# Kern– und Teilchenphysik, Monobachelor Physik

**Humboldt–Universität zu Berlin, Wintersemester 2018/2019,**
**Prof. Dr. H. Lacker, Dr. C. Scharf, J. Krieg**

# Hausaufgabenblatt 3

## Aufgabe 1: Phasenraumfaktor

Jedes Teilchen besetzt im Phasenraum aufgrund der Unschärferelation das Volumen $h^3 = (2\pi\hbar)^3$. Für ein Teilchen, das in das Volumen $V$ und in das Impulsintervall $[|\vec{p}'|, |\vec{p}'| + d|\vec{p}'|]$ und das Winkelelement $d\Omega$ gestreut wird, ist die Zahl der möglichen Endzustände: $dn(|\vec{p}'|) = \frac{V \cdot \vec{p}'^2 d|\vec{p}'| d\Omega}{(2\pi\hbar)^3}$. (Dabei nehmen wir an, dass sich aufgrund der Streuung der Spin nicht ändert.) Wir betrachten nun die Rutherford-Streuung für relativistische Strahlteilchen für den Fall, dass der Rückstoß auf den Kern vernachlässigt werden kann. Dann müssen wir bei der Berechnung des Wirkungsquerschnitts im Phasenraumfaktor nur das gestreute Strahlteilchen betrachten und dafür als Phasenraumfaktor $\rho(E') = \frac{dn}{dE'}$ berechnen.

1. Zeigen Sie, dass $\rho(E') = \frac{V \cdot p'^2 d\Omega}{(2\pi\hbar)^3 c}$ ist. (1 Punkt)

2. Zeigen Sie damit, dass $d\sigma/d\Omega$ dann mit Fermis Goldener Regel gegeben wird durch $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{Z_X^2 \alpha^2 (\hbar \cdot c)^2}{4E^2 \sin^4(\theta/2)}$, wobei $E$ die Energie des einlaufenden Strahlteilchens ist. (1 Punkt)

3. Wie sieht der Phasenraumfaktor für nichtrelativistische ($\alpha$-)Teilchen aus? (1 Punkt)

4. Leiten Sie für nichtrelativistische Strahlteilchen analog zu 2. die Rutherford-Streuformel her. (1 Punkt)

## Aufgabe 2: Elastische Streuung mit Rückstoß

1. Zeigen Sie, dass für die Energie eines hochenergetischen Teilchens, z. B. Elektrons, nach der elastischen Streuung an einem ursprünglich ruhenden Teilchen, z. B. einem Kern $X$, gilt:
   $E_e' = \frac{E_e}{1 + \frac{2E_e}{M_X} \sin^2 \frac{\theta}{2}}$.
   Bei gegebener Energie $E_e$ ist die Energie des gestreuten Teilchens, $E_e'$, also eindeutig durch den Streuwinkel bestimmt. (Sie können bei der Rechnung die Masse des Elektrons vernachlässigen) (2 Punkte)

2. Zeigen Sie, dass das Quadrat des Viererimpulsübertrags, $q^2$, (und damit das Quadrat der invarianten Masse des ausgetauschten Photons) in einer elastischen Elektron-Kern-Streuung allgemein immer negativ ist. Führen Sie die Rechnung für den Fall eines ruhenden Targets durch. (1 Punkt)

3. Berechnen Sie den Dreier- und Viererimpulsübertrag für die elastische Elektron-Kernstreuung für eine Elektronenergie von 1000 MeV und einem Streuwinkel von 30°, wenn der Targetkern ein ruhendes Proton bzw. ein ruhender Goldkern ist. (2 Punkte)

4. Welche reduzierte De Broglie-Wellenlänge hat in diesen beiden Fällen das ausgetauschte (virtuelle) Photon? (1 Punkt)

Bitte wenden!

## Aufgabe 3: Rutherfordstreuung

1. Berechnen Sie damit den differenziellen Wirkungsquerschnitt $d\sigma/d\Omega$ in $\mathrm{fm}^2/\mathrm{sr}$ für die Streuung von $\alpha$-Teilchen (Z=2, Massenzahl A=4) an Gold-Kernen (Z=79, A=197) für einen Streuwinkel von 20°, wenn die kinetische Energie des $\alpha$-Teilchens 3 MeV beträgt. (1 Punkt)
   Vernachlässigen Sie dabei den Rückstoß des Kerns.

2. Wie nahe kommt das $\alpha$-Teilchen dem Gold-Kern bei 180°-Streuung? (1 Punkt)
   Vernachlässigen Sie dabei ebenfalls den Rückstoß des Kerns.
   Nehmen Sie folgende Werte für die Radien des $\alpha$-Teilchens und des Goldkerns an: $R_\alpha$= 2 fm, $R_{\mathrm{Au}}$= 7 fm.

3. Wie groß ist die kinetische Energie des Goldkerns nach dieser 180°-Streuung, wenn Sie jetzt den Rückstoß des Goldkerns berücksichtigen? (2 Punkte)
   (Machen Sie sich klar, dass Sie nichtrelativistisch rechnen können.)