

# Kern- und Teilchenphysik, Monobachelor Physik

Humboldt-Universität zu Berlin, Wintersemester 2018/2019,

Prof. Dr. H. Lacker, Dr. C. Scharf, J. Krieg

## Hausaufgabenblatt 12

### Aufgabe 1: Flavour-Wellenfunktionen von Baryonen

- a) Geben Sie die Quarkwellenfunktion im Spin-Flavour-Raum mit korrekter Normierung für ein angeregtes  $\Sigma^0$  (Spin  $\frac{3}{2}$ ) aus dem Baryonen-Dekuplett an, wenn die  $z$ -Komponente des Spins bezüglich einer vorgegebenen Achse  $+\frac{1}{2}$  beträgt? (1 Punkt)  
(Sie können die Dreiquarkflavourwellenfunktion konstruieren, indem Sie vom symmetrischen Sextett in der  $Y - I_3$ -Ebene ausgehen. Die korrekte Normierung der Flavourwellenfunktion ergibt sich der Tatsache, dass die drei Quarkflavour  $u$ ,  $d$  und  $s$  im Flavourraum orthogonal zueinander sind.)
- b) Rechnen Sie explizit nach, dass man die Spin-Flavour-Wellenfunktion für ein Proton mit  $S_z = +1/2$  schreiben kann als  $\frac{1}{\sqrt{18}}[uud(2 \uparrow\uparrow\downarrow - \uparrow\downarrow\uparrow - \downarrow\uparrow\uparrow) + \text{Permutationen}]$ , indem Sie von der Wellenfunktion  $\frac{\sqrt{2}}{3}(\eta_{Flavour}(12) \cdot \chi_{Spin}(12) + \eta_{Flavour}(23) \cdot \chi_{Spin}(23) + \eta_{Flavour}(13) \cdot \chi_{Spin}(13))$  ausgehen. (1 Punkt)  
(Bem.: Sie können alternativ stattdessen auch  $\frac{\sqrt{1}}{2}(\eta_{Flavour}(12) \cdot \chi_{Spin}(12) + \eta_{Flavour}^S(12) \cdot \chi_{Spin}^S(12))$  berechnen.)
- c) Berechnen Sie explizit das magnetische Moment des Protons im Quarkmodell, indem Sie  $\langle p \uparrow | \sum_{i=1,2,3} \mu_i(\sigma_z)_i | p \uparrow \rangle$  als Funktion der magnetischen Quarkmomente  $\mu_i = \frac{Q_i e}{2m_i}$  ausrechnen. Dabei ist  $Q_i e$  die elektrische Ladung,  $m_i$  die Masse von Quark  $i$ , und  $(\sigma_z)_i$  die Pauli-Matrix  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ , die auf den Spinzustand von Quark  $i$  angewendet wird mit der Eigenschaft  $\sigma_z | \uparrow \rangle = | \uparrow \rangle$ ,  $\sigma_z | \downarrow \rangle = - | \downarrow \rangle$ . (2 Punkte)

### Aufgabe 2: Flavourzusammensetzung neutraler $I = S = 0$ -Vektormesonen

Die Vektormesonen  $V = \rho^0, \omega, \phi$  tragen die selben Quantenzahlen  $J^{PC} = 1^{--}$  wie das Photon und können daher in der  $e^+e^-$ -Annihilation über ein virtuelles Photon erzeugt werden. Die partielle Zerfallsrate  $\Gamma(V) \rightarrow e^+e^-$  kann mit der Van Royen-Weisskopf-Formel berechnet werden:  $\Gamma(V \rightarrow e^+e^-) = \frac{16\pi\alpha^2}{M_V^2} |\sum_{i=u,d,s} a_i^V Q_i|^2 |\psi(0)|^2$ , mit der Masse  $M_V$  des Vektormesons  $V$ , der Quarkladung  $Q_i e$ , der Quarkflavourfunktion  $a_u^V u\bar{u} + a_d^V d\bar{d} + a_s^V s\bar{s}$  für das Vektormeson, und der Amplitude  $\psi(0)$  der  $q\bar{q}$ -Ortswellenfunktion am Ursprung.

- a) Zeichnen Sie das Feynmandiagramm niedrigster Ordnung für den Zerfall  $V \rightarrow e^+e^-$ . (1 Punkt)
- b) Sagen Sie  $\Gamma(\rho^0 \rightarrow e^+e^-)/\Gamma(\omega \rightarrow e^+e^-)$  und  $\Gamma(\omega \rightarrow e^+e^-)/\Gamma(\phi \rightarrow e^+e^-)$  vorher, wobei Sie annehmen, dass  $|\psi(0)|^2/M_V^2$  für alle drei Zerfälle gleich ist. (2 Punkte)
- c) Benutzen Sie das Booklet der Particle Data Group, um die experimentellen Werte für  $\Gamma(\rho \rightarrow e^+e^-)/\Gamma(\omega \rightarrow e^+e^-)$  und  $\Gamma(\omega \rightarrow e^+e^-)/\Gamma(\phi \rightarrow e^+e^-)$  zu bestimmen. (1 Punkt)

Bitte wenden!

### Aufgabe 3: Quantenzahlen der Mesonen und Quarkmodell

Wie groß ist der Bahndrehimpuls  $L$  zwischen Quark und Antiquark und der Gesamtspin  $S$  des Quark-Antiquark-Systems für Mesonen mit den folgenden Quantenzahlen  $J^{PC} = 0^{+-}$ ,  $1^{--}$ ,  $0^{++}$ ,  $1^{++}$ ,  $2^{++}$  und  $1^{+-}$ ? Welcher dieser Zustände lässt sich nicht im Quarkmodell der Hadronen erklären. (3 Punkte)

### Aufgabe 4: Zerfälle des $\rho^0$ -Mesons

Sind folgenden Zerfälle erlaubt, und falls ja, über die starke oder elektromagnetische Wechselwirkung? (Betrachten Sie dazu Erhaltung von Drehimpuls, Parität, Ladungskonjugation, Isospin und, sofern zu betrachten, Bosesymmetrie.):

1.  $\rho^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$  (2 Punkte)
2.  $\rho^0 \rightarrow \pi^0\gamma$  (1 Punkt)

**Abgabe: 21.01.2019 bis 13:00 vor Raum NEW 15 1'413/414**