

Kern- und Teilchenphysik, Monobachelor Physik

Humboldt-Universität zu Berlin, Wintersemester 2018/2019,

Prof. Dr. H. Lacker, Dr. C. Scharf, J. Krieg

Hausaufgabenblatt 7

Aufgabe 1: Rb-Sr-Altersbestimmung

Der Kern ${}_{37}^{87}\text{Rb}$ zerfällt über β^- -Zerfall mit einer Halbwertszeit von $4,7 \cdot 10^{10}$ Jahren in den Grundzustand von ${}_{38}^{87}\text{Sr}$. ${}_{38}^{86}\text{Sr}$ ist stabil und kein Endprodukt irgendeiner radioaktiven Zerfallsreihe.

Meteoriten im Sonnensystem sollten etwa zur gleichen Zeit in der Frühphase des Sonnensystems entstanden sein. In drei Meteoriten wurden folgende Isotopenverhältnisse $\left(\frac{{}_{37}^{87}\text{Rb}}{{}_{38}^{86}\text{Sr}}, \frac{{}_{37}^{87}\text{Rb}}{{}_{38}^{87}\text{Sr}}\right)$ gemessen: Meteorit 1: (0.86, 0.757), Meteorit 2: (0.6, 0.739), Meteorit 3: (0.09, 0.706).

Zeigen Sie, dass die Datensätze mit der Annahme übereinstimmen, dass in allen drei Meteoriten das gleiche primordiale, d. h. zum Zeitpunkt der Entstehung vorliegende) Verhältnis $\frac{{}_{38}^{87}\text{Sr}}{{}_{38}^{86}\text{Sr}}$ vorlag und alle drei Meteoriten gleich alt sind. Bestimmen Sie (mit Hilfe einer graphischen Auftragung) das primordiale $\frac{{}_{38}^{87}\text{Sr}}{{}_{38}^{86}\text{Sr}}$ -Verhältnis und die Zeit seit Entstehung der Meteoriten! (3 Punkte)

Aufgabe 2: ${}^{14}\text{C}$ -Methode

Das radioaktive Isotop ${}^{14}\text{C}$ mit einer Halbwertszeit von $t_{\frac{1}{2}} = 5730$ a wird in der Atmosphäre durch den Prozess ${}^{14}\text{N} + n \rightarrow {}^{14}\text{C} + p$ erzeugt. Die Neutronen entstehen dabei in hadronischen Schauern, ausgelöst durch die auf die Atmosphäre treffende kosmische Strahlung. Das Verhältnis von gewöhnlichem ${}^{12}\text{C}$ und radioaktivem ${}^{14}\text{C}$ in der Atmosphäre betrug in der Vergangenheit $R = \frac{N({}^{12}\text{C})}{N({}^{14}\text{C})} = 10^{12}$. Der atmosphärische Kohlenstoff tritt in den Nahrungskreislauf ein und wird von lebenden Organismen aufgenommen. Nach deren Tode wird kein ${}^{14}\text{C}$ mehr nachgeliefert und das zum Todeszeitpunkt vorhandene ${}^{14}\text{C}$ zerfällt.

- Einer Mumie wird eine Kohlenstoffprobe entnommen. Die massenspektroskopische Untersuchung ergibt ein Verhältnis von $R = 1,5 \cdot 10^{12}$. Wie alt ist die Mumie? (1 Punkt)
- Wieviele ${}^{14}\text{C}$ -Zerfälle würde man innerhalb einer Stunde Messzeit erwarten, wenn man 1 mg Kohlenstoff dieser Probe zur Verfügung hat? (2 Punkte)

Aufgabe 3: Zerfallsketten

${}_{83}^{210}\text{Bi}$ zerfällt über β^- -Zerfall mit einer mittleren Lebensdauer von 7,2 Tagen in ${}_{84}^{210}\text{Po}$, das über α -Zerfall mit einer mittleren Lebensdauer von 200 Tagen in das stabile ${}_{82}^{206}\text{Pb}$ zerfällt. Wenn eine Quelle ursprünglich nur ${}_{83}^{210}\text{Bi}$ enthielt, nach welcher Zeit erreicht die Aktivität der α -Strahlung ein Maximum? (2 Punkte)

Bitte wenden!

Aufgabe 4: Isospin des gebundenen Nukleon-Nukleon-Systems

1. Betrachten Sie zwei halbzahlige Isospinzustände $|I = \frac{1}{2}, I_3 = \pm\frac{1}{2}\rangle$ und schreiben Sie alle möglichen Kopplungen dieser beiden Zustände mit den richtigen Clebsch-Gordan-Koeffizienten auf. (Sie finden im Booklet der Particle Data Group die Clebsch-Gordan-Koeffizienten für eine Reihe von Drehimpulskopplungen aufgeführt.)

Welche Isospinzustände $|I, I_3\rangle$ können folglich aus einem Zweinukleonensystem mit p und n gebildet werden? (2 Punkte)

2. In der Natur wird weder ein gebundener $n - n$ - noch ein gebundener $p - p$ -Kern beobachtet. Der Spin des Deuterons beträgt 1.

Zeigen Sie mit Hilfe dieser Beobachtungen und Aufgabe 4.1, dass der Isospin des Deuterons, in dem ein Neutron und Proton durch die starke Wechselwirkung/Kernkraft gebunden sind, gleich Null sein muss. (2 Punkte)

Hinweis: Betrachten Sie beide Nukleonen als identische Fermionen. Die Nukleon-Nukleon-Gesamtwellenfunktion, die antisymmetrisch unter Vertauschung der beiden Nukleonen sein muß, kann dann als (Tensor-)Produkt aus Orts-, Spin- und Isospinwellenfunktionen geschrieben werden.

Im Deuterongrundzustand ist der relative Bahndrehimpuls L beider Nukleonen gleich Null. Vertauschung beider Nukleonen bedeutet für die Ortswellenfunktion eine Punktspiegelung am Ursprung. Die starke Kernkraft erhält die Parität, so dass gilt:

$$P\psi_{Ort}(\vec{r}) = \psi_{Ort}(-\vec{r}) = (-1)^L\psi_{Ort}(\vec{r}).$$

Für $L = 0$ ist die Ortswellenfunktion daher symmetrisch unter Vertauschung der beiden Nukleonen, so dass das Produkt aus Spin- und Isospinwellenfunktion antisymmetrisch unter Vertauschung der beiden Nukleonen sein muss.

Abgabe: 03.12.2018 bis 13:00 vor Raum NEW 15 1'413/414