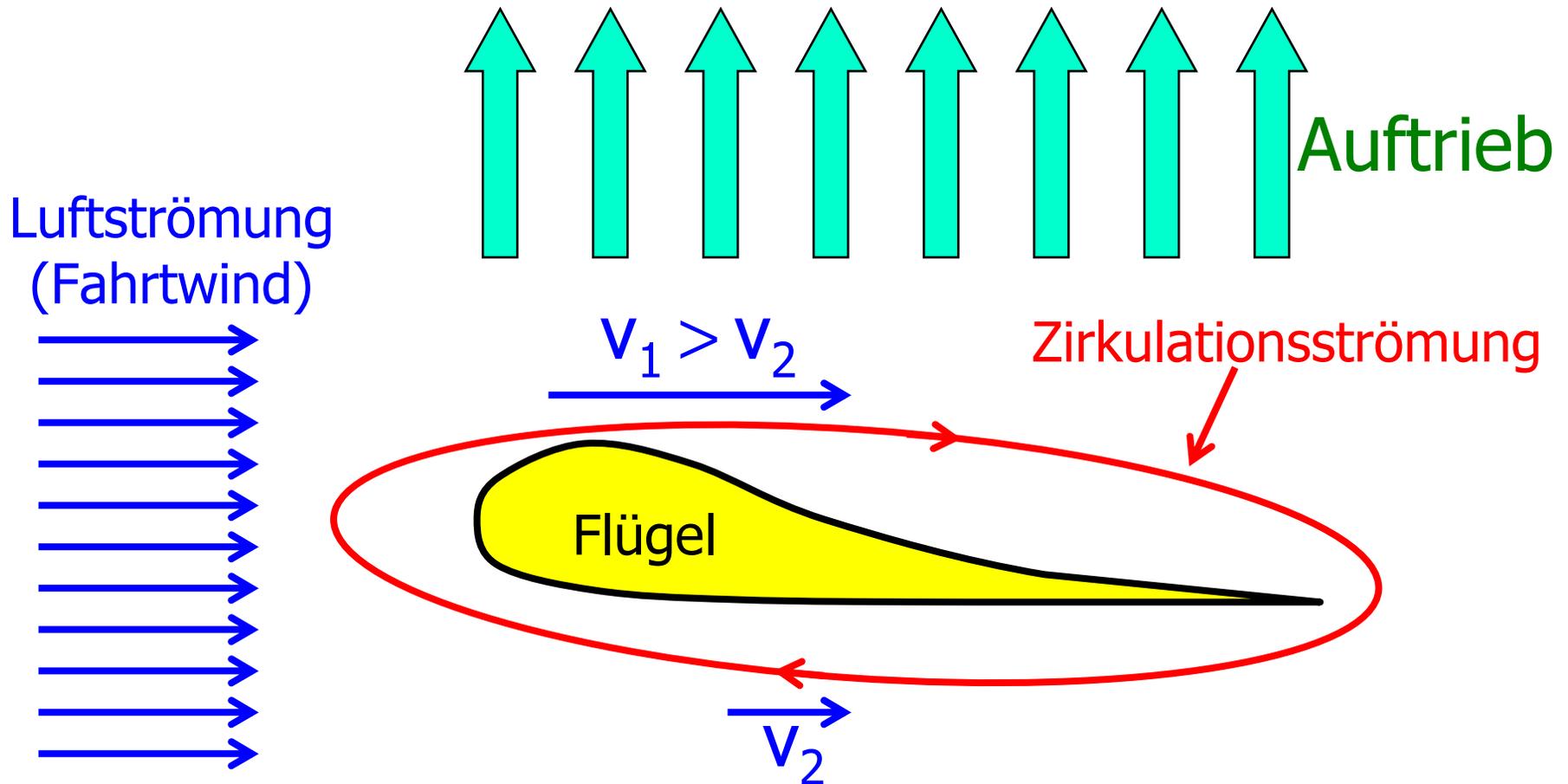
- S_1 : $v = 0$ $p(S_1) = p_0$
- Q : $v = \max$ $p(Q) = \min < p_0$
- S_2 : $v = 0$ $p(S_2) = p_0$

v groß, Oberflächenreibung
turbulent

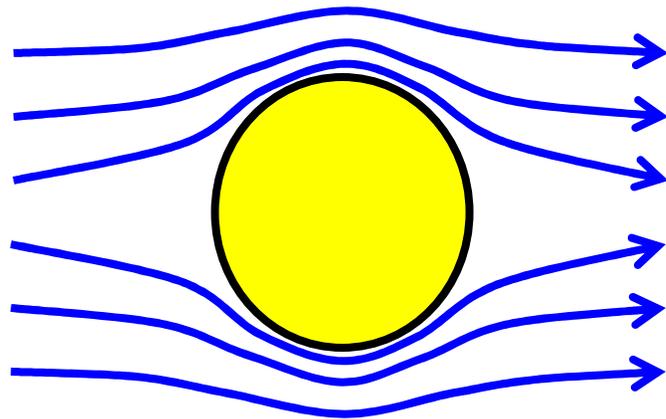


- Reibung $\Rightarrow v(W) = 0$
- Vakuum bei $S_2 \Rightarrow$ Wirbel
- v groß in Wirbeln $\Rightarrow p$ bei $S_2 < p$ bei $S_1 \Rightarrow$ „Druckwiderstand“

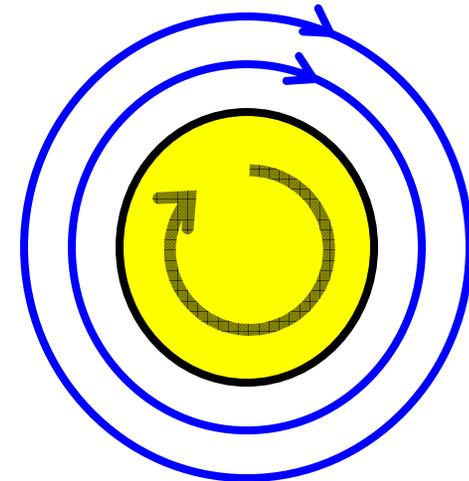
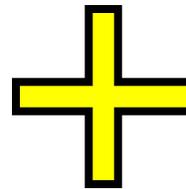
7.5. Aerodynamischer Auftrieb



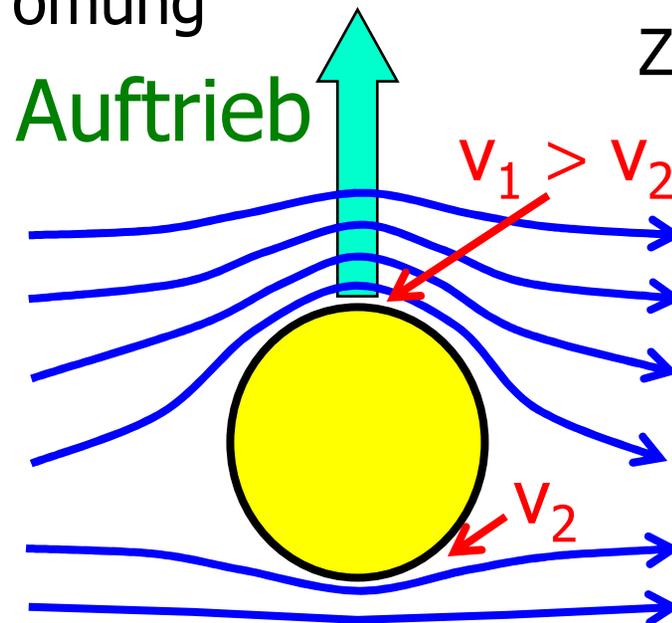
7.5. Magnus-Effekt



Laminare Strömung

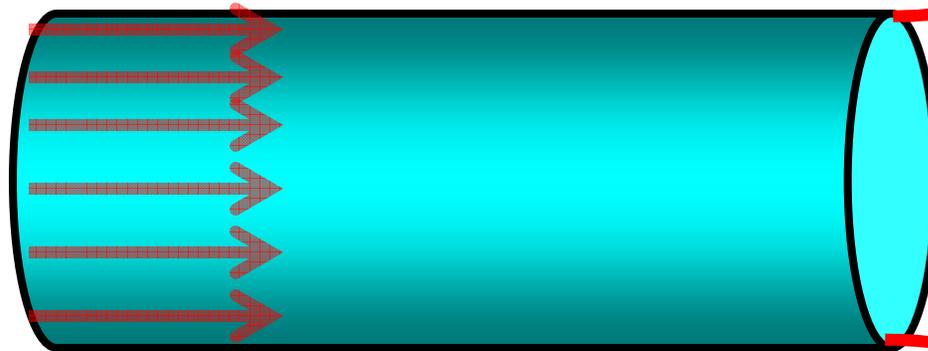


Zirkulationsströmung
durch Drehung



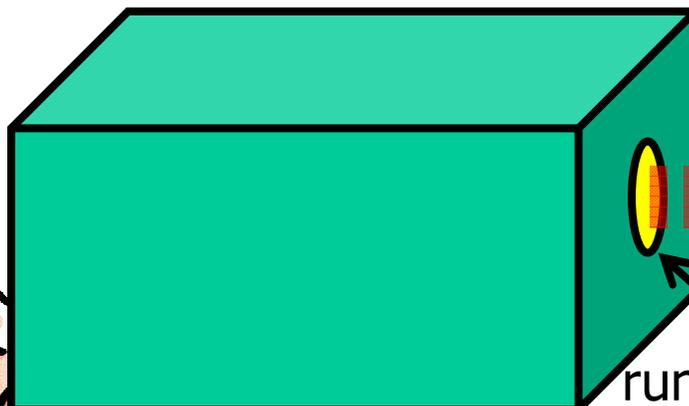
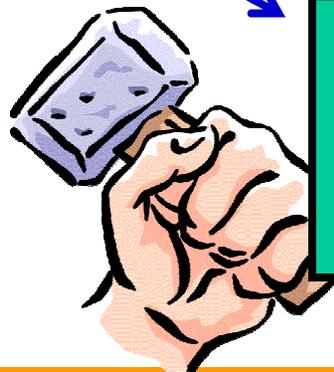
7.5. Kantenwirbel

Rohr

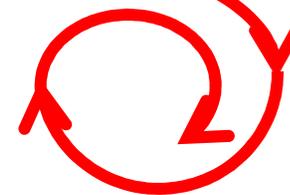


Kantenwirbel

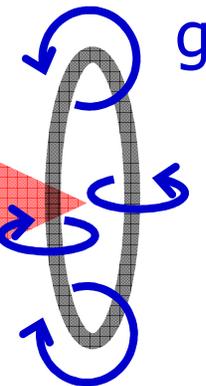
Membran



runde, scharfkantige
Öffnung



Wirbelrinne



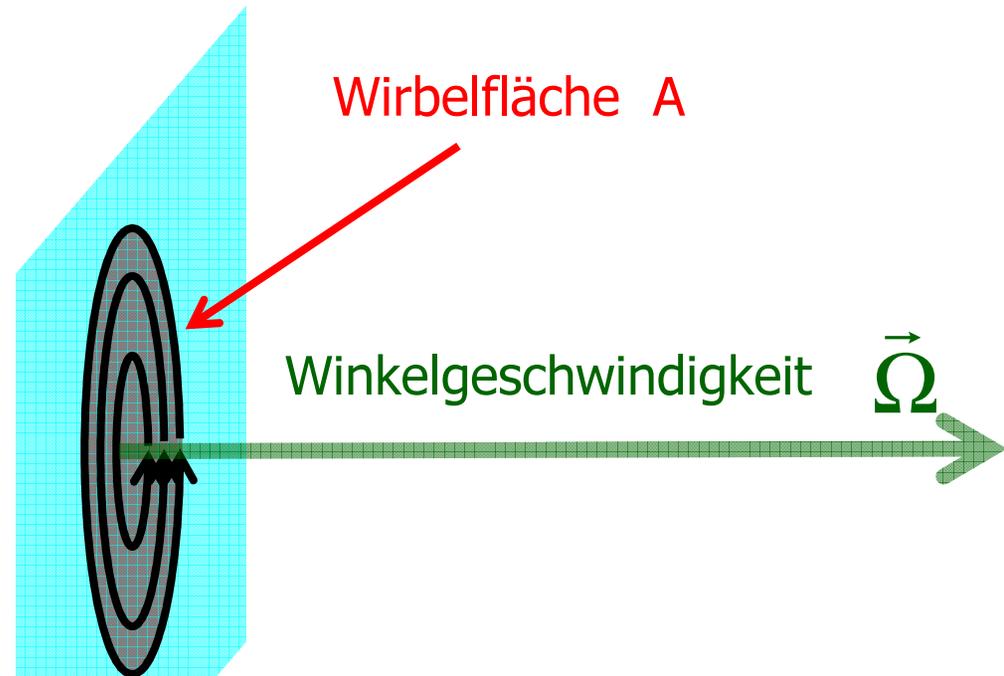
g

7.5. Wirbelstärke

Definition: Die Größe

$$\vec{\Omega} \cdot \vec{A} \quad \text{bzw.} \quad \iint_A \vec{\Omega} \cdot d\vec{A}$$

heißt Wirbelstärke

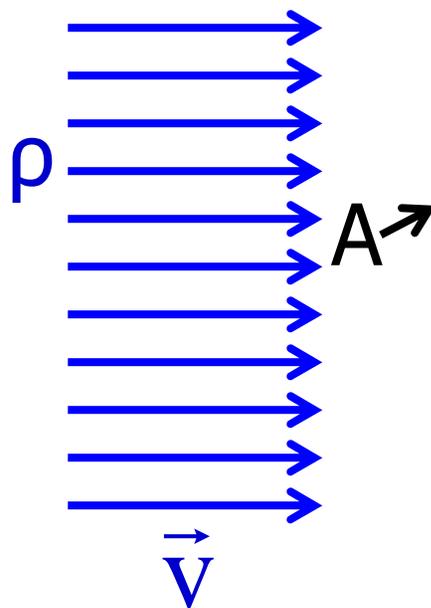


Helmholtzscher Wirbelsatz: In einer reibungsfreien Flüssigkeit ist die Wirbelstärke zeitlich konstant. Wirbel können weder entstehen noch vergehen.

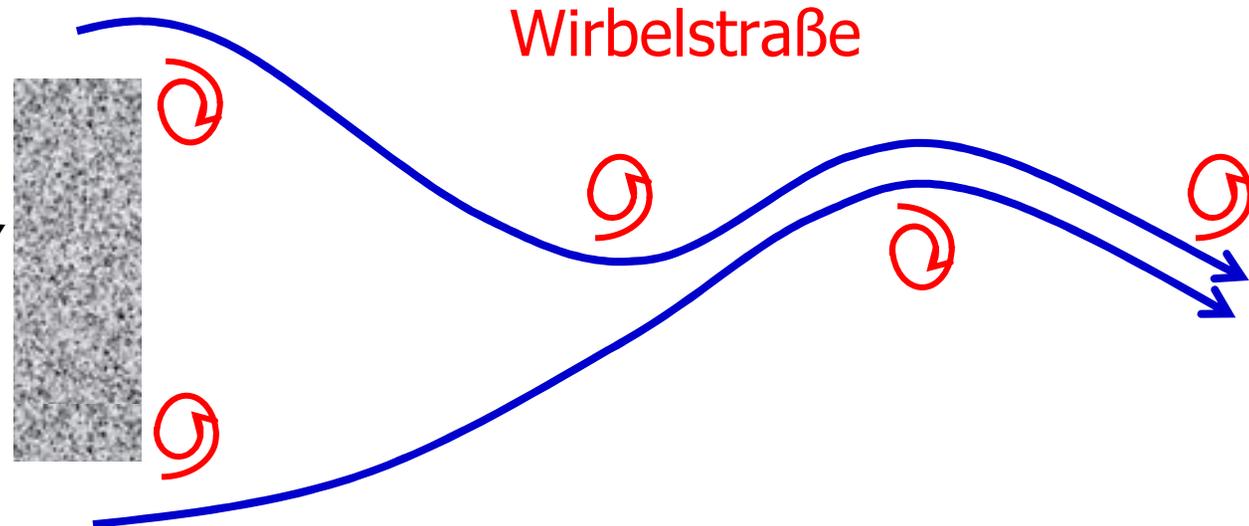
Anschaulich: Wegen Drehimpulserhaltung. Wirbel verhalten sich wie rotierende starre Körper.

7.5. Turbulente Strömung

Luftströmung
(Fahrtwind)



Turbulente Strömung und Strömungswiderstand



Reibung \Rightarrow Wirbel reißen ab \Rightarrow Wirbelstraße
 \Rightarrow Druckwiderstand + Reibungswiderstand

Bernoulli-Gleichung $\Rightarrow \Delta p \propto \frac{\rho}{2} v^2$

\rightarrow Parametrisierung

$$F_W = c_W \cdot \frac{\rho}{2} v^2 A$$

$F_W =$ Widerstandskraft

$c_W =$ Widerstandsbeiwert