Kern– und Teilchenphysik, Monobachelor Physik

Humboldt–Universität zu Berlin, Wintersemester 2017/2018,
Prof. Dr. H. Lacker, Dr. J. Dietrich, Dr. S. Mergelmeyer

Hausaufgabenblatt 12

Abgabe: 21.01.2017 bis 13:15 vor Raum NEW 15 1'413/414

Aufgabe 1: Flavour-Wellenfunktionen von Baryonen

a) Rechnen Sie explizit nach, dass man die Spin-Flavour-Wellenfunktion für ein Proton mit $S_z = +1/2$ schreiben kann als $\frac{1}{\sqrt{18}}[uud(2\uparrow\uparrow\downarrow - \uparrow\downarrow\uparrow - \downarrow\uparrow\uparrow) + \text{Permutationen}]$, indem Sie von der Wellenfunktion $\frac{\sqrt{2}}{3}(\eta_{Flavour}(12)\cdot\chi_{Spin}(12) + \eta_{Flavour}(23)\cdot\chi_{Spin}(23) + \eta_{Flavour}(13)\cdot\chi_{Spin}(13))$ ausgehen. (1 Punkt)

b) Berechnen Sie explizit das magnetische Moment des Protons im Quarkmodell, indem Sie $< p \uparrow | \sum_{i=1,2,3} \mu_i (\sigma_z)_i | p \uparrow >$ als Funktion der magnetischen Quarkmomente $\mu_i = \frac{Q_i e}{2m_i}$ ausrechnen. Dabei ist $Q_i e$ die elektrische Ladung und m_i die Masse von Quark i, und $(\sigma_z)_i$ ist die Pauli-Matrix $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, die auf den Spinzustand von Quark i angewendet wird mit der Eigenschaft $\sigma_z|\uparrow>=|\uparrow>, \sigma_z|\downarrow>=-|\downarrow>$. (2 Punkte)

Aufgabe 2: Flavorzusammensetzung neutraler $I = S = 0$-Vektormesonen

Vektormesonen (ρ^0, ω, ϕ, ...) tragen die selben Quantenzahlen $J^{PC} = 1^{--}$ wie das Photon und können daher in der e^+e^--Annihilation über ein virtuelles Photon erzeugt werden.
Die partielle Zerfallsrate der Vektormesonen V nach e^+e^- können mit der Van Royen-Weisskopf-Formel berechnet werden: $\Gamma(V \to e^+e^-) = \frac{16\pi\alpha^2}{M_V^2} |\sum_{i=u,d,s} a_i^V Q_i|^2 |\psi(0)|^2$, mit der Masse M_V des Vektormesons V, der Quarkladung $Q_i e$, der Quarkflavourfunktion $a_u^V u\bar{u} + a_d^V d\bar{d} + a_s^V s\bar{s}$ für das Vektormeson, und der Amplitude $\psi(0)$ der $q\bar{q}$-Ortswellenfunktion am Ursprung.

a) Zeichnen Sie das Feynmandiagramm niedrigster Ordnung für den Zerfall $V \to e^+e^-$. (1 Punkt)

b) Sagen Sie $\Gamma(\rho \to e^+e^-)/\Gamma(\omega \to e^+e^-)$ und $\Gamma(\omega \to e^+e^-)/\Gamma(\phi \to e^+e^-)$ vorher, wenn Sie annehmen, dass $|\psi(0)|^2/M_V^2$ für alle drei Zerfälle gleich ist. (1 Punkt)

c) Benutzen Sie das Booklet der Particle Data Group, um die experimentellen Werte für $\Gamma(\rho \to e^+e^-)/\Gamma(\omega \to e^+e^-)$ und $\Gamma(\omega \to e^+e^-)/\Gamma(\phi \to e^+e^-)$ zu bestimmen. (1 Punkt)

Bitte wenden!

Aufgabe 3: α_s aus Quarkonium-Zerfällen

Es gelten folgende Vorhersagen in führender Ordnung für Quarkoniumzerfälle in leichte Hadronen: $\Gamma(V \to 3g) = \frac{160}{81}(\pi^2 - 9)\frac{\alpha_s^3(m_V^2)}{m_V^2}|\psi(0)|^2$, $\Gamma(V \to 2g\gamma) = \frac{128}{9}(\pi^2 - 9)\frac{\alpha\alpha_s^2(m_V^2)}{m_V^2}|\psi(0)|^2|Q_q|^2$. Dabei ist V ein Vektormeson ($J^{PC} = 1^{--}$, ${}^3S_1$-Zustand), Q_q die Ladung des Quarks q im Quarkonium und $|\psi(0)|^2$ die q–$\bar{q}$-Aufenthaltswahrscheinlichkeit am Ursprung. Weiter gilt: $\Gamma(V \to e^+e^-) = 16\pi\frac{\alpha^2}{m_V^2}|\psi(0)|^2|Q_q|^2$.
Bestimmen Sie α_s bei der $m(J/\psi)$-Massenskala aus den gemessenen Werten ($\to$ PDG) für $BF(J/\psi \to hadrons)$ und $BF(J/\psi \to e^+e^-)$. (3 Punkte)

Hinweis: 1. Der J/ψ-Zerfall in Hadronen findet auch über ein virtuelles Photon statt. Schätzen Sie $BF(V \to \gamma^* \to hadrons)$ aus $BF(J/\psi \to e^+e^-)$ mit Hilfe der entsprechenden Feynman-Diagramme ab. 2. Nullstellen einer Funktion können z. B. mit einer graphischen oder numerischen Methode bestimmt werden.