

# Physik 1: Mechanik und Thermodynamik

Humboldt–Universität zu Berlin, Wintersemester 2014/15,  
Dr. M. zur Nedden / Prof. Dr. S. Kowarik (VL),  
Dr. A. Nikiforov, A. Stasik, L. Pithan, M. Kerber und G. Hoffmann (UE)

## Übungsblatt 11

**Ausgabe: Do, 08. Januar 2015 in der Vorlesung oder online**

**Rückgabe: Do, 15. Januar 2015 vor Beginn der Vorlesung, 11.15 h**

### Aufgabe 1: Ideales Gas (35 %)

In einer Stahlflasche mit dem Volumen  $V = 50 \ell$  werde reines Helium transportiert. Die Flasche sei zuvor bei einer Umgebungstemperatur von  $T_U = 25^\circ\text{C}$  auf den maximalen Fülldruck von  $p_0 = 20 \text{ MPa}$  aufgefüllt worden. Betrachten Sie Helium näherungsweise als ein ideales Gas mit der Molmasse  $M_{\text{He}} = 4.0026 \text{ g/mol}$

1. Welche Stoffmenge Helium (in Mol) bzw. welche Heliummasse (in kg) befanden sich nach dem Abfüllen in der Flasche?
2. Beim Transport der Gasflasche erwärme sich diese mitsamt des Gases aufgrund von Sonneneinstrahlung auf  $T_U = 50^\circ\text{C}$ . Bestimmen Sie den Druck in der Gasflasche nach der Erwärmung.
3. Nehmen Sie nun an, dass sich die Gasflasche am Ende des Transportes wieder auf  $T_U = 25^\circ\text{C}$  abkühle. Bei der Lagerung werde nun das Ventil beschädigt, so dass kontinuierlich ein kleiner und mit exponentiell fallendem Gasdruck in der Flasche abnehmender Heliumstrom aus der Flasche entweiche. Nehmen Sie dabei an, dass die Temperatur konstant auf  $T = 25^\circ\text{C}$  bleibe. Nach einem Tag sei der Druck um  $\Delta p = 1 \text{ MPa}$  gefallen. Beschreiben Sie diesen Druckabfall  $p(t)$  durch einen geeigneten analytischen Ansatz. Bestimmen Sie die exponentielle Zeitkonstante  $\tau$ . Diese beschreibt die Zeit, nach der der Druck auf den  $1/e$ -ten Teil abgesunken ist.

### Aufgabe 2: Maxwell-Boltzmann Verteilung (35 %)

Die in der Vorlesung hergeleitete Maxwell-Boltzmann'sche Geschwindigkeitsverteilung (Kap. 6.4.) der Moleküle eines Gases der Temperatur  $T$  hat die Form

$$f(v) = C \cdot v^2 \exp\left(-\frac{m \cdot v^2}{2 k_B \cdot T}\right). \quad (1)$$

1. Bestimmen Sie den Vorfaktor  $C$  derart, dass  $f(v)$  als Wahrscheinlichkeitsfunktion richtig normiert ist. Das bedeutet, dass die Wahrscheinlichkeit, ein Molekül mit einer beliebigen Geschwindigkeit zwischen  $v = 0$  und  $v = \infty$  genau 1 sein muss.

2. Ermitteln Sie die Geschwindigkeit  $v_p$ , bei der die Verteilung ihr Maximum durchläuft.
3. Bestimmen Sie  $v_p$  sowie die mittlere Geschwindigkeit  $v_{\text{avg}} = \sqrt{8RT/(\pi \cdot M)}$  für Helium bei einer Temperatur von  $T = 300 \text{ K}$  ( $M$ : Molmasse).
4. Skizzieren Sie den Verlauf der Verteilung  $f(v)$ . Wie vergleichen sich  $v_{\text{avg}}$  und  $v_p$ ?

Hinweise zur Rechnung:

$$\int_0^{+\infty} \exp(-\alpha \cdot x^2) dx = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} \quad (2)$$

$$-\frac{d}{d\alpha} \exp(-\alpha \cdot x^2) = x^2 \exp(-\alpha \cdot x^2) \quad (3)$$

Beachten Sie ferner:  $k_B \cdot N_A = R$  und  $M = N_A \cdot m$ .

### Aufgabe 3: Bernoulli- und Kontinuitätsgleichung (30 %)

Ein Springbrunnen schieße einen senkrechten Wasserstrahl mit einer Durchflussrate von  $\Phi = 0.1 \text{ l/s}$  in eine Höhe von  $H = 0.5 \text{ m}$ . Ferner betrage der Luftdruck  $p_L = 101000 \text{ Pa}$ .

1. Wie groß ist die Anfangsgeschwindigkeit  $v_0$  des Strahls und wie groß ist der Radius  $r_0$  der Auslassöffnung?
2. Wie groß muss der statische Druck genau unter der Auslassöffnung sein?
3. Wie groß ist die Geschwindigkeit des Strahles und dessen Durchmesser in einer Höhe von  $h = 20 \text{ cm}$ ? Vernachlässigen Sie für die Rechnung Reibung sowie Turbulenz- und Oberflächenspannungseffekte!