

Kern- und Teilchenphysik, Monobachelor Physik

Humboldt-Universität zu Berlin, Wintersemester 2017/2018,
Prof. Dr. H. Lacker, Dr. J. Dietrich, Dr. S. Mergelmeyer

Hausaufgabenblatt 6

Abgabe: 27.11.2017 bis 13:00 vor Raum NEW 15 1'413/414

Aufgabe 1: Zerfallsraten und Verzweigungszerfälle von β -Strahlern

Wir betrachten den β^+ -Zerfall ${}_{17}^{34}\text{Cl} \rightarrow {}_{16}^{34}\text{S} + e^+ + \nu_e$ und den sogenannten β^+ -Zerfall des geladenen Pions, $\pi^+ \rightarrow \pi^0 + e^+ + \nu_e$. Da es sich beim Zerfall ${}_{17}^{34}\text{Cl} \rightarrow {}_{16}^{34}\text{S} + e^+ + \nu_e$ um einen Übergang zweier Kerne mit jeweils Spin-Parität $J^P = 0^+$ und beim Zerfall $\pi^+ \rightarrow \pi^0 + e^+ + \nu_e$ um den Übergang zweier Hadronen mit $J^P = 0^-$ handelt, sich also in beiden Fällen weder der Drehimpuls noch die Parität zwischen Anfangs- und Endkern/hadron ändert, nehmen wir als Arbeitshypothese an, dass beide Zerfälle durch die selben Übergangsmatrixelemente beschrieben werden.

- Bestimmen Sie die maximale kinetische Energie für das Positron im Zerfall $\pi^+ \rightarrow \pi^0 + e^+ + \nu_e$ aus den im Particle Data Group Booklet angegebenen Massen. (1 Punkt)
- Der Zerfall ${}_{17}^{34}\text{Cl} \rightarrow {}_{16}^{34}\text{S} + e^+ + \nu_e$ hat eine mittlere Lebensdauer von $\tau_{{}_{17}^{34}\text{Cl}} = 2,2$ s. Die maximale kinetische Energie des Positrons in diesem Zerfall beträgt 4,47 MeV. Sagen Sie mit Hilfe der Sargent-Regel die partielle Übergangsrate $\lambda(\pi^+ \rightarrow \pi^0 + e^+ + \nu_e) = \lambda_{\pi \rightarrow \pi^0 + e^+ + \nu_e}$ aus $\lambda_{{}_{17}^{34}\text{Cl}}$ vorher, wenn Sie die Gleichheit der Übergangsmatrixelemente annehmen. (1 Punkt)
- Entnehmen Sie dem Booklet der Particle Data Group die mittlere Lebensdauer des geladenen Pions und sagen Sie damit und mit Ihrer Vorhersage für $\lambda_{\pi^+ \rightarrow \pi^0 + e^+ + \nu_e}$ das Verzweigungsverhältnis $BF(\pi^+ \rightarrow \pi^0 + e^+ + \nu_e)$ vorher. Vergleichen Sie mit dem im Booklet der Particle Data Group angegebenen Meßwert. (1 Punkt)
- Bestimmen Sie aus der mittleren Lebensdauer des ${}_{17}^{34}\text{Cl}$ -Kerns die Fermi-Konstante G_F . (1 Punkt)

Aufgabe 2: α -Zerfall und Lebensdauer

Die Kerne ${}_{88}^{226}\text{Ra}$ und ${}_{88}^{224}\text{Ra}$ zerfallen über α -Zerfall. Ein α -Teilchen hat eine Masse von 3727,3 MeV und einen Radius von 1,92 fm. Die Q -Werte (und damit in guter Näherung die kinetischen Energien der α -Teilchen) betragen für beide α -Zerfälle: 4,871 MeV (${}_{88}^{226}\text{Ra}$) und 5,789 MeV (${}_{88}^{224}\text{Ra}$). Die Halbwertszeit von ${}_{88}^{226}\text{Ra}$ beträgt 1602 Jahre.

Schätzen Sie aus diesen Angaben ab, welche Halbwertszeit ${}_{88}^{224}\text{Ra}$ haben sollte. Nehmen Sie dazu an, dass für beide Kerne die Wahrscheinlichkeit, ein α -Teilchen im Kern zu finden, gleich ist. (3 Punkte)

Bitte wenden!

Aufgabe 3: Zwei- und Dreikörperzerfallskinetik

- a) Betrachten Sie den Zweikörperzerfall $A \rightarrow B+C$. Zeigen Sie, dass die kinetische Energie von Teilchen B als Funktion der Massen der beteiligten Teilchen im Ruhesystem von Teilchen A gegeben wird durch:

$$E_{B,kin} = \frac{(m_A - m_B)^2 - m_C^2}{2m_A}.$$

Die Energie von Teilchen B und damit auch von Teilchen C ist also eindeutig festgelegt. (1 Punkt)

- b) Betrachten Sie den Dreikörperzerfall $A \rightarrow B + C + D$. Analog zu Teil a) gilt dann:

$$E_{B,kin} = \frac{(m_A - m_B)^2 - s_{CD}}{2m_A},$$

mit der relativistischen Invariante $s_{CD} = (p_C + p_D)^2$ und den Viererimpulsen p_C, p_D . Zeigen Sie, dass $E_{B,kin}$ maximal wird für $s_{CD} = (m_C + m_D)^2$. (1 Punkt)

- c) Betrachten Sie nun den speziellen Dreikörperzerfall $X \rightarrow Y + e + \nu$, wobei Sie die Neutrinomasse Null setzen.

Zeigen Sie, dass die kinetische Energie des Elektrons im Ruhesystem des Kerns X maximal wird, wenn die Neutrinoenergie Null ist. (1 Punkt)

Zeigen Sie, dass $E_{B,kin}^{max}$ in guter Näherung durch den Q -Wert gegeben ist, der mit Hilfe der Kernmassen berechnet wird: $Q = m_X - m_Y - m_e$. (1 Punkt)