Kern– und Teilchenphysik, Monobachelor Physik

Humboldt–Universität zu Berlin, Wintersemester 2018/2019,
Prof. Dr. H. Lacker, Dr. C. Scharf, J. Krieg

Hausaufgabenblatt 6

Aufgabe 1: Zerfallsraten und Verzweigungszerfälle von β-Strahlern

Wir betrachten den β^+-Zerfall ${}^{34}_{17}Cl \rightarrow^{34}_{16} S + e^+ + \nu_e$ und den sogenannten β^+-Zerfall des geladenen Pions, $\pi^+ \rightarrow \pi^0 + e^+ + \nu_e$. Da es sich beim Zerfall ${}^{34}_{17}Cl \rightarrow^{34}_{16} S + e^+ + \nu_e$ um einen Übergang zweier Kerne mit jeweils Spin-Parität $J^P = 0^+$ und beim Zerfall $\pi^+ \rightarrow \pi^0 + e^+ + \nu_e$ um den Übergang zweier Hadronen mit $J^P = 0^-$ handelt, sich also in beiden Fällen weder der Drehimpuls noch die Parität zwischen Anfangs- und Endkern/hadron ändert, nehmen wir als Arbeitshypothese an, dass beide Zerfälle durch die selben Übergangsmatrixelemente beschrieben werden.

a) Bestimmen Sie die maximale kinetische Energie für das Positron im Zerfall $\pi^+ \rightarrow \pi^0 + e^+ + \nu_e$ aus den im Particle Data Group Booklet angegebenen Massen (unter Verwendung von Aufgabe 3 d))). (1 Punkt)

b) Der Zerfall ${}^{34}_{17}Cl \rightarrow^{34}_{16} S + e^+ + \nu_e$ hat eine mittlere Lebensdauer von $\tau_{{}^{34}_{17}Cl} = 2,2$ s. Die maximale kinetische Positronenergie in diesem Zerfall beträgt $4,47$ MeV. Sagen Sie mit Hilfe der Sargent-Regel die partielle Übergangsrate $\lambda(\pi^+ \rightarrow \pi^0 + e^+ + \nu_e) = \lambda_{\pi \rightarrow \pi^0 + e^+ + \nu_e}$ aus $\lambda_{{}^{34}_{17}Cl}$ vorher, wenn die Übergangsmatrixelemente gleich wären. (1 Punkt)

c) Entnehmen Sie dem Booklet der Particle Data Group die mittlere Lebensdauer des geladenen Pions und sagen Sie damit und mit Ihrer Vorhersage für $\lambda_{\pi^+ \rightarrow \pi^0 + e^+ + \nu_e}$ das Verzweigungsverhältnis $BF(\pi^+ \rightarrow \pi^0 + e^+ + \nu_e)$ vorher. Vergleichen Sie mit dem von der Particle Data Group angegebenen Meßwert. (1 Punkt)

d) Bestimmen Sie aus $\tau_{{}^{34}_{17}Cl}$ die Fermi-Konstante G_F. (1 Punkt)

Aufgabe 2: α-Zerfall und Lebensdauer

Die Kerne ${}^{226}_{88}Ra$ und ${}^{224}_{88}Ra$ zerfallen über α-Zerfall. Ein α-Teilchen hat eine Masse von 3727,3 MeV und einen Radius von 1,92 fm. Die Q-Werte (und damit in guter Näherung die kinetischen Energien der α-Teilchen) betragen für beide α-Zerfälle: 4,871 MeV (${}^{226}_{88}Ra$) und 5,789 MeV (${}^{224}_{88}Ra$). Die Halbwertszeit von ${}^{226}_{88}Ra$ beträgt 1602 Jahre.
Schätzen Sie aus diesen Angaben ab, welche Halbwertszeit ${}^{224}_{88}Ra$ haben sollte. Nehmen Sie dazu an, dass für beide Kerne die Wahrscheinlichkeit, ein α-Teilchen im Kern zu finden, gleich ist. (4 Punkte)
Gemessener Literaturwert zu Vergleich: 3,6 Tage

Bitte wenden!

Aufgabe 3: Zwei- und Dreikörperzerfallskinematik

a) Betrachten Sie den Zweikörperzerfall $A \to B+C$. Zeigen Sie, dass die kinetische Energie von Teilchen B als Funktion der Massen der beteiligten Teilchen im Ruhesystem von Teilchen A gegeben wird durch:
$E_{B,kin} = \frac{(m_A-m_B)^2-m_C^2}{2m_A}$.
Die Energie von Teilchen B und damit auch von Teilchen C ist also eindeutig festgelegt. (1 Punkt)

b) Betrachten Sie den Dreikörperzerfall $A \to B + C + D$. Analog zu Teil a) gilt dann:
$E_{B,kin} = \frac{(m_A-m_B)^2-s_{CD}}{2m_A}$,
mit der relativistischen Invariante $s_{CD} = (p_C + p_D)^2$ und den Viererimpulsen p_C, p_D. Zeigen Sie, dass $E_{B,kin}$ maximal wird für $s_{CD} = (m_C + m_D)^2$. (1 Punkt)

c) Betrachten Sie nun den speziellen Dreikörperzerfall $X \to Y + e + \nu$, wobei Sie die Neutrinomasse Null setzen.
Zeigen Sie, dass die kinetische Energie des Elektrons im Ruhesystem des Kerns X maximal wird, wenn die Neutrinoenergie Null ist. (1 Punkt)

d) Zeigen Sie, dass $E_{B,kin}^{max}$ in guter Näherung durch den Q-Wert gegeben ist, der mit Hilfe der Kernmassen berechnet wird: $Q = m_X - m_Y - m_e$. (1 Punkt)

Aufgabe 4: $\beta^{\pm}$-Zerfall und Elektroneinfang

a) In der Vorlesung wurden die Q-Werte für $\beta^{\pm}$-Zerfall und Elektroneinfang als Funktion von Atom- und Elektronmassen angegeben.
Drücken Sie die Q-Werte für $\beta^{\pm}$-Zerfall und Elektroneinfang als Funktion der Massen von Mutterkern, Tochterkern und Elektron aus. (3 Punkte)

b) Berechnen Sie unter Benutzung der Weizsäcker-Massenformel (und am besten mit Hilfe eines Computer-Programms), über welche Zerfälle (β^+-Zerfall, Elektroneinfang bzw. β^--Zerfall) ein Kern mit $A = 110$ und $Z = 47$ zerfallen kann. (3 Punkte)

Abgabe: 26.11.2018 bis 13:00 vor Raum NEW 15 1'413/414